

OCENA GREŠKE MERENJA FAKTORA IZOBLIČENJA STOHAŠTIČKIM INSTRUMENTOM

Vladimir Vujičić, Ivan Župunski, Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu

Sadržaj – U radu je izvedena ocena granice relativne greške merenja faktora izobličenja, kada se merenje obavlja generalisanim stohastičkim instrumentom za merenja na niskim učestanostima. Pokazuje se da granica relativne greške merenja faktora izobličenja linearno zavisi od granice apsolutne greške merenja amplitude pojedinačnog harmonika, a da je harmonijski sastav značajan uticajni faktor. Ukoliko je rezolucija bazisnih funkcija bar za dva bita veća od rezolucije primenjenog A/D konvertora, onda se svi harmonici mere sa istom granicom apsolutne greške.

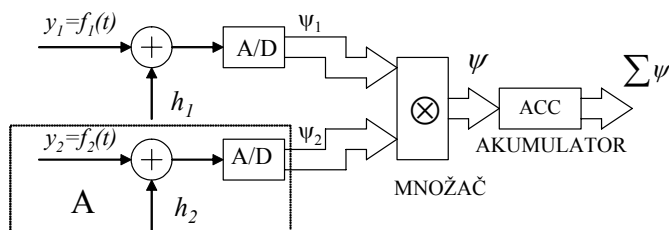
1. UVOD

Još od 1956. godine [1] se istražuje mogućnost pouzdanog rada instrumenata sa inherentnom slučajnom greškom. U [2] je pokazano da dodavanje uniformnog slučajnog ditera na ulaz A/D konvertora raspreže grešku kvantizacije od ulaznog signala. Ovaj pristup [3] može da se koristi za konstrukciju i realizaciju jednostavnih stohastičkih veštačkih neuralnih mreža. Stohastički instrument za merenje efektivne vrednosti na niskim učestanostima, zahvaljujući ovom pristupu, može da bude brz i manje precizan, ili spor i vrlo precizan. Šta više, merna nesigurnost ovakvog instrumenta može da bude bolja od 62 ppm u slučaju merenja snage u vremenu merenja od 4,5 sata. Za ove instrumente je svojstven krajnje jednostavan hardver.

Međutim, merni uređaji opisani u [4,5] nisu pogodni za kalibracione svrhe, odnosno, brza on-line merenja. To je bio razlog zašto se prišlo njihovoj generalizaciji [6].

2. STOHAŠTIČKI INSTRUMENT ZA MERENJE PRAVE EFEKTIVNE VREDNOSTI NA NISKIM FREKVENCIJAMA

Stohastički instrument za merenje efektivne vrednosti, snage i enregije, na niskim učestanostima, je opisan u [6]. Njegova blok šema je data na slici 1.



Sl. 1 Blok šema stohastičkog instrumenta za merenje efektivne vrednosti na niskim učestanostima

Ovaj instrument daje rezultat merenja tokom intervala vremena $t_2 - t_1$ [6] i on je opisan formulom (1):

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt, \quad (1)$$

dok je preciznost data formulom (2):

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{\sigma_s^2}{N}, \quad (2)$$

pri čemu je,

$$\sigma_s^2 = \frac{\Delta^2}{4} \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} [f_1^2(t) + f_2^2(t)] dt + \frac{\Delta^4}{16}, \quad (3)$$

gde je Δ kvant primenjenih A/D konvertora, h_1 i h_2 su uniformni, međusobno nekorelisani naponski signali, N broj parova odmeraka na kanalu 1 i kanalu 2, u vremenu $T = t_2 - t_1$ (broj diskretnih proizvoda $\psi_1 \cdot \psi_2$), a $e = \psi - y_1 \cdot y_2$ je greška merenja.

Ako je $f_2(t) = \varphi_i(t)$, a $\varphi_i(t)$ je bazisna funkcija iz neke ortonormirane baze, kao na primer $\varphi_i(t) = R \cos i\omega_0 t$, tada je

$$\bar{\psi} = \frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) R \cos i\omega_0 t dt = R \frac{a_i}{2}, (i = 0, 1, 2, \dots, m), \quad (4)$$

u (1) daje polovinu kosinusnog koeficijenta trigonometrijskog polinoma, pomnoženu sa brojnomo vrednošću naponskog opsega.

