

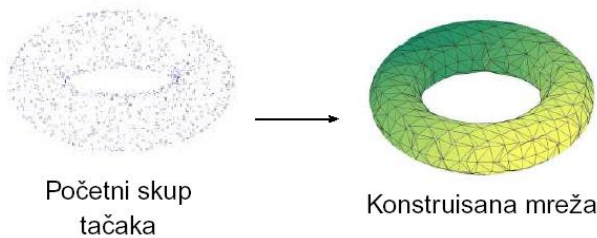
## AUTOMATIC CONSTRUCTION OF SURFACE MODEL

Miroslav Marić, Filip Marić, Žarko Mijajlović, Boško Jovanović  
School of Mathematics, University of Belgrade, Belgrade, Serbia and Montenegro  
Contact: maricm@matf.bg.ac.yu

**Abstract** - Our primary goal is surface reconstruction by use of data obtained by 3D scanning. We describe method and its implementation for automatic construction of surface model (triangular mesh) from unorganized set of points. The method doesn't exploit any additional knowledge in specific problem instances like topological type of the surface, structure of the data, orientation information, etc. In our case, set of points can be an unorganized, noisy sample of an unknown surface that can have almost arbitrary geometrical type, and may contain tangent plane discontinuities such as creases and corners.

### 1. UVOD

Problem koji rešavamo može se formulirati na sledeći način: Na osnovu poznatog skupa tačaka  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \in R^3$  koji leži blizu površi  $U$ , konstruisati trougaonu mrežu koja aproksimira površ  $U$  (Sl.1). Motiv za rešavanje ovakvog problema potekao je od potrebe za obradom podataka sa laserskog 3D skenera koji posedujemo.



Sl.1. Formulacija problema

Ponudeni algoritmi za rešavanje ovakvog i sličnih problema imali su bitna ograničenja i pretpostavke. Dodatne informacije potrebne za realizaciju ovih algoritama su na primer: topološki tip površi, podaci o orijentaciji površi, podaci o strukturi polaznog skupa tačaka... Algoritam koji smo implementirali je opštiji:

- $X$  može da bude proizvoljan skup tačaka
- Uzorak  $X$  može da bude šumovit
- Površ  $U$  može da sadrži oštre ivice i čoškove.

Ipak, površ koja se rekonstruiše mora da zadovoljava određene uslove:

- Površ ne sme da bude samopresecajuća
- Listovi ne smeju da budu preblizu

### 2. NUMERIČKI PARAMETRI ALGORITMA

Uvedimo parametre algoritma. Neka je greška  $\delta$  što znači da je svako  $x_i = y_i + e_i$  gde  $y_i \in U$  i  $\|e_i\| < \delta$ .

Pretpostavimo da je gustina uzorka  $\rho$  što znači da svaka kugla sa centrom na površi  $U$  sadrži bar jednu tačku bešumnog uzorka.

Sa ovako uvedenim parametrima  $\delta$  i  $\rho$  možemo precizno definisati ograničenja:

- Detalji površi  $U$  koji su manji od  $\rho$  i  $\delta$  ne mogu se uspešno rekonstruisati
- Rastojanje tačaka uzetih sa različitih listova površi bi trebalo da bude bar  $\rho + \delta$  a rastojanje listova bar  $\rho + 3\delta$
- $p$  ne može da pripada površi  $U$  ukoliko je  $d(p, X) > \rho + \delta$

### 3. ALGORITAM

Algoritam se sastoji od tri faze:

1. Konstrukcija inicijalne mreže i određivanje topološkog tipa površi
2. Popravljanje geometrije inicijalne mreže
3. Optimizacija inicijalne mreže

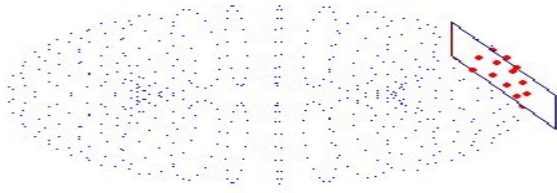
U ovom radu bavićemo se prvom fazom – konstrukcijom inicijalne mreže. Ključni deo te faze predstavlja računanje funkcije označenog rastojanja. Funkcija označenog rastojanja predstavlja rastojanje tačke od površi  $d_U(p) = \pm d(p, U)$  pri čemu znak zavisi od toga sa koje strane površi  $U$  se nalazi tačka  $p$ . Imajući u vidu definiciju funkcije označenog rastojanja  $U$  se može predstaviti kao  $\{p \in R^3 : d_U(p) = 0\}$

Pošto je  $d_U$  nepoznata funkcija aproksimiramo je sa  $\tilde{d}_U$  koja je definisana u blizini skupa  $X$  i predstavlja rastojanje date tačke prostora od aproksimacije površi  $U$  njenim tangentnim ravnima.

