Zbornik radova 49. Konferencije za ETRAN, Budva, 5-10. juna 2005, tom IV
Proc. 49th ETRAN Conference, Budva, June 5-10, 2005, Vol. IV

MODELI ZA ANALITIČKU OCENU ALBEDA NISKOENERGETSKIH FOTONA

Rodoljub Simović, Srpko Marković, Vladan Ljubenov
Institut za nuklearne nauke VINČA, P. Fah 522, 11001 Beograd

Sadržaj – *Prikazani su monoenergetski modeli za ocenu refleksije fotona u području energija od 20 keV do 80 keV. U cilju jednostavnije procene refleksije i lakšeg projektovanja radiološke zaštite, izvedene su pomoću DP0 aproksimacije H-funkcije približne analitičke formule za η i R funkcije koje opisuju albedo fotona.*

1. UVOD

Pri proučavanju prostiranja zračenja kroz zaštitne materijale, kao i pri inženjerskom projektovanju, često se doze zračenja određuju aproksimativno i semianalitički. Primenjeni postupci zasnivaju se na rešavanju transportne jednačine kombinacijom modela jednog sudara i difuzione metode, a ponekad i na upotrebi faktora ugradnje (bildap faktora) [1]. Kada je cilj proračuna jačina doze zračenja koja je posledica refleksije od zidova objekta ili naciljane mete, umesto korišćenja faktora ugradnje primenjuje se koeficijent refleksije polubeskonačne sredine γ [2], ili na sličan način definisane funkcije η i R [3]. Dok koeficijent γ predstavlja odnos izlazne i ulazne struje fotona, dotle druge dve funkcije predstavljaju pogodno izabrane količnike flukseva unazad rasejanih fotona. Na primer, u slučaju R-funkcije, fotona reflektovanih jednim rasejanjem i fotona reflektovanih posle više uzastopnih rasejanja.

Refleksija niskoenergetskih fotona pripada području istraživanja koje nije dovoljno analitički razmatrano, niti dovoljno dokumentovano u postojećoj literaturi. Ovde će biti prikazani jednostavni modeli za procenu albeda fotona, koji počivaju na pretpostavci da se u domenu fotonskih energija od 20 keV do 80 keV neki elementi procesa rasejanja mogu sagledati kao približno energetski nezavisni, što značajno pojednostavljuje rešavanje transpotne jednačine fotona.

2. ALBEDO PROBLEM DEFINISAN ODNOSOM IZLAZNE I ULAZNE STRUJE FOTONA

Ranije je pokazano da se na osnovu klasične teorije monoenergetskog transporta čestica i pod pretpostavkom izotropne funkcije rasejanja i homogenog materijala mete, ukupan reflektovani fluks fotona $\phi(z=0,-\omega,\omega_0)$ može egzaktno analitički odrediti kao [2]

$$\phi(z=0,-\omega,\omega_0)=\frac{c}{2}\frac{H(c,\omega)H(c,\omega_0)}{\omega_0+\omega}, \quad \omega,\omega_0>0. \quad (1)$$

U gornjem izrazu argumenti funkcije ϕ su: $z=0$ - koordinata granične površine, ω - kosinus ugla koji vektor brzine fotona zaklapa sa pozitivnim smerom z-ose i ω_0 - kosinus ugla pod kojim fotoni iz spoljašnjeg izvora padaju na metu. Dodatno, na desnoj strani jednakosti (1), c predstavlja multiplikacionu konstantu, a $H(c,\omega)$ univerzalnu funkciju Ambarcumijana-Čandrasekara (H-funkciju). Vrednosti H-funkcije numerički su veoma precizno izračunate iteracijom njene singularne nelinearne integralne jednačine, i mogu se naći u literaturi [2] tabelirane za $c\in[0.1,1.0]$ i kosinus ugla $\omega\in[0,1.0]$.

