

SPICE MODEL FOTODIODE ZA SINUSNU SVETLOSNU POBUDU

Miomira Lazović, Petar Matavulj, Jovan Radunović, *Elektrotehnički fakultet u Beogradu*

Sadržaj – Osnovna ideja rada je mogućnost upotrebe programa SPICE u modelovanje fotodiode. Izložen je način dobijanja odziva fotodiode na sinusnu svetlosnu pobudu. Prikazani su rezultati odziva fotodiode za različitu upadnu energiju i različitu frekvenciju pobudnog signala. Dobijeni rezultati su poređeni sa rezultatima FORTRAN programa. Zaključak je da je ovo jedan od puteva ka široj primeni programa SPICE u modelovanju fotodiode.

1. UVOD

Ovaj rad se bazira na početnoj pretpostavci da se program SPICE može iskoristiti isto tako dobro u modelovanju fotodiode kao što se već koristi u modelovanju lasera. Prethodna razmatranja na tu temu [1] i [2], su dokazala da se može napraviti SPICE model fotodiode za impulsnu svetlosnu pobudu. U ovom radu smo istupili korak dalje sa ciljem da napravimo opšti SPICE model fotodiode - za bilo koju svetlosnu pobudu.

Osnovni problem sa kojim se suočavamo u pokušaju da napravimo SPICE model fotodiode je taj da diferencijalna jednačina kontinuiteta ne može biti inkorporirana u program SPICE. Ona sadrži dve nezavisne promenljive: x - prostornu koordinatu i t - vremensku koordinatu, a program SPICE radi samo sa jednom nezavisnom promenljivom - t . Takođe ne možemo jednačinu kontinuiteta automatski integraliti po prostornoj koordinati zbog promene driftovske brzine nosilaca.

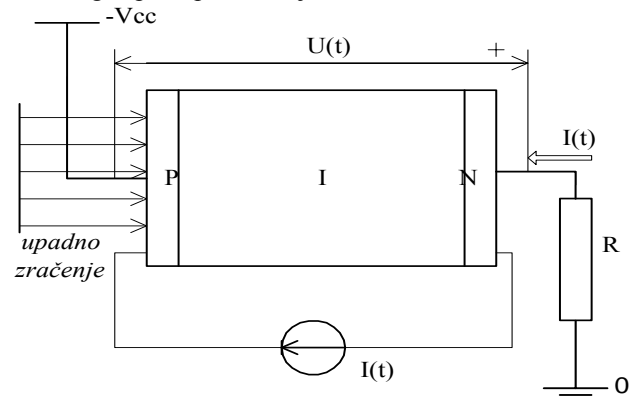
Problem rešavamo tako što, za zadatu vremensku funkciju upadnog signala, prvo odredimo rešenja jednačine kontinuiteta po x i t . Zatim ulazimo u SPICE sa funkcijom za koncentraciju nosilaca $n(\tau, t)$ gde je τ - vremenski ekvivalent x koordinate - $\tau = \frac{x}{v}$. U programu SPICE-u kreiramo potom niz potkola u kojima τ dobija svoju vrednosti za različito x ($x = 0, x = 0.025d, \dots$, do $x = d$), tako, da se u svakom momentu t u određenom potkolu izračunava $n(\tau, t) \upsilon(t) d\tau$. Sumiranjem ovih rezultata dobijamo ukupnu driftovsku komponentu struje.

Drugi problem koji se javlja u pokušaju da opišemo opšti SPICE model fotodiode je taj da se ne može proizvoljna vremenska funkcija, upadnog signala $F(t)$, zadati u SPICE-u u obliku $F(t-\tau)$ sa promenljivim parametrom τ . Zbog toga smo primorani da u određivanju koncentracije nosilaca $n(\tau, t)$, u potkolu, upotrebimo konkretan oblik funkcije $F(t-\tau)$, a ne opšti i proizvoljni oblik $F(t-\tau)$. To nas dalje dovodi do toga da moramo unapred da znamo sa kojom funkcijom $F(t)$ rešavamo odziv fotodiode. Zbog toga smo kreirali nekoliko različitih SPICE programa u kojima se rešava odziv fotodiode na definisanu pobudu.