Konstrukcija inicijalne mreže izvodi se u četiri koraka koje čine:

- Konstrukcija tangentnih ravni
- Orijentacija tangentnih ravni
- Izračunavanje funkcije označenog rastojanja
- Konstrukcija mreže

Konstrukcija tangentnih ravni predstavlja pridruživanje odgovarajuće ravni svakoj od tačaka iz  $X$ . Ravan predstavljamo centrom  $c_i$  i vektorom normale  $n_i$ . Svakoj tački pridružimo skup  $K(x_i) = \{x \in X : d(x, x_i) < \rho + \delta\}$  koji predstavlja njenu okolinu. Ravan koju tražimo za svaku od tačaka iz  $X$  je ona koja najbolje srednje-kvadratno aproksimira tačke okoline  $K(x_i)$ .

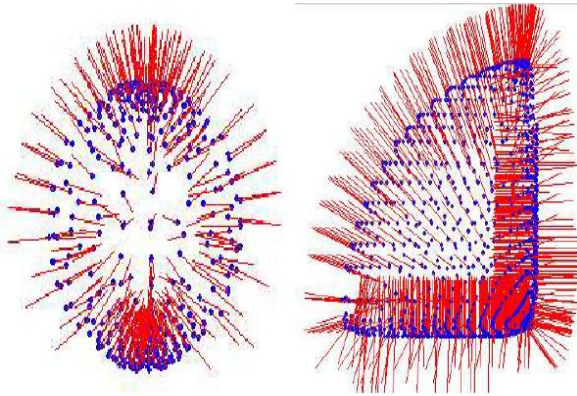


Sl.2. Okolina tačke

Da bi poboljšali kvadratnu složenost brute-force algoritma za nalaženje okoline svake od tačaka koristimo tehnike particioniranja prostora. Prostor podelimo u kocke jednake veličine i u trenutku inicijalizacije podataka svaku od tačaka pridružujemo kocki prostora kojoj pripada. Okolne tačke tražimo samo po kockama koje su susedne kocki kojoj tačka pripada.

Centar tangente ravni određujemo kao težište skupa  $K(x_i)$  Normalu  $n_i$  određujemo kao sopstveni vektor koji odgovara najmanjoj po modulu sopstvenoj vrednosti matrice kovarijacije vektora iz  $K(x_i)$ .

Nakon konstrukcije normala tangentskih ravni, primećuje se da one nisu konzistentno usmerene kao na Sl.3.



Sl.3 Nekonzistentno usmerene normale

Kod glatkih površi ukoliko su centri  $c_i$  i  $c_j$  dveju tangentskih ravni geometrijski blizu normale bi trebale da budu skoro paralelne tj.  $n_i \cdot n_j \approx \pm 1$ .

Ukoliko je  $n_i \cdot n_j \approx -1$  orijentacija jedne od normala bi trebalo da se promeni.

Problem nastaje na mestima gde su oštre ivice i čoškovi tj.  $|n_i \cdot n_j| \neq 1$ .

Problem pronalaženja konzistentne orijentacije normala rešavamo uz pomoć grafa. Čvorovi grafa su centri tangentskih ravni. Grane grafa spajaju čvorove koju su geometrijski bliski tj. one za koje važi:  $\|c_i - c_j\| < \rho + \delta$

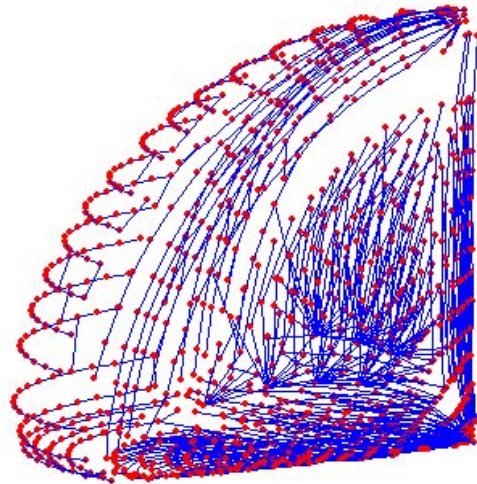
Problem pronalaženja konzistentne orijentacije grafa svodi se na dodeljivanje broja  $b_i = \pm 1$  svakom čvoru grafa tako da se maksimizuje:

$$\sum_{i,j \in E} b_i n_i \cdot b_j n_j$$

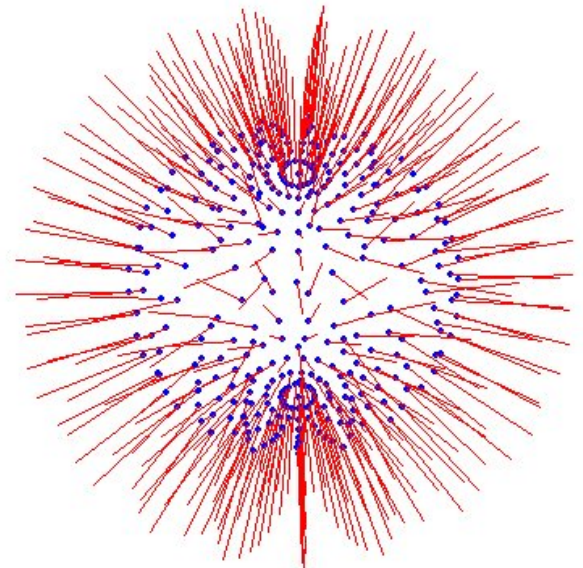
Medjutim, navedeni problem pronalaženja najkonzistentnije orijentacije normala je NP težak. Zadovoljavamo se približnim rešenjem koje nalazimo "gramzivim" pristupom propagacije orijentacije normala tako što obilazimo čvorove

grafta orijentišući normalu u svakom narednom čvoru tako da bude u skladu sa orijentacijom u prethodnom.

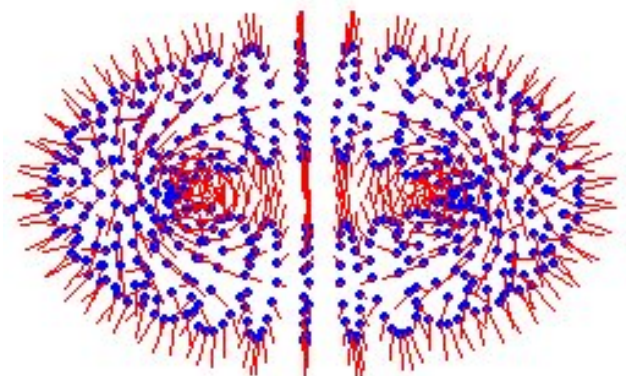
Obilazak bi trebao da izbegava prelazak preko oštih ivica i čoškova a da favorizuje kretanje preko glatkih delova površi. Svakoj grani  $(c_i, c_j)$  pridružujemo težinu:  $1 - |n_i \cdot n_j|$  a redosled obilaska određujemo pronalaženjem minimalnog povezujućeg stabla u težinskom grafu. Na Sl.4. može se videti redosled obilaska čvorova. Na Sl.5. i Sl.6. prikazani su primeri uspešno orijentisanih normala.



Sl.4. Primer minimalnog povezujućeg stabla



Sl.5. Uspešno orijentisane normale

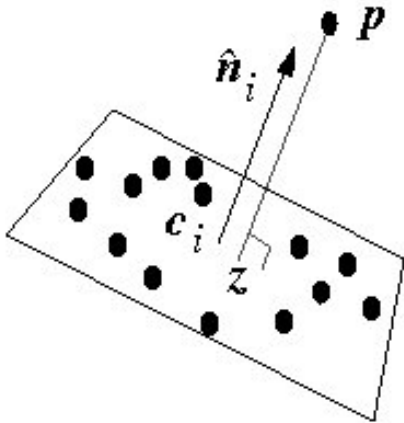


Sl.6. Uspešno orijentisane normale

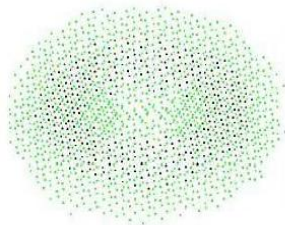
Sada kada imamo aproksimaciju površi tangentnim ravnima sa konzistentno usmerenim normalama možemo izračunati

funkciju označenog rastojanja. Da bi izračunali  $\tilde{d}_U(p)$  potrebno je odrediti koja od konstruisanih tangentnih ravni najbolje aproksimira površ  $U$  u blizini tačke  $p$ . Za tu ravan biramo onu čiji je centar najbliži tački  $p$ . Funkciju računamo uz pomoć formule (1).