U razmatranom slučaju monoenergetskog transporta, koeficijent refleksije poluprostora $\gamma(c,\omega_0)$ koji je definisan odnosom izlazne i ulazne struje fotona, glasi

$$\gamma(c,\omega_0)=-\frac{\int_{-1}^{0}\omega\phi(0,\omega,\omega_0)d\omega}{\int_0^1\frac{\omega}{\omega_0}\delta(\omega-\omega_0)d\omega}=1-\sqrt{1-c}\;\;H(c,\omega_0). \quad (2)$$

Valja istaći da se pri izvođenju gornjih izraza podrazumevalo da je izvor upadnih fotona ravanski, azimutalno simetričan, intenziteta koji odgovara jediničnoj struji fotona.

Pored iterativnog numeričkog načina, moguće je H-funkciju odrediti i približno analitički. Polazeći od dekompozicije fluksa

$$\phi(z,\omega,\omega_0)=\phi^{(0)}(z,\omega,\omega_0)+\phi^{s}(z,\omega,\omega_0), \quad (3)$$

gde $\phi^{(0)}$ i ϕ^{s} označavaju flukseve nesudarenih i sudarenih fotona na rastojanju z unutar materijala, i primenjujući uobičajenu DP0 aproksimaciju fluksa po kosinusu ugla, izvodi se za H-funkciju izraz [4]

$$H_{DP0}(c,\omega_0)=\frac{1+2\,\omega_0}{1+2\sqrt{1-c}\;\omega_0}\,. \quad (4)$$

Izrazi (2) i (4) omogućavaju da se struja reflektovanih fotona prikaže u analitičkom vidu kao proizvod struje inicijalnih fotona i koeficijenta $\gamma(c,\omega_0)$. U različitim oblastima primene transportne teorije koriste se analitički izrazi za fluks ili struju čestica dobijeni efikasnim aproksimacijama H-funkcije. Po analogiji sa formulom (4) nedavno su izvedene i druge aproksimacije, takođe u vidu jednostavnih matematičkih formula zadovoljavajuće ili čak visoke tačnosti, koje su pogodne i za analize problema refleksije i za projektovanje zaštite [5,6].

3. ALBEDO FOTONA ODREĐEN FUNKCIJAMA η I R

U procesu prostiranja niskoenergetskih fotona fotoelektrični efekt dominira nad Komptonovim rasejanjem. Kao posledica toga, u monoenergetskom modelu transportne jednačine parametar c ima vrednosti bliske nuli, a u ukupnoj refleksiji veoma je naglašen udeo jednom rasejanih fotona. Otuda se javila ideja da se ukupna refleksija matematički poveže sa reflektovanim fluksom jednom rasejanih fotona

[3]. Sa svoje strane, fluks jednom unazad rasejanih fotona može se jednostavno analitički odrediti, što dozvoljava da se formulišu kompaktni izrazi i za ukupnu refleksiju.

Jedan način pogodnog povezivanja flukseva ostvaruje se posredstvom η -funkcije koja je definisana kao odnos reflektovanih flukseva fotona koji su doživeli više od jednog sudara $\widetilde{\phi} = \phi^{(2)} + \phi^{(3)} + \ldots$ i fotona koji su doživeli samo jedan sudar $\phi^{(1)}$,

$$\eta = \frac{\widetilde{\phi}}{\phi^{(1)}} = \frac{\phi^{(2)} + \phi^{(3)} + \ldots}{\phi^{(1)}}, \tag{5}$$

a koja se u slučaju izotropne funkcije rasejanja može prikazati korišćenjem H- funkcije :