Verovatno su neki od najinteresantnijih pobudnih signala *Heaveside*-ova i sinusna pobuda, a u ovom radu će biti izloženi neki elemente ove druge. Razlog da se opredelimo da ovde predstavimo sinusnu pobudu leži još i u tome što se bilo koja funkcija upadnog signala na kraju može transformisati u sumu sinusnih i kosinusnih funkcija.

2. EKVIVALENTNI MODEL

Za predstavljeni model fotodiode prikazan na Sl. 1. napravljene su početne pretpostavke kao u [1] i [2] i [5] a one su: 1) generacija nosilaca u n i p regionu se zanemaruje zbog neznatne širine tih oblasti, 2) struje difuzije se zanemaruju, 3) ne postoji uticaj prostornog naelektrisanja, 4) struja mraka se zanemaruje, 5) nelinearnost postoji i rezultat je promene inverznog napona polarizacije diode.



Sl. 1. *P-i-n* fotodiode inverzno polarisana naponom $U(t)$. *P-i-n* struktura se, kada je osvetljena, ponaša kao strujni izvor $I(t)$.

Promena napona polarizacije u vremenu je data izrazom (1).

$$U(t) = V_{CC} - RI(t). \quad (1)$$

Fotostruja koja je posledica samo drifta u i oblasti (p i n oblast su zanemarljive dužine u odnosu na i oblast) je data jednačinom (2):

$$J(x, t) = qn(x, t)v_n(t) + qp(x, t)v_p(t). \quad (2)$$

Koncentracije slobodnih elektrona i šupljina $n(x, t)$ i $p(x, t)$ u i oblasti, generisane upadnim svetlosnim signalom, mogu se odrediti iz jednačina kontinuiteta (3a) i (3b):

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} (n \bar{v}_n) = G_{op}(x, t), \quad (3a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} (p \bar{v}_p) = G_{op}(x, t). \quad (3b)$$

Ovaj rad je sponzorisan od strane ministarstva za nauku tehnologiju i razvoj Republike Srbije na osnovu projekta teorijska analiza elektronskih i optičkih karakteristika nanostrukture

$$G_{op}(x,t) = \alpha I e^{-\alpha x} \sin(\omega t) \text{ za } \sin(\omega t) \geq 0, \text{ tj.}$$

$$G_{op}(x,t) = 0 \text{ za } \sin(\omega t) \leq 0, \quad (4a)$$

$$I = \frac{W}{\frac{hc}{\lambda} S}, \quad (4b)$$

Izrazi (4a) i (4b) određuju meru fotogenerisanih nosilaca u i oblasti a intenzitet svetlosti se dobija iz odnosa upadne energije W i površine fotodiode prema izrazu (4b). Sada, umesto da rešavamo sistem jednačina (3a), (3b) i (4a) mi možemo napisati izraz za generaciju nosilaca (4a) na sledeći način:

$$G_{op}(x,t) = \alpha I e^{-\alpha x} \int_0^{\infty} \delta(\tau) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau. \quad (5)$$

Izrazom (5) predstavljamo svetlosnu pobudu kao integral Dirack-ove funkcije po fiktivnoj promenljivoj τ . To nam daje prostora da iskoristimo izraze koje smo dobili u [1] i [2], i da preko ovako predstavljenog integrala odredimo srednje vrednosti koncentracija nosilaca kao:

$$\langle n(t) \rangle = \int_0^{t \leq \frac{d}{v_n}} (1 - \exp(-\alpha d + \alpha v_n \tau)) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau, \quad (6a)$$

$$\langle p(t) \rangle = \int_0^{t \leq \frac{d}{v_p}} (\exp(-\alpha v_p \tau) - \exp(-\alpha d)) \sin(\omega t - \omega \tau) d\tau. \quad (6b)$$

U jednačinama (6a) i (6b), promenljiva τ dobija svoje konkretno značenje i ona predstavlja vremenski ekvivalent x koordinate. Usrednjavanje je vršeno po x koordinati.