Ako je, pak, $\varphi_i(t) = R \sin i\omega_0 t$, tada je

$$\bar{\psi} = \frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) R \sin i\omega_0 t dt = R \frac{b_i}{2}, (i = 0, 1, 2, \dots, m), \quad (5)$$

što znači da (1) daje polovinu i -tog sinusnog koeficijenta trigonometrijskog polinoma pomnoženu sa brojnomo vrednošću opsega.

3. DALJA GENERALIZACIJA STOHAŠTIČKOG INSTRUMENTA

Jednake vrednosti rezolucije A/D konvertora na kanalu 1 i kanalu 2, odnosno, jednake vrednosti njihovih kvanata $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta$ predstavljaju prirodan izbor kada je u pitanju merenje snage ili efektivne vrednosti napona ili struje. Međutim, ako instrument meri harmonike važno je razmotriti slučaj kada je $\Delta_1 \neq \Delta_2$, tj. bitno je analizirati situaciju kada su rezolucije konvertora različite. Analognim rezonovanjem kao u [6], dobija se da je i u tom slučaju

$$\bar{\psi} = \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} f_1(t) f_2(t) dt. \quad (6)$$

Kvadrat standardne devijacije srednje greške merenja $e = \psi - y_1 \cdot y_2$ je tada takođe:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sigma_e^2}{N} \leq \frac{\sigma_s^2}{N}, \quad (7)$$

dok je sada:

$$\sigma_s^2 = \frac{\Delta_1^2}{4(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} f_2^2(t) dt + \frac{\Delta_2^2}{4(t_2 - t_1)} \int_{t_1}^{t_2} f_1^2(t) dt + \frac{\Delta_1^2 \Delta_2^2}{16} \quad (8)$$

gde sve veličine imaju isti smisao kao i u poglavlju 2. Ako je $y_2 = f_2(t)$, odnosno, $y_2 = f_2(t) = R \cos i\omega t$, i ovdje je, u skladu sa (7) i (8):

$$\bar{\psi} = \frac{1}{T} \int_0^T f_1(t) R \cos i\omega t dt = \frac{a_i R}{2}. \quad (9)$$

Koeficijent $a_i = \frac{2\bar{\psi}}{R}$ je i -ti kosinusni koeficijent trigonometrijskog polinoma, pa ako je uslov $\Delta_1 \gg \Delta_2$ ispunjen, odnosno, ako je kvant A/D konvertora mnogo veći od kvanta unapred spremljene u memoriji (na kanalu 2) diterovane bazisne funkcije $f_2(t)$, tada je

$$\sigma_e^2 \leq \frac{\sigma_s^2}{N} \approx \frac{1}{N} \frac{\Delta_1^2}{4} F_2^2 = \frac{1}{N} \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{R^2}{2}, \quad (10)$$

tj. **granica apsolutne greške merenja koeficijenta a_i , odnosno b_i , je konstantna i nezavisna, kako od funkcije koja se analizira $f_1(t)$, tako i od koeficijenta koji je u pitanju..** Ova činjenica jako pojednostavljuje kalibraciju instrumenta. F_2^2 je kvadrat norme bazisne funkcije $y_2 = f_2(t)$. Ortonormirana baza nije specificirana u opštem slučaju u prvom delu relacije (10) tako da zaključak važi u slučaju proizvoljne ortogonalne transformacije, a ne samo DFT (diskretna Furijeova transformacija) koja se ovde praktično razmatra.

4. REZULTATI SIMULACIJE

Gore navedena teorija je proverena na konkretnim primerima korišćenjem metode simulacije. Simulacija je korišćena da bi se dobila granica apsolutne greške merenja, koeficijenata DFT signala definisanih relacijama (11) i (12).

$$y_2'(t) = 1,25 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right) \quad (11)$$

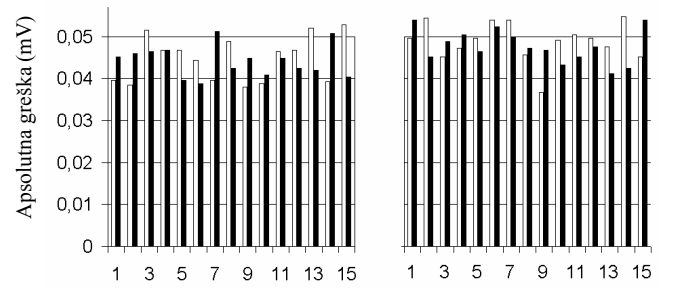
$$y_2''(t) = 2,0 \sum_{i=1}^{15} \left(\frac{1}{i^2} \right) \sin \left(i\omega t + \frac{i\pi}{15} \right) \quad (12)$$

Signali $y_2'(t)$ i $y_2''(t)$ su izabrani zbog svoje jednostavne matematičke definicije.

