

PLANIRANJE BIPEDALNOG HODA PO ANALOGIJI SA INVERZNYM KLATNOM

Nenad Vukić¹, Ivan Jovanović¹, Goran S. Đorđević¹, Miomir Vukobratović²
¹Elektronski fakultet Univerziteta u Nišu, Srbija i Crna Gora
²Institut Mihajlo Pupin, Beograd, Srbija i Crna Gora

Sadržaj – U radu je dat postupak sinteze trajektorija bipedalnog hoda humanoidnog robota čija je struktura zamenjena analognim inverznim klatnom. Jednačine kretanja klatna zadovoljavaju kriterijum dinamičke stabilnosti zasnovan na tački nula momenta. Algoritam za generisanje hoda obuhvata planiranje prvog i drugog polukoraka sa jedno i dvoosloničkim fazama. Simulacijom kretanja humanoidnog robota sa sedamnaest stepeni slobode potvrđen je kvalitet algoritma.

1. UVOD

Planiranju kretanja bipedálnih humanoidnih robota danas se posvećuje velika pažnja. Istraživanje mogućih načina kretanja u prostoru sa stepenicama i preprekama predstavlja veoma zahtevan zadatak. Osnovni razlog je što se humanoid sa velikim brojem stepeni slobode iz položaja u položaj može prevesti na beskonačno mnogo načina, pri čemu mora da zadovolji uslov očuvanja statičke kao i dinamičke stabilnosti. Čak ni očuvanje samo statičke stabilnosti ne predstavlja jednostavan problem, imajući u vidu prisutnu kinematičku redundansu robota. Ukoliko pri hodu mora biti zadovoljen i uslov dinamičke stabilnosti – ZMP kriterijum [1], zadatak postaje još složeniji. Problem složenosti izračunavanja koja trebaju da se obave u realnom vremenu predstavlja poseban problem koji ćemo pokušati da rešimo u ovom radu. Smanjenje složenosti numeričkog izračunavanja zahteva nove algoritme, po pravilu formirane na bazi pojednostavljenih modela kretanja i interakcije sa podlogom. Pristup koji je znatno ubrzao izračunavanje željenih trajektorija kretanja, prikazan u ovom radu, bazira se na analogiji bipedalne strukture sa inverznim klatnom. Uobičajeno je da vrh klatna bude i mesto centra mase (CoM) ili centra gravitacije (CoG) bipedalne strukture [3,4,5,6].

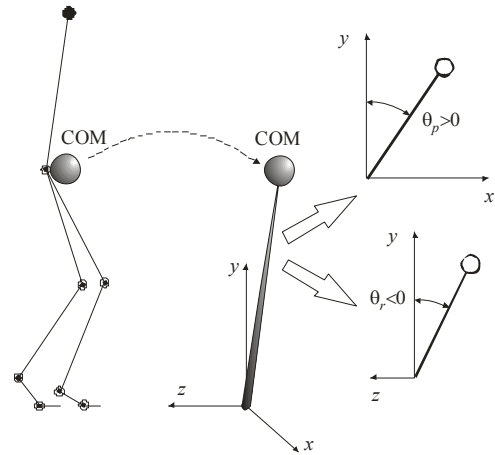
U prvom delu drugog dela rada izvedene su jednačine kretanja inverznog klatna u prostoru. U drugom delu ovog odeljka izložen je predlog algoritma za generisanje hoda. Treći deo sadrži primere simulacije hoda bipeda, dok je u četvrtom dat kratak rezime rada i zaključak.

2. FORMIRANJE HODA BIPEDA NA OSNOVU ANALOGIJE SA 3D INVERZNYM KLATNOM

2.1 JEDNAČINE KRETANJA INVERZNOG KLATNA

Predstavimo biped inverznim klatnom, tako da centar mase bipeda (CoM) odgovara poziciji vrha inverznog klatna Sl. 1. Masa inverznog klatna je skoncentrisana na vrhu dok je klatno vezano za tačku oslonca koja ima dva stepena slobode.

Neka je vektor položaj centra mase klatna $\mathbf{p}_o^T = [x_o, y_o, z_o]$, a vektor položaja tačke oslonca $\mathbf{s}_o^T = [s_x, 0, s_z]$. Ukoliko je klatno u dinamičkoj ravnoteži, oko tačke oslonca nema momenata, i tačka se proglašava tačkom nula momenta (ZMP)[6].