Vrednosti za driftovske komponente struje su date izrazima (7a) i (7b):

$$v_n = \mu_n \frac{U(t) - V_b}{d}, \quad (7a)$$

$$v_p = \mu_p \frac{U(t) - V_b}{d}, \quad (7a)$$

gde je $U(t)$ trenutna vrednost napona polarizacije a V_b ugrađeni napon fotodiode.

Driftovske komponente struja određujemo iz izraz (8a) i (8b) kao:

$$\langle I_n(t) \rangle = qS \langle n(t) \rangle v_n(t), \quad (8a)$$

$$\langle I_p(t) \rangle = qS \langle p(t) \rangle v_p(t). \quad (8b)$$

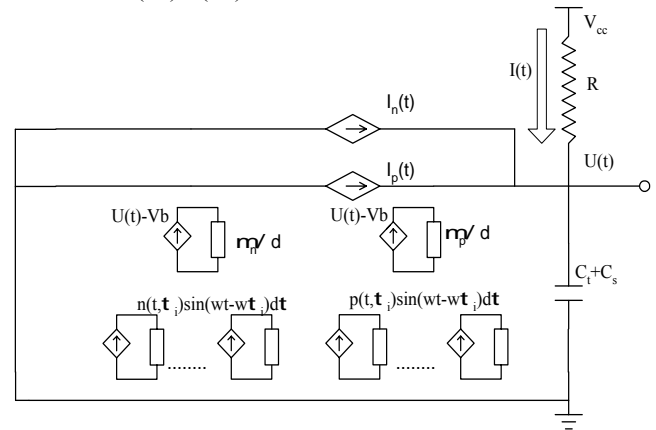
Da bi se odredila vrednost struja potrebno je integraliti izraze (6a) i (6b) po promenljivoj τ . Kako smo već naveli da program SPICE ne poznaje drugu nezavisnu promenljivu, preostalo nam je sledeće - kreirali smo niz potkola u kojima se rešavaju izrazi:

$$n_k = (1 - \exp(-\alpha d + \alpha v_n \tau_k)) \sin(\omega t - \omega \tau_k) \Delta \tau_k, \quad (9a)$$

$$p_k = (\exp(-\alpha v_p \tau_k) - \exp(-\alpha d)) \sin(\omega t - \omega \tau_k) \Delta \tau_k, \quad (9b)$$

gde se indeks k odnosi na redni broj potkola.

U program SPICE smo ubacili po 40 potkola za određivanje srednje koncentracije elektrona i 40 potkola za određivanje srednje koncentracije generisanih šupljina sa korakom inetgracije $\Delta \tau = 0.025t$. Tako se u jednom od potkola izračunava srednja koncentracija elektrona tj. šupljina prema izrazima (9a) i (9b).



Sl. 2. Ekvivalentno električno kolo p - n fotodiode za sinusnu svetlosnu pobudu. Strujni izvori $I_n(t)$ i $I_p(t)$ su određeni potkolima. C_t i C_s su kapacitivnost oblasti prostornog tovara odnosno parazitna kapacitivnost.

Brzine elektrona i šupljina date izrazima (7a) i (7b) se određuju iz dva dodatna potkola.

Srednje struje elektrona i šupljina koje se dobijaju iz izraza (8a) i (8b), su u glavnom kolu predstavljena kao dva strujna generatora zavisna od ostalih potkola.

Na kraju još uračunavamo i struju pomeraja, koja utiče na promenu jednačine (1) u izraz (10):

$$U(t) = V_{CC} - RI(t) - RC_t \frac{\partial U(t)}{\partial t}, \quad (10)$$

gde je C_t kapacitivnost oblasti prostornog tovara.

Od svih predstavljenih jednačina i izraza kreiramo kolo čiji je izgled predstavljen na Sl 2. Ulazni podaci za ovo kolo su intenzitet svetlosne pobude I i frekvencija upadnog svetlosnog signala. Izlazni podatak eksplicitno govoreći je $U(t)$, a pored toga se mogu još odrediti brzine nosilaca $v_n(t)$ i $v_p(t)$ kao i struje nosilaca $I_n(t)$ i $I_p(t)$.