Parametri simulacije merenja su bili $R_1 = R_2 = R = 2,5 V$; $m_1 = 6 \text{ bit}$; $m_2 = 8 \text{ bit}$; $f_0 = 50 \text{ Hz}$; $f_C = 250 \text{ kHz}$; $t_2 - t_1 = 4 \text{ s}$; $N = (t_2 - t_1) \cdot f_C = 10^6$; $\Delta_i = R_i / (2^{m_i} - 1)$, ($i = 1, 2$). Statistički uzorak za određivanje granice apsolutne greške merenja koeficijenata je obuhvatao 50 merenja za svaki koeficijent. Na slici 2. je data apsolutna greška merenja za sve koeficijente i za oba signala.

Teorijski izračunata granica apsolutne greške merenja za sve koeficijente i oba signala je:

$$\sigma_e \leq \sqrt{\frac{\sigma_s^2}{N}} \approx \sqrt{\frac{1}{N} \frac{\Delta_1^2}{4} \frac{R^2}{2}} = 0,057 \text{ mV} \quad (13)$$



Treba primetiti da u simulaciji važi $\Delta_1 = 4 \Delta_2$, tj.

Sl. 2 Apsolutna greška merenja koeficijenata trigonometrijskog polinoma za signale $y_2'(t)$ i $y_2''(t)$ respektivno, dobijena simulacijom: crni stubići: $\sigma_e(b_i)$ - greška za sinusne komponente; beli stubići: $\sigma_e(a_i)$ - greška za kosinusne komponente;

$$\Delta_1^2 = 16 \Delta_2^2.$$

5. OCENA GREŠKE MERENJA AMPLITUDE HARMONIKA

U skladu sa (10), očigledno je da se i sinusne i kosinusne komponente proizvoljnog reda mere sa istom granicom apsolutne greške. Označimo je sa ε . Logično je prihvatiti da važi

$$(\Delta \bar{\psi})^2 \approx \sigma_e^2. \quad (14)$$

Iz (9) sledi da je

$$|\Delta a_i| = \frac{2}{R} |\Delta \bar{\psi}|, \quad (15)$$

pa je

$$|\Delta a_i| = |\Delta b_i| = \frac{\Delta_1}{\sqrt{2N}} = \varepsilon. \quad (16)$$

Pogledajmo sad kolika je granica apsolutne greške merenja amplitude proizvoljnog harmonika. Označimo sa A amplitudu proizvoljnog harmonika a sa ξ njegov fazni ugao. Neka je apsolutna greška merenja amplitude G_A . Tada je:

$$G_A = \sqrt{(A \cos \xi + \varepsilon)^2 + (A \sin \xi + \varepsilon)^2} - A, \quad (17)$$

Ako je $\varepsilon \ll A$, onda je:

$$G_A \approx \sqrt{A^2 + 2A\varepsilon(\cos \xi + \sin \xi)} - A. \quad (18)$$

Granica greške $|G_A|_{MAX}$ se dobija za $\cos \xi = \sin \xi$, tj.

$$\xi = \frac{\pi}{4} + 2k\pi, (k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots). \quad (19)$$

Tada je:

$$|G_A|_{MAX} \approx \sqrt{A^2 + 2\sqrt{2}A\varepsilon} - A, \quad (20)$$

odnosno,

$$|G_A|_{MAX} \approx A \sqrt{1 + 2\sqrt{2} \frac{\varepsilon}{A}} - A \approx \sqrt{2} \cdot \varepsilon. \quad (21)$$

Iz (21) sledi da je granica apsolutne greške u merenju amplitude proizvoljnog harmonika konstantna i nezavisna i od reda harmonika i od vrednosti same amplitude, pod uslovom $\varepsilon \ll A$.