Sl. 1. Bipod sa ekvivalentnim inverznim klatnom i njegovim položajem u sagitalnoj, xy, i lateralnoj, xz ravni

$$\ddot{z} = \frac{g}{y_0}(z - s_z), \quad \ddot{x} = \frac{g}{y_0}(x - s_x) \quad (1)$$

gde je y_0 – visina klatna (konstanta), a $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ ubrzanje zemljine teže.

Pošto obe diferencijalne jednačine imaju isti oblik na dalje ćemo razmatrati samo diferencijalnu jednačinu po x . Rešenje diferencijalne jednačine može se zapisati u obliku:

$$x = C_1 e^{-\frac{t}{T_c}} + C_2 e^{\frac{t}{T_c}} + s_x, \quad T_c = \sqrt{\frac{y_0}{g}} \quad (2)$$

C_1, C_2 – su konstante koje se dobijaju iz početnih uslova, odnosno za $x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0$.

$$C_1 = \frac{x_0 - s_x - \dot{x}_0 T_c}{2}, \quad C_2 = \frac{x_0 - s_x + \dot{x}_0 T_c}{2} \quad (3)$$

Posle sređivanja i diferenciranjem jednačine (2) po x dobija se sledeći sistem jednačina:

$$\begin{aligned} x &= (x_0 - s_x) \cosh \frac{t}{T_c} + \dot{x}_0 T_c \sinh \frac{t}{T_c} + s_x \\ \dot{x} &= \frac{x_0 - s_x}{T_c} \sinh \frac{t}{T_c} + \dot{x}_0 \cosh \frac{t}{T_c} \end{aligned} \quad (4)$$

Identične jednačine dobijaju se za z koordinatu.

$$\begin{aligned} z &= (z_0 - s_z) \cosh \frac{t}{T_c} + \dot{z}_0 T_c \sinh \frac{t}{T_c} + s_z \\ \dot{z} &= \frac{z_0 - s_z}{T_c} \sinh \frac{t}{T_c} + \dot{z}_0 \cosh \frac{t}{T_c} \end{aligned} \quad (5)$$

Uz pretpostavku da se centar mase bipeda nalazi u centru karlice, kretanje centra karlice bipeda u jednoosloničkoj fazi opisano je sistemima jednačina (4) i (5).

2.2 PLANIRANJE HODA

Hod se u opštem slučaju može opisati sekvencama od po dva konsektivna polukoraka. Iz tog razloga, planiranje

kretanja je podeljeno u dve faze – planiranje prvog i planiranje drugog polukoraka. Pošto se algoritam generisanja kretanja za oba polukoraka razlikuje samo u pogledu početnih i krajnjih uslova u radu je razmatran samo postupak generisanja prvog polukoraka.

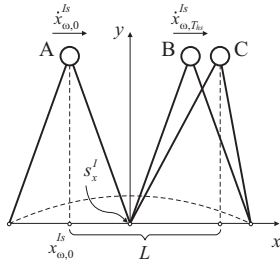
Na osnovu jednačina (4) i (5) kretanje se može posmatrati u sagitalnoj i lateralnoj ravni nezavisno jedno u odnosu na drugo, čime se pojednostavljuje analiza stabilnosti u algoritmu planiranja hoda.

2.2.1 PLANIRANJE KRETANJA U SAGITALNOJ RAVNI

Kretanje u sagitalnoj ravni počinje jednoosloničkom fazom na koju se nastavlja dvooslonička. Kretanje u jednoosloničkoj fazi je opisano sistemom jednačina (4), uz pretpostavku da se u dvoosloničkoj fazi klatno kreće konstantnom brzinom. Položaj oslonca klatna nalazi se u tački $s_x^I = 0$, Sl. 2.

Iz jednačine (4), posle zamene promenljivih i konstanti $T_c = \sqrt{y_{\omega,0}^{Is}/g}$, $C_x = \cosh^{t_{wlk}/T_c}$, $S_x = \sinh^{t_{wlk}/T_c}$, gde je t_{wlk} vreme trajanja dvoosloničke faze, a $y_{\omega,0}^{Is}$ je visina centra karlice na početku jednoosloničke faze, dobija se

$$\begin{aligned} x_{w,T_{hs}}^{Is} &= (x_{w,0}^{Is} - s_x^I)C_x + \dot{x}_{w,0}^{Is}T_c S_x + s_x^I \\ \dot{x}_{w,T_{hs}}^{Is} &= \frac{(x_{w,0}^{Is} - s_x^I)}{T_c}S_x + \dot{x}_{w,0}^{Is}C_x \end{aligned} \quad (6)$$