3. REZULTATI SPICE ANALIZE

Da bi se proverila tačnost rezultata dobijena programom SPICE, gde smo upotreбили konkretan broj potkola (20 i 40) za određivanje srednje struje nosilaca, rezultati su poređeni sa ekvivalentnim FORTRAN programom. Osnovna razlika između FORTRAN i SPICE programa je u ovom slučaju ta da se u FORTRAN-u korak integracije definiše kao konstantan $\Delta \tau = 0.01ps$ (što dovodi do promenljivog broja iteracija - za integraljenje do $t = 1ps$ broj iteracija je 100, a za integraljenje do $t = 10ps$ broj iteracija je 1000), dok u SPICE

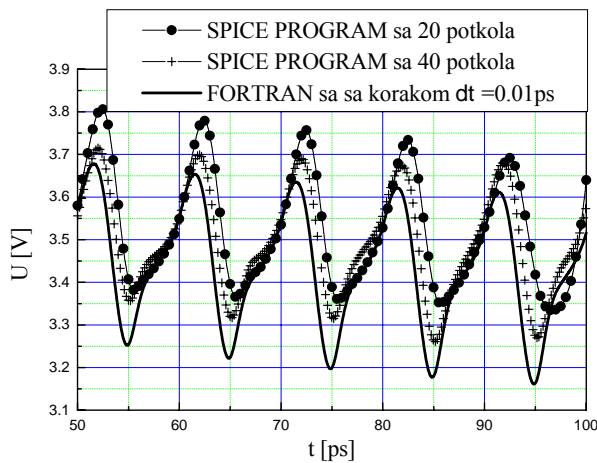
programu koristimo isti broj iteracija - potkola sa prome-nljivim korakom integracije $\Delta \tau = 0.025t$.

Za računanje odziva fotodiode upotrebljeni su parametri fotodiode dati u tabeli 1.

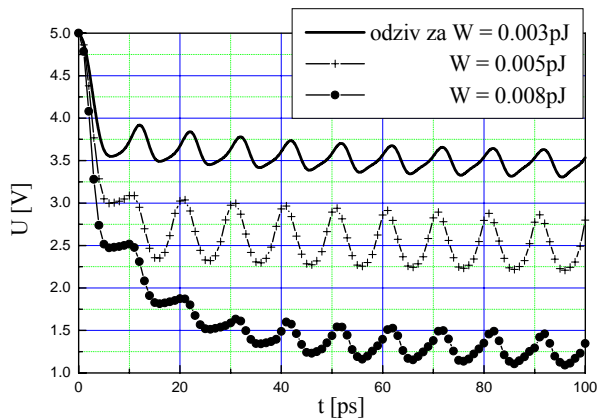
Tabela 1. Parametri *p-i-n* fotodiode upotrebljeni pri određivanju odziva ekvivalentnog električnog kola.

$\alpha = 10^4 \text{cm}^{-1}$	$\lambda = 0.8 \mu\text{m}$
$d = 5 \mu\text{m}$	$S = 700 \mu\text{m}^2$
$\mu_n = 7500 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$	$\mu_p = 420 \frac{\text{cm}^2}{\text{Vs}}$
$R = 50 \Omega$	$\epsilon_r = 12$
$V_d = 0.6 \text{V}$	$V_{CC} = 5 \text{V}$
$C_s = 0. \text{pF}, 1 \text{pF}$	

Kao prvo, razlika u rezultatima SPICE programa i FORTRAN-a zavisi od intenziteta upadnog signala i njegove frekvencije. Na Sl. 3 je prikazana tipična razlika u rezultatima kao primer kako se sa povećanjem broja potkola u SPICE-u smanjuje greška SPICE programa.