$$\eta(c,\omega,\omega_0) = H(c,\omega)\, H(c,\omega_0) - 1. \tag{6}$$

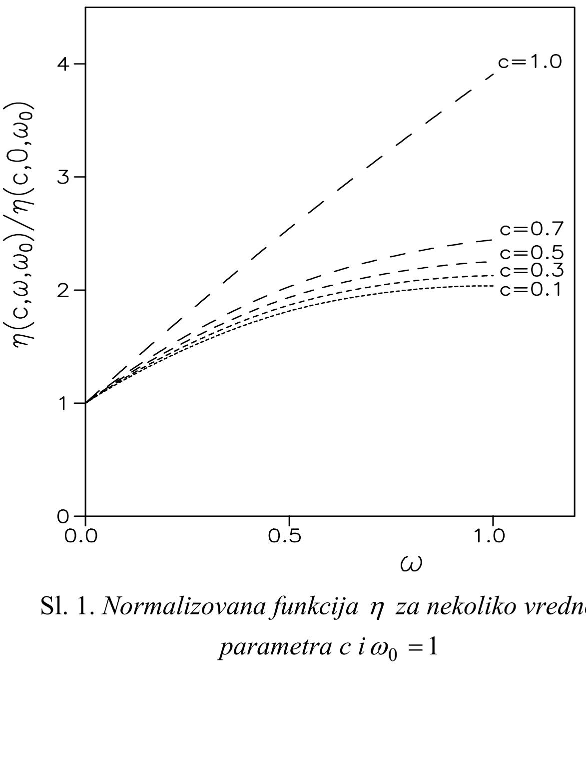
Drugi način je pomoću R -funkcije, koja predstavlja odnos reflektovanih flukseva jednom rasejanih fotona i svih reflektovanih fotona $\phi^{tot} = \phi^{(1)} + \phi^{(2)} + \ldots$,

$$R = \frac{\phi^{(1)}}{\phi^{tot}} = \frac{\phi^{(1)}}{\phi^{(1)} + \phi^{(2)} + \ldots}. \tag{7}$$

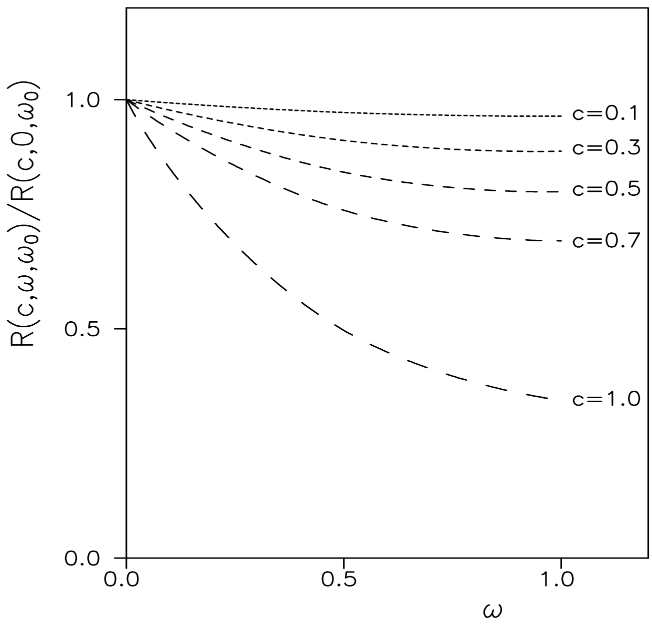
Funkcija *R* može se takođe lako formulisati posredstvom prethodno definisane funkcije η : $R = (1+\eta)^{-1}$. Uz pretpostavku o izotropnom modelu rasejanja fotona, *R*-funkcija predstavljena pomoću H-funkcije, glasi

$$R(c,\omega,\omega_0) = \frac{1}{H(c,\omega) H(c,\omega_0)}. \tag{8}$$

Na slikama 1 i 2 prikazane su funkcije η i R normalizovane na jedinicu za $\omega = 0.0$. Preliminarna analiza pokazuje da je *R*-funkcija pogodnija za upotrebu. U oblasti malih vrednosti parametra *c*, $c \le 0.3$, koje odgovaraju refleksiji niskoenergetskih fotona, promena normalizovane *R*-funkcije (odnosa $R(c,\omega,\omega_0)/R(c,0,\omega_0)$) u zavisnosti od kosinusa ugla pod kojim se fotoni reflektuju iznosi najviše oko 10%.