$$\tilde{d}_U(p) = (p - c_i) \cdot n_i \quad (1)$$



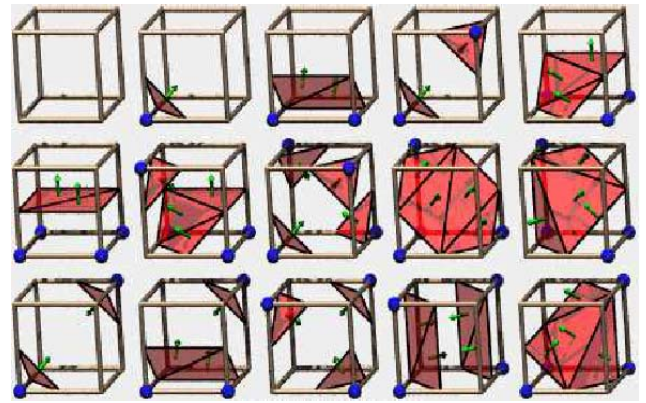
Sl.7. Računanje označenog rastojanja



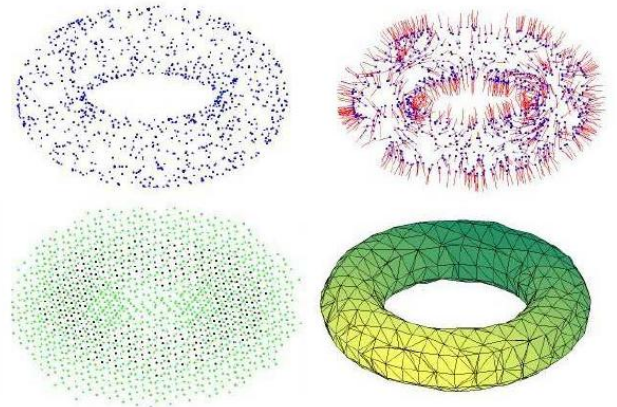
U zelenim tačkama je  $\tilde{d}_U \geq 0$  a u crnim je  $\tilde{d}_U < 0$

Sl.8. Primer izračunate funkcije označenog rastojanja u temenima podele prostora

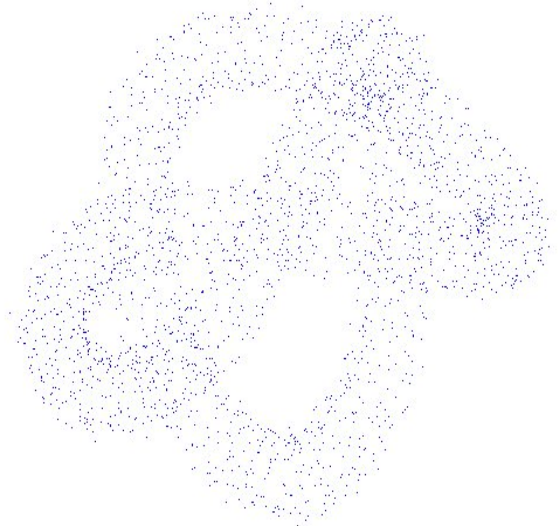
Inicijalnu mrežu konstruišemo korišćenjem "marching cubes" algoritma. Ideja je da se prostor u okolini skupa  $X$  podeli na kocke određene dimenzije  $(\rho + \delta)$ . U svakom temenu  $p$  kocke se izračunava aproksimacija funkcije označenog rastojanja i na osnovu dobijenog znaka se određuje sa koje strane površi  $U$  se ono nalazi. Ukoliko dva temena kocke leže na suprotnim stranama površi  $U$  na toj ivici leži tačka površi  $U$ , tj. na toj ivici postoji tačka  $p$  takva da je  $d_U(p) = 0$ . Pozicija te tačke se određuje interpolacijom funkcije duž pomenute ivice. Pronađenu tačku  $p$  proglašavamo jednim od temena konstruisane mreže.