Sl. 2. Kretanje klatna u sagitalnoj ravni. Centar mase se kreće od tačke A do tačke B u jednoosloničkoj fazi, od tačke B do tačke C u dvoosloničkoj fazi

Pretpostavimo da su brzine kretanja centra mase na početku (tačka A) $\dot{x}_{w,0}^{Is}$ i na kraju jednoosloničke faze (tačka B)

$\dot{x}_{w,T_{hs}}^{Is}$ jednake.

$$\dot{x}_{w,0}^{Is} = \dot{x}_{w,T_{hs}}^{Is} \quad (7)$$

Zamenom uslova (7) u (6) dobija se

$$\begin{aligned} x_{w,T_{hs}}^{Is} &= (x_{w,0}^{Is} - s_x^I)C_x + \dot{x}_{w,0}^{Is}T_c S_x + s_x^I \\ \dot{x}_{w,0}^{Is} &= \frac{(x_{w,0}^{Is} - s_x^I)}{T_c(1-C_x)}S_x \end{aligned} \quad (8)$$

Za željeno vreme trajanja jednoosloničke faze (t_{wlk}) i dvoosloničke faze ($t_f - t_{wlk}$), gde je t_f – vreme trajanja polukoraka a T_{hs} – vremenski trenutak udara pete zamajne noge o podlogu, kao i za dužinu polukoraka l , uz pretpostavku da se centar mase kreće konstantnom brzinom u

dvoosloničkoj fazi (od tačke B do tačke C), važi da je početna brzina u tački A, Sl. 2.

$$\dot{x}_{w,0}^{Is} = \frac{x_{w,0}^{Is} + l - x_{w,T_{hs}}^{Is}}{t_f - t_{wlk}} \quad (9)$$

Iz (8) i (9), dobija se položaj i brzina centra mase klatna na početku jednoosloničke faze (10), odnosno početni uslovi za sistem jednačina (6).

$$\begin{aligned} x_{w,0}^{Is} &= \frac{(1-C_x)(s_x^I T_c - L T_c - s_x^I C_x T_c) - s_x^I S_x (t_f - t_{wlk}) - s_x^I T_c S_x^2}{T_c(1-C_x)^2 - S_x(t_f - t_{wlk}) - T_c S_x^2} \\ \dot{x}_{w,0}^{Is} &= \frac{(x_{w,0}^{Is} - s_x^I)S_x}{T_c(1-S_x)} \end{aligned} \quad (10)$$

Na osnovu početnih uslova, kretanje centra karlice u sagitalnoj ravni u toku prvog polukoraka definisano je jednačinom (11)

$$x_w^I = \begin{cases} (x_{w,0}^{Is} - s_x^I) \cosh \frac{t}{T_c} + \dot{x}_{w,0}^{Is} T_c \sinh \frac{t}{T_c} + s_x^I, & 0 < t < t_{wlk} \\ x_{w,T_{hs}}^{Is} + \dot{x}_{w,0}^{Is} (t - t_{wlk}), & t_{wlk} < t < t_f \end{cases} \quad (11)$$

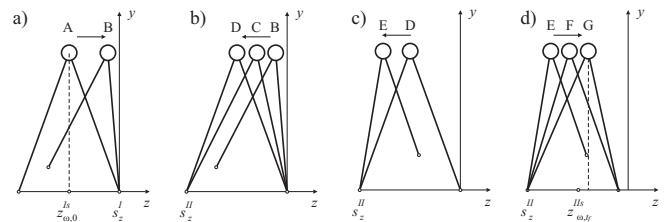
2.2.2 PLANIRANJE KRETANJA U LATERALNOJ RAVNI

U cilju dobijanja glatkog prelaza između dva sukcesivna polukoraka planiranje kretanja u lateralnoj ravni izvedeno je na sledeći način. Definišimo kretanje centra karlice (CoM) bipeda za dva sukcesivna polukoraka na osnovu sistema jednačina (5):

$$\begin{aligned} z_{w,t_f}^{Id} &= z_{w,0}^{Is} C_z + \dot{z}_{w,0}^{Is} T_c S_z, & \dot{z}_{w,t_f}^{Id} &= \frac{z_{w,0}^{Is}}{T_c} S_z + \dot{z}_{w,0}^{Is} C_z, \\ z_{w,t_f}^{IId} &= (z_{w,0}^{IIs} - s_z^{II}) C_z + \dot{z}_{w,0}^{IIs} T_c S_z + s_z^{II}, & \\ \dot{z}_{w,t_f}^{IId} &= \frac{z_{w,0}^{IIs} - s_z^{II}}{T_c} S_z + \dot{z}_{w,0}^{IIs} C_z, \end{aligned} \quad (12)$$

gde je $C_z = \cosh^{t_f/T_c}$, $S_z = \sinh^{t_f/T_c}$, $T_c = \sqrt{y_{w,0}^{Is}/g}$.