Sl. 1. *Normalizovana funkcija η za nekoliko vrednosti parametra c i $\omega_0 = 1$*



Sl. 2. *Normalizovana funkcija R za različite vrednosti parametra* c i $\omega_0 = 1$

To dozvoljava da se ova funkcija precizno aproksimira analitičkim formulama koje se mogu dobiti na osnovu prethodnog izraza (8) i nekoliko ranije izvedenih aproksimacija *H*-funkcije [4,6]. Pored toga, na osnovu definicije (7), preko funkcije *R* sledi neposredna veza ukupnog reflektovanog fluksa fotona i fluksa reflektovanih fotona jednim rasejanjem unazad: $\phi^{tot} = \phi^{(1)} / R$.

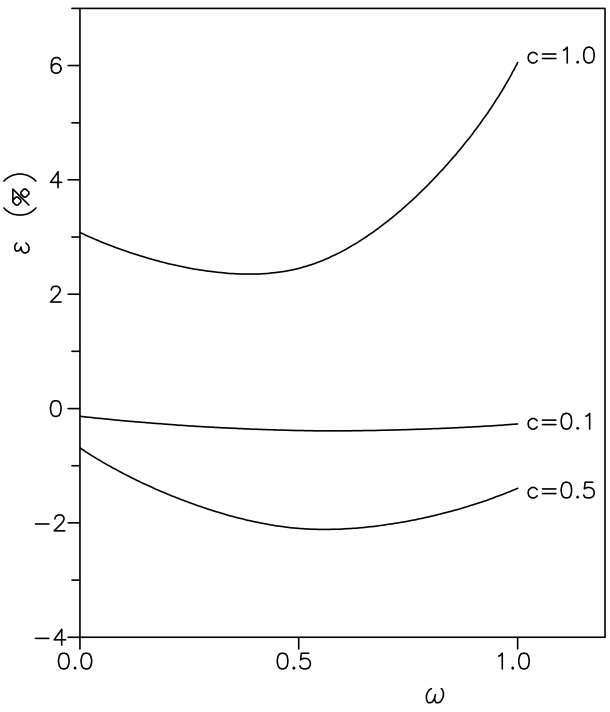
R-funkcija (kao, uostalom, i η -funkcija) zapisuje se u jednostavnom analitičkom obliku korišćenjem neke od približnih formula za fundamentalnu *H*-funkciju. Na primer, pomoću aproksimacije (2) funkcija *R* postaje

$$R(c,\omega,\omega_0) \approx \frac{1+2\sqrt{1-c}\,\omega}{1+2\omega}\,\frac{1+2\sqrt{1-c}\,\omega_0}{1+2\omega_0}. \tag{9}$$

Poslednji izraz predstavlja DP0 aproksimaciju *R*-funkcije.

Na slici 3 prikazana je veličina ε - relativna greška funkcije *R* računate DP0 aproksimacijom (9), u odnosu na tačnu vrednost, to jest, izraz (8) sa preciznim numeričkim vrednostima za H-funkciju. Kao što je već pomenuto, vrednosti H-funkcije tačne do na jedinicu pete (ili šeste) cifre mogu se preuzeti iz tabele XI klasične Čandrasekarove monografije [2].

Evidentno je da je jednostavna DP0 aproksimacija R-funkcije (9) veoma tačna u domenu malih vrednosti parametra c, $c \le 0.5$, kada se relativna greška kreće najviše do 2%. Sa druge strane, malim vrednostima parametra c odgovara refleksija niskoenergetskih fotona u kojoj dominira proces fotoapsorpcije, te se može zaključiti da formula (9) važi za energetski domen od 20 keV do 80 keV.