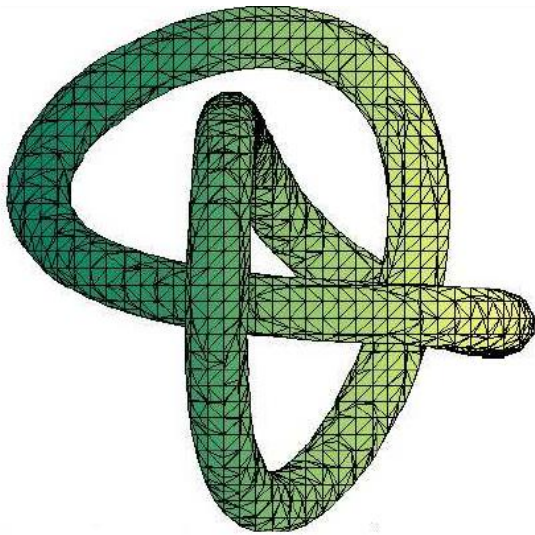
Sl.9. Mogući slučajevi u realizaciji "marching cubes" algoritma



Sl.10. Rezultati



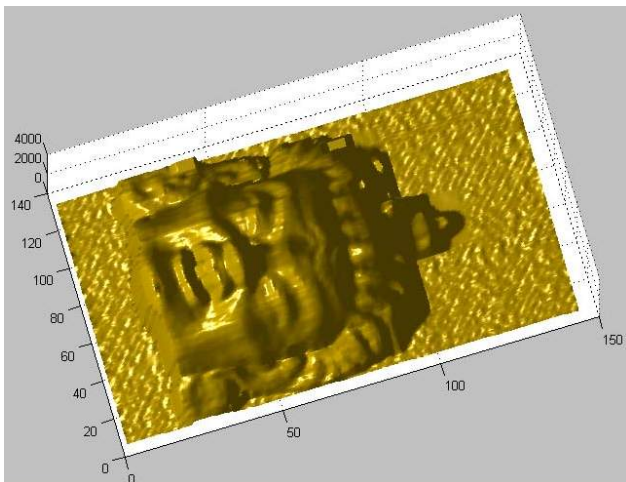
Sl.11. Neorganizovan skup tačaka



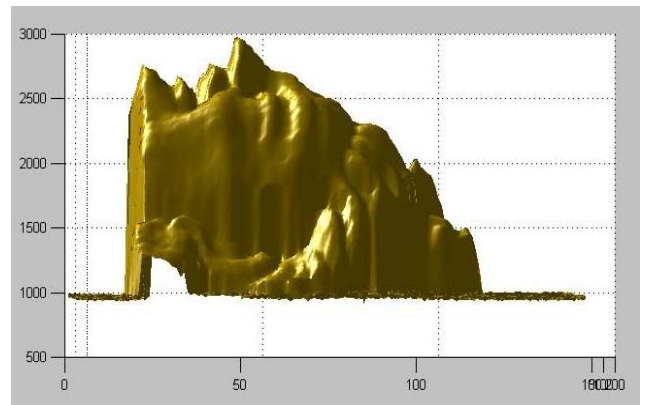
Sl.12.Konstruisana inicijalna mreža

#### 4. PRIMENE

Prikazani algoritam kao i mnogi drugi koje koristimo za obradu podataka dobijenih sa laserskog skenera omogućavaju nam da izvršimo digitalizaciju predmeta od kulturno istorijskog značaja. Na Sl.13., Sl.14. i Sl.15. može se videti primer predmeta koji je skeniran a zatim i obrađen našim metodama.



Sl.13.Rimski predmet



Sl.14. Rimski predmet - profil



Sl.15. Rimski predmet – odozgo

#### LITERATURA

- [1] W. E. Lorensen and H. E. Cline. *A High Resolution 3D Surface Construction Algorithm*, *Computer Graphics* (Proceedings of SIGGRAPH '87), Vol. 21, No. 4, pp. 163-169.
- [2] H.Hoppe. *Surface reconstruction from unorganized points*, FENS University of Washington, Dissertation 1994. .
- [3] M. J. Turner, J. M. Blackledge, P. R. Andrews, *Fractal Geometry in Digital Imaging*, Academic Press, 1998
- [4] Ž. Mijajlović, D. Urošević. *An algorithm for recognition of linear surfaces*, Proceeding "CFT Varna 2002", workshop "Multiscale approximations(wavelets, splines, RBF) and applications to Image and Signal Processing"