Oslonac centra mase klatna u prvom polukoraku nalazi se u koordinatnom početku $s_{z,0}^I = 0$. Zbog preglednijeg zapisa, oznaka $s_{z,0}^I$ izostavljena je u jednačinama za prvi polukorak. Prvi polukorak počinje jednoosloničkom fazom (A–C), Sl. 3.a i Sl. 3.b, na koji se nastavlja dvooslonička faza (C–D), Sl. 3.b. Zatim sledi jednooslonička faza drugog polukoraka (D–F), Sl. 3.c i Sl. 3.d, na koji se nastavlja dvooslonička faza drugog polukoraka (F–G), Sl. 3.d.



Sl. 3. Stik dijagrami kretanja klatna u dva sukcesivna polukoraka; prvi polukorak čine slike a) i b) a drugi polukorak čine slike c) i d).

Da bi se ostvario glatki prelaz centra mase klatna sa jednog na drugi polukorak potrebno je da brzina centra mase klatna duž z-ose na početku prvog polukoraka $\dot{z}_{w,0}^{ls}$ bude jednaka brzini kretanja centra mase klatna duž O_z ose na kraju drugog polukoraka \dot{z}_{w,t_f}^{lld} , kao i da brzina kretanja centra mase klatna na kraju prvog polukoraka \dot{z}_{w,t_f}^{ld} bude jednaka brzini kretanja centra mase klatna na početku drugog polukoraka $\dot{z}_{w,0}^{lls}$:

$$\dot{z}_{w,0}^{ls} = \dot{z}_{w,t_f}^{lld}, \quad \dot{z}_{w,t_f}^{ld} = \dot{z}_{w,0}^{lls}. \quad (13)$$

Iz (12), na osnovu početne vrednosti pozicije CoM $z_{w,0}^{ls}$, prikazane tačkom A na Sl. 3.a, željene pozicije CoM na kraju drugog polukoraka z_{w,t_f}^{lld} (tačka G), i željenu poziciju oslonca klatna drugog polukoraka s_z^H , uz uslov (13), dobija se brzina centra mase klatna prvog polukoraka u početnom trenutku $\dot{z}_{w,0}^{ls}$

$$\dot{z}_{w,0}^{ls} = \frac{\frac{1}{C_t} (z_{w,t_f}^{lld} + s_z^H C_z - z_{w,0}^I S_z^2 - s_z^H) - \frac{s_z^H}{T_c} S_z + \frac{z_{w,0}^{ls}}{T_c} S_z C_z}{1 + T_c S_z - C_z^2}. \quad (14)$$

Pozicija centra mase i izračunata brzina klatna u početnom trenutku definišu kretanje duž O_z ose, predstavljeno sa (15):

$$z_w^I = (z_{w,0}^{ls} - s_{z,0}^I) \cosh \frac{t}{T_c} + \dot{z}_{w,0}^{ls} T_c \sinh \frac{t}{T_c} + s_{z,0}^I, \quad 0 < t < t_f. \quad (15)$$

Na osnovu izračunatog kretanja duž z ose (15), na kraju prvog polukoraka izračunata je srednja vrednost odstupanja tačke nula momenta,

$$\tilde{s}_z = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} z_{zmp} dt - s_{z,0}^I, \quad (16)$$

u odnosu na poziciju oslonca klatna ($s_{z,0}^I$).

Algoritam opisan jednačinama (12) do (15) potom je ponovljen sa klatnom čiji je oslanac pomeren u tačku $s_z^I = s_{z,0}^I - \tilde{s}_z$. Konačno rešenje za korigovano kretanje duž O_z ose, \tilde{z}_w^I , pri tome je

$$\tilde{z}_w^I = (z_{w,0}^{ls} - s_z^I) \cosh \frac{t}{T_c} + \dot{z}_{w,0}^{ls} T_c \sinh \frac{t}{T_c} + s_z^I, \quad 0 < t < t_f. \quad (17)$$

Jednačinama (11) i (17) određeno je kretanje bipeda. Treba reći da se u cilju ostvarenja što prirodnijeg kretanja može definisati promena visine karlice u toku hoda. Male promene visine nemaju veliki uticaj na dinamičku stabilnos hoda.