Sl. 3. *Relativna greška aproksimacije (9) za tri vrednosti parametra c i* $\omega_0 = 1$

4. REFLEKSIJA NISKOENERGETSKIH FOTONA OD RAVNE GVOZDENE METE

Formule (6) i (8) za funkcije η i R, prikazane u prethodnom poglavlju ovog rada, izvedene su na osnovu monoenergetskog modela transportnog procesa koji podrazumeva da se energija fotona ne menja bitno pre konačne refleksije. Na jednom primeru Monte Karlo proračuna niskoenergetske refleksije fotona od gvozdene mete biće pokazano koliko je ovaj model opravdan.

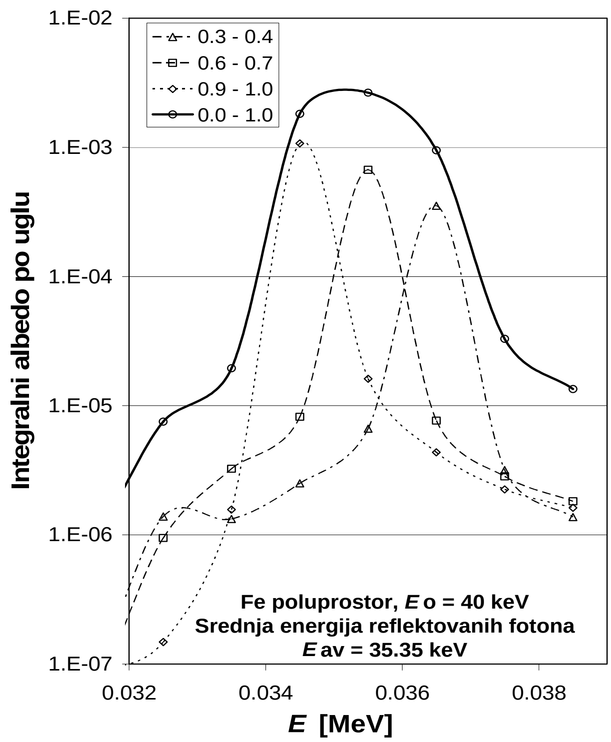
Korišćen je MCNP-4C kod sa standardnom bibliotekom podataka za fotone [7, 8]. Simulirana je refleksija fotona koji su upućeni na ravnu gvozdenu ploču pod pravim uglom ($\omega_0 = 1$) sa energijom od 40 keV. Pretpostavljeno je da je ploča velikih bočnih dimenzija i dovoljno debela da se svi fotoni u njoj isključivo apsorbuju ili reflektuju unazad. Podaci o reflektovanim fotonima grupisani su u 10 ugaonih i 20 energetskih intervala. Simulacijom je obuhvaćeno 10^9 istorija fotona što je obezbedilo statističku neodređenost manju od 1% za svaku ugaono-energetsku oblast.

Na slici 4 prikazan je albedo koeficijent (odnos izlazne i ulazne struje fotona) integrisan po kosinusu izlaznog ugla ω, za tri izabrana parcijalna intervala kosinusa ugla (različiti geometrijski simboli i isprekidane linije na dijagramu) i za čitav interval unazad rasejanih fotona (puna linija). Izračunato je da srednja energija reflektovanih fotona iznosi $E_{av} = 35.35$ keV. U okolini ove energije, integralni albedo koeficijent (za ukupni interval 0.0-1.0) ima izrazitu pik formu. Takođe, i integrisani albedo koeficijenti po izabranim parcijalnim intervalima kosinusa izlaznog ugla (0.3-0.4, 0.6-0.7 i 0.9-1.0) imaju veoma uske pikove. Ovi pikovi odgovaraju energijama fotona koji napuštaju metu u izabranim parcijalnim intervalima posle samo jednog rasejanja unazad.

Ukoliko se korišćenjem Klajn-Nišinine formule izračuna srednja energija koju foton izgubi jednim rasejanjem unazad, a da je imao inicijalnu energiju od 40 keV i bio upućen pod pravim uglom na metu, dobija se vrednost od 3.57 keV. Monte Karlo simulacijom dobijeno je da reflektovani fotoni u srednjem ostavljaju u meti 4.63 keV. Ovo ukazuje da preostalu energiju (oko 1 keV) fotoni predaju meti posredstvom višestrukog rasejanja, ali da procesom refleksije svakako dominira prvo rasejanje unazad.