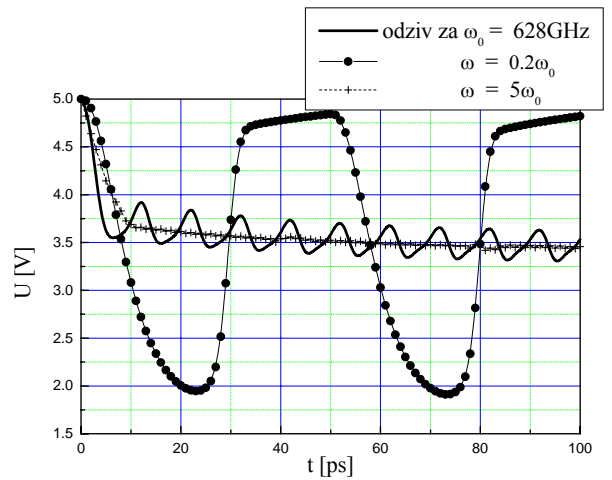
Sl. 3. Odziv dobijen FORTRANOM i programom SPICE za 20 i 40 potkola. Pobudni signal je energije $W = 0.003 \text{pJ}$, i frekvencije $\omega = 628 \text{GHz}$.



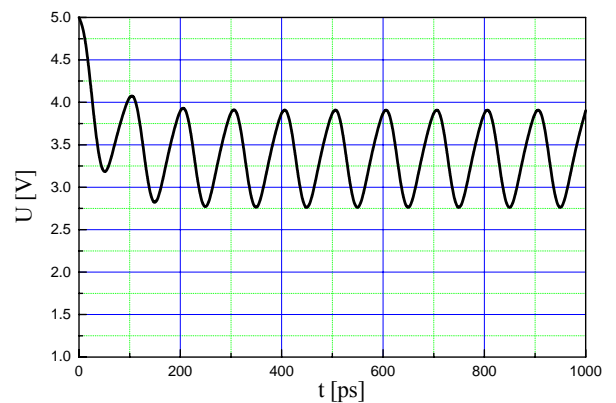
Sl. 4. Odziv SPICE-a (za 40 potkola) za različitu upadnu energiju. $V_{CC} = 5 \text{V}$, $R = 50 \Omega$, $\omega = 628 \text{GHz}$ i $C_s = 0$.

Ovde, na Sl. 3, smo odabrali da prikazemo samo deo rezultata radi jasnijeg uočavanja detalja. Maksimalna greška u poređenju vrednosti SPICE programa i FORTRAN programa je za vrednost $t = 95 \text{ps}$ reda 3 % za 40 potkola, dok je za 20 potkola ona veća i iznosi reda 6 %. Kao što se može zaključiti sa povećanjem broja potkola za 2 puta, greška se smanjuje 2 puta. Jasno je da tako možemo skoro neograničeno povećavati broj potkola, ali time ćemo značajno povećati i vreme rada programa.

Sledeće što smo smatrali interesantnim za prikaz je kako se za istu frekvenciju menja odziv za različitu energiju upadnog zračenja i dobijeni rezultati su prikazani na Sl. 4. Jasno je izraženo da promena srednje vrednosti napona polarizacije zavisi od intenziteta upadnog zračenja, i raste sa njegovim porastom. Odziv ovde prati sinusnu pobudu, ali je sinusoidni signal nedovoljno jasno izražen iz razloga što dioda ne stigne kompletno da se isprazni a već dolazi do novog signala.



Sl. 5. Odziv SPICE-a (za 40 potkola) za različitu frekvenciju upadnog signala. $V_{CC} = 5 \text{V}$, $R = 50 \Omega$, $W = 0.003 \text{pJ}$ i $C_s = 0$.



Sl. 6. Odziv SPICE-a (za 40 potkola) za frekvenciju upadnog signala $\omega = 62.8 \text{GHz}$. $V_{CC} = 5 \text{V}$, $R = 50 \Omega$, $W = 0.003 \text{pJ}$ i $C_s = 1 \text{pF}$.

Na Sl. 5. prikazani su rezultati za različitu upadnu frekvenciju svetlosnog signala. S obzirom na minimalno vreme odziva ove fotodiode izvedeno u [2] $\tau_r = 11 \text{ps}$, odzivi za frekvencije reda $f > 100 \text{GHz}$ neće se primetiti jer

fotodioda ulazi u režim zasićenja. To znači da se fotodioda mnogo brže puni nosiocima nego što se prazni i struja gubit oscilatorni karakter pobudnog signala. Takav efekat se na Sl. 5 primećuje za frekvencije reda $\omega = 5\omega_0$. Takođe, kod frekvencija značajno manjih od 100GHz, na Sl. 5 za $\omega = 0.2\omega_0$, dioda stigne (na vreme) da se isprazni, i fotostruja u potpunosti prati oscilatorni karakter pobude. (Ovde samo da napomenemo da pod vremenom pražnjenja podrazumevamo vreme za koje je potrebno da se vrednost izlaznog napona vrati na vrednost od $0.99 V_{CC}$).