3. SIMULACIJA HODA PO ANALOGIJI SA INVERZNIH KLATNOM

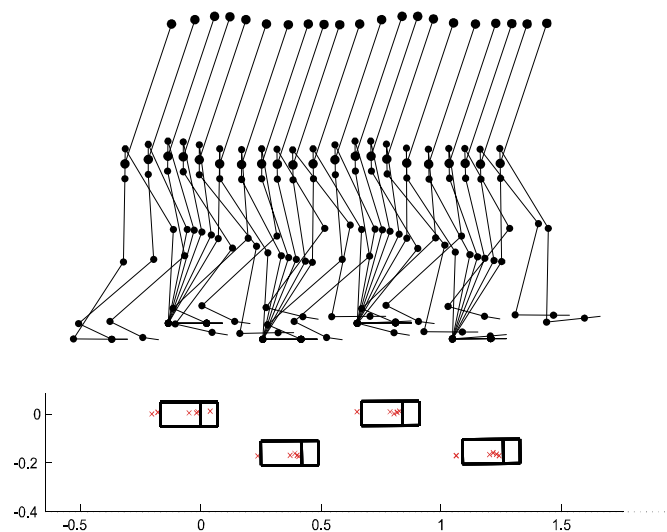
Na osnovu izloženog algoritma izvršena je sinteza trajektorije kretanja centra karlice bipeda. Dobijene trajektorije su iskorišćene za dobijanje kretanja zglobova oslonačke noge. Pretpostavka je da kretanje zamajne noge ima veoma mali uticaj na dinamiku hoda bipeda, u odnosu na konfiguraciju oslonačke noge i torza [2]. Stoga, trajektoriju kretanja zamajne noge treba definisati tako da u toku hoda visina koraka bude dovoljna da vrhovi prstiju zamajne noge ne dođu u koliziju sa podlogom ili malim preprekama i da se zadovolji željena dužina polukoraka. U simulacijama je uzeto da nema kretanja u zglobu na koji se nadovezuje torzo.

Struktura bipeda je prikazana na Sl. 1. Biped poseduje sedamnaest s.s., leva i desna noga po 7 s.s. (prsti – 1 s.s., peta – 2 s.s., koleno – 1 s.s., kuk – 3 s.s.) i torzo – 3 s.s. U simulaciji je uzeto da su segmenti kinematičkog lanca robota: simetrični, cevasti i homogene strukture, tako da se centar mase svakog pojedinačnog linka nalazi na njegovoj sredini. Vrednosti dužina i masa linkova prikazane su u Tabeli 1.

Tabela 1: dužine i mase linkova

dužina [m]		masa [kg]	
dužina prstiju	0.07	masa prstiju	0.05
dužina stopala	0.17	masa stopala	0.8374
dužina potkolenice	0.50	masa potkolenice	2.8458
dužina natkolenice	0.48	masa natkolenice	6.12
širina karlice	0.30	masa karlice	16.00
dužina torza	0.80	masa torza	50.00

Simulacije hoda su izvršene u programskom paketu MATLAB, uz pomoć nekih od funkcija Robotics Toolbox-a.