Na osnovu Monte Karlo proračuna i kratke analize procesa komptonovskog rasejanja fotona može se zaključiti da se fotoni u ispitivanom slučaju reflektuju uglavnom posle jednog rasejanja unazad, i da je otuda njihova energija umanjena samo za nekoliko keV. Otuda je model monoenergetske refleksije, ili opštije rečeno, monoenergetskog transporta fotona, sasvim opravdan. Sa dozimetrijskog stanovišta, efekat zanemarivanja energetskog gubitka nije bitan, a pretpostavka da se fotoni reflektuju od mete sa energijom jednakom početnoj dovodi do precenjivanja računate doze, što predstavlja pogrešku u povoljnom smeru.

U niskoenergetskoj refleksiji fotona od gvozdene ravne mete, kao i od svake druge teške mete, na primer, olovne, dominira jednostruko rasejanje unazad. Time su opravdani modeli koji ukupnu refleksiju vezuju za refleksiju jednim rasejanjem unazad.



Sl. 4. *Albedo koeficijent integrisan po kosinusu izlaznog ugla* ω*, za fotone od 40 keV upućene pod pravim uglom na gvozdenu ravnu metu*

4. ZAKLJUČAK

U odnosu na ranije definisani koeficijent refleksije poluprostora γ, predstavljen količnikom izlazne i ulazne struje fotona, funkcije η i R formulisane su pomoću eksplicitno izdvojenog fluksa jednom unazad rasejanih fotona. To čini ove funkcije manje zavisnim od geometrije problema, ugla upada i ugla refleksije fotona, nego što je to slučaj sa koeficijentom refleksije γ. Dok je u literaturi naglasak bio na numeričkom i eksperimentalnom istraživanju funkcija η i R, ovde su razmatrani analitički postupci zasnovani na modelu monoenergetske refleksije koji ima svoje opravdanje u domenu energija fotona uobičajenih u medicinskim aplikacijama. Aproksimacija R-funkcije izrazom (9), koji je izveden na osnovu DP0 metode, omogućava da se ukupna refleksije niskoenergetskih fotona poveže sa refleksijom usled jednog rasejanja unazad, na potpuno analitički način.

LITERATURA

[1] A. B. Chilton, J. K. Shultis, R. E. Faw, *Principles of Radiation Shielding*, New Jersy, Prentice Hall Inc., 1984.

[2] S. Chandrasekhar, *Radiative Transfer*, Oxford University Press, London, 1950.

[3] E. Elias, A. Notea, Y. Segal, *Nucl. Instr. and Meth.,* **134**, pp. 331-338, 1976.

[4] R. Simović, J. Vukanić, *J. Quant. Specrosc. Radiat. Transfer*, **44**, pp. 59-71, 1999.

[5] B. Hapke, *Icarus*, **157**, pp. 523-534, 2002.

[6] R. Simović, S. Marković, *Nuclear Technology and Radiation Protection*, **19**, no. 2, pp. 47-51, 2004.

[7] MCNP^{TM} – A General Monte Carlo N-Particle Transport Code, Version 4C, LA-13709-M, Manual, (ed. J. E. Briesmeister), LANL, 2000.

[8] S. Marković, R. Simović, V. Ljubenov, *Nuclear Technology and Radiation Protection*, **19**, no. 1, pp. 39-45, 2004.

Abstract – This paper shows some monoenergetic models for estimation of photon reflection in the energy range from 20 keV to 80 keV. Using the DP0 approximation of the *H*-function we have derived the analytic expressions of the η and R functions in purpose to facilitate photon reflection analyses as well as the radiation shield designe.

MODELS FOR THE ANALYTIC ESTIMATION OF LOW ENERGY PHOTON ALBEDO

Rodoljub Simović, Srpko Marković, Vladan Ljubenov