Kako vreme odziva zavisi od parazitne kapacitivnosti kao što je dato u [2], ukoliko radimo sa parazitnom kapacitivnošću reda $C_s = 1\text{pF}$ vreme odziva fotodiode postaje $\tau_r = 108\text{ps}$, što znači da pobudna frekvencija mora da bude manja od $f = 10\text{GHz}$.

Na Sl. 6. prikazan je odziv za frekvenciju upadnog zračenja od $\omega = 62.8\text{ GHz}$ i parazitnom kapacitivnošću $C_s = 1\text{pF}$. Slika 6. prati dobijene rezultate na Sl. 4, za $W = 0.003\text{pJ}$ samo u 10 puta većim vremenskim intervalima.

4. ZAKLJUČAK

Ukoliko FORTRAN-ske rezultate smatramo egzaktnim, (a to možemo učiniti jer sa daljim smanjivanjem koraka integraljenja u FORTRAN-u nismo dobili promenu u odzivu) onda možemo reći da smo sa SPICE-om u kome je upotrebljeno 40 potkola (za sumiranje koncentracije elektrona i 40 potkola za sumiranje koncentracije šupljina) postigli tačnost veću od 5%.

U ovom radu je prikazan samo deo rezultata, koje dobijamo putem SPICE-a, i to odziv na sinusnu pobudu kao karakterističan. Smatramo da je ovim otvoren put ka rešavanju opšteg slučaja bilo koje pobude.

Verujemo da ćemo u daljim razmatranjima koristiti nekolicinu specifičnih SPICE programa u kompilaciji sa MATLAB-om.

Svi dobijeni rezultati ukazuju na to da se ovakvim SPICE programom može uspešno vršiti analiza odziva fotodiode.

LITERATURA

- [1] M.V.Lazović, P.S.Matavulj i J.B.Radunović, "Odziv fotodiode na impulsnu svetlosnu pobudu dobijen programom SPICE, *Zbornik XLVII konferencije ETRAN*, vol. 4, pp. 165-168, Herceg Novi, 2003.
- [2] M.V.Lazović, P.S.Matavulj, J.B.Radunović, "Equivalent electric circuit for the puls light excitation of the P-I-N photodiode", papers accepted for printing in the June 20, 2004 issue of *Microwave and Optical Technology Letters*.
- [3] W. Chen and S. Liu, "PIN Avalanche Photodiodes Model for Circuit Simulation", *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol.32 no.12, pp.2105-2111, 1996.
- [4] S.M. Sze, "Physics of Semiconductor Devices", "A Wiley-Interscience publication" 1981.
- [5] P.S. Matavulj, D.M. Gvozdić and J.B. Radunović, "The Influence of Nonstationary Carrier Transportation the Bandwidth of P-i-N Photodiode", *Journal of Lightwave Technology*, vol.15, no.12, pp.2270-2277, 1997.
- [6] M. Dentan and B.De Cremouxs, "Numerical Simulation of the Nonlinear Response of the p-i-n Photodiode Under High Illumination", *Journal of Lightwave Technology*, vol.8, no.8, pp.1137-1144, 1990.

Abstract – The basic idea of this paper is the possibility of the SPICE modeling of the photodiode. It presents the way of getting results for the sinus light excitation. The results of response of the photodiode for different input energy and different frequency of the excitation are obtained. The results are compared with the results of FORTRAN program. This is one way of a wider application of the SPICE modeling of the photodiode.

SPICE MODEL OF THE PHOTODIODE FOR THE SINUS LIGHT EXCITATION

Miomira Lazović, Petar Matavulj and Jovan Radunović