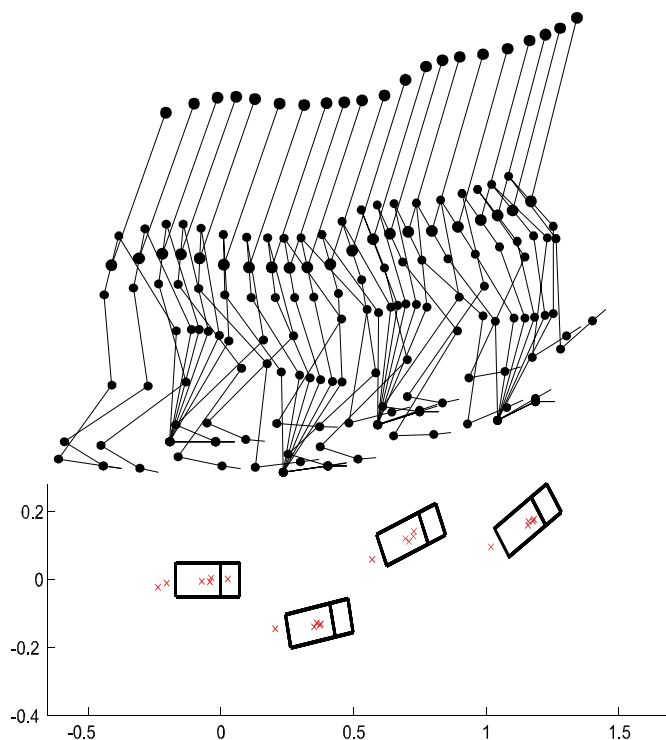


Sl. 4. Ravanski hod sa pozicijama ZMP-a u toku kretanja

Na slici 4 prikazana je simulacija ravanskog hoda. Na donjem delu slike se vidi kretanje ZMP-a u toku hoda (krstići). U toku jednooslonačke faze ZMP se nalazi u projekciji stopala na ravan kretanja, dok se u dvooslonačkoj fazi ZMP nalazi u konveksnom poligonu koji formiraju stopala leve i desne noge, što znači da je generisani hod i dinamički stabilan.

Za kretanje po kružnoj putanji, poluprečnika 2 m, uočava se da algoritam kretanja takođe zadovoljava. Na slici 5 prikazan je hod po krivolinijskoj putanji na ravnoj površi. Torzo obavlja planparalelno kretanje i ne koristi se za održanje ravnoteže. Tačke nula momenta prikazane su krstićima i tokom kretanja u jednooslonačkoj fazi nalaze se u projekciji oslonačkog stopala na ravan kretanja. U slučaju dvooslonačke faze ZMP se nalazi u konveksnom poligonu koji čine tačke projekcija stopala na ravan kretanja. I u ovom

slučaju očigledno je da algoritam planiranja kretanja kod bipeda na bazi analogije sa inverznim klatnom u potpunosti zadovoljava kriterijum očuvanja dinamičke stabilnosti.



Sl. 5. Kretanje bipeda po krivini sa zadatim poluprečnikom

Pored toga što algoritam planiranja kretanja izložen u ovom radu može da proizvede trajektorije duž kojih je biped u stanju dinamičke ravnoteže, njegova posebna prednost je u činjenici da su jednačine duž kojih se kreće pretpostavljeni centar mase bipeda značajno jednostavnije posle primene analogija sa inverznim klatnom. Time se dobija značajno ubrzanje u procesu izračunavanja trajektorija u unutrašnjim koordinatama za sistem koji ima veliki broj redundantnih stepeni slobode.

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu je predstavljen način kretanja 3D inverznog klatna. Opisan je algoritam formiranja dinamički stabilnog

hoda na bazi analogije bipeda sa inverznim klatnom. Na kraju je navedeno nekoliko simulacija hoda bipeda sa sedamnaest stepeni slobode dobijenih na osnovu opisanog algoritma. Rezultati simulacija pokazuju da generisani hod zadovoljava kriterijum dinamičke stabilnosti.

LITERATURA

- [1] M. Vukobratović, B. Borovac, D. Surla, D. Stokić, *Biped locomotion*, Springer-Verlag, 1990.
- [2] R. Stojić, C. Chevallereau, "On the Stability of Biped With Point Foot-Ground Contact", *IEEE, International Conference on Robotics and Automation*, pp. 3340-3345, April 2000.
- [3] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Yokoi and H. Hirukawa, "A Realtime Pattern Generator for Biped Walking", *IEEE, International Conference on Robotics and Automation*, pp.31-37, Maj 2002.
- [4] S. Kudoh, T. Komura, "C² Continuous Gait-Pattern Generation for Biped Robots"
- [5] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Yokoi and H. Hirukawa, "The 3D Linear Inverted Pendulum Mode: A simple modeling for a biped walking pattern generator", *IEEE, International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pp. 239-246, Nov. 2001.
- [6] S. Kajita, F. Kanehiro, K. Kaneko, K. Fujiwara, K. Harada, K. Yokoi and H. Hirukawa, "Biped Walking Pattern Generation by using Preview Control of Zero-Moment Point", *IEEE, International Conference on Robotics and Automation*, Sep. 2003.

Abstract – A design procedure for biped locomotion planning by analogy with three dimensional inverted pendulum has been discussed in this paper. Motion equations of the one degree of freedom inverted pendulum satisfy stability criteria based on zero moment point. Gait generation algorithm covers both, the first and the second half stride in both, single and double stance mode. Simulation of seventeen degree of freedom biped in gait generation confirms the quality of the algorithm

BIPED LOCOMOTION PLANNING BY ANALOGY WITH INVERTED PENDULUM

Nenad Vukić, Ivan Jovanović,
Goran S. Đorđević, and Miomir Vukobratović