6. OCENA GRANICE GREŠKE MERENJA FAKTORA IZOBLIČENJA

Relacijom (22) je data definicija faktora izobličenja Q veličine i date preko svojih harmonika.

$$Q = \frac{\sqrt{\sum_{i=2}^m I_i^2}}{I_1} \quad (22)$$

Neka je, dalje,

$$|G_A|_{max} = \sqrt{2} \cdot \varepsilon = \gamma \quad (23)$$

pa je relativna greška merenja faktora izobličenja data sa (24),

$$|\Gamma_Q| = \left| \frac{Q_m - Q}{Q} \right| = \left| \frac{Q_m}{Q} - 1 \right| \quad (24)$$

gde je Q_m izmerena vrednost faktora izobličenja, a Q tačna vrednost. Tada važi

$$|\Gamma_Q| = \left| \frac{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^m (I_i + \gamma)^2}}{I_1 + \gamma}}{\frac{\sqrt{\sum_{i=2}^m I_i^2}}{I_1}} - 1 \right| \quad (25).$$

Ako za proizvoljni harmonik važi $I_i \gg \gamma$ onda se (25) može razviti po malom parametru γ i dobija se izraz (26) koji definiše $|\Gamma_Q|_{max}$ - granicu relativne greške merenja faktora izobličenja Q .

$$|\Gamma_Q| \approx \left| \gamma \left(\frac{\sum_{i=2}^m I_i}{\sum_{i=2}^m I_i^2} - \frac{1}{I_1} \right) \right| \leq \gamma \left(\frac{\sum_{i=2}^m I_i}{\sum_{i=2}^m I_i^2} + \frac{1}{I_1} \right) = |\Gamma_Q|_{max} \quad (26)$$

Relacija (26) daje granicu relativne greške merenja faktora izobličenja u zavisnosti od amplitude pojedinačnih harmonika. Vidi se da ta greška linearno zavisi od ocene granice apsolutne greške merenje pojedinačnog harmonika γ .

7. DISKUSIJA

Činjenica da granica apsolutne greške merenja koeficijenata proizvoljne ortogonalne transformacije, za slušaj da je rezolucija bazisnih funkcija bar za dva bita veća od rezolucije primenjenog A/D konvertora, ne zavisi ni od analizirane funkcije, ni od reda koeficijenta, kada se meri

generalizovanim stohastičkim instrumentom inicirala je ideju da se razmotri:

a) granica apsolutne greške merenja amplitude pojedinačnog harmonika, i

b) granica relativne greške merenja faktora izobličenja.

U slučaju a) se pokazalo da je i granica apsolutne greške merenja amplitude pojedinačnog harmonika konstantna i nezavisna od reda harmonika, pod uslovom da je amplituda harmonika znatno veća od granice apsolutne greške merenja koeficijenata trigonometrijskog polinoma. Harmonici čija je amplituda samerljiva sa granicom apsolutne greške merenja koeficijenata ε , odnosno granicom apsolutne greške merenja amplitude γ , su potpuno beznačajni i mogu biti zanemareni posebno u slučaju merenja faktora izobličenja.

Relacija (26) daje granicu relativne greške merenja faktora izobličenja koja je vrlo praktična. Ona zavisi od granice apsolutne greške merenja amplituda značajnih harmonika γ i od pojedinačnih vrednosti amplituda samih harmonika. Pošto uređaj za merenje harmonika upravo njih meri, prostom smenom odgovarajućih vrednosti u formulu (26) se dobija ocena granice relativne greške merenja faktora izobličenja.

Primer: u metrološkoj laboratoriji Fakulteta tehničkih nauka u Novom Sadu je izmeren sledeći harmonijski sastav napona:

$$U_1 = 230 \text{ V}$$

$$U_5 = 0,025 U_1$$

$$U_7 = 0,014 U_1$$

dok su ostali harmonici zanemarljivi. Na kalibratoru [7] je ustanovljeno da je $\gamma = 0,4 \text{ mV}$, pa je $|\Gamma_Q|_{max} \approx 1,5 \%$, a faktor izobličenja $Q \approx 3 \%$.

Kao što se vidi, i mali faktor se meri sa vrlo prihvatljivom greškom u razumnom vremenu merenja od 4 sekunde.

8. ZAKLJUČAK

Generalisani stohastički instrument, realizovan kao integrisano merilo harmonika [8], osim jednostavnosti i kompaktnosti odlikuje se i velikom preciznošću. U vremenu merenja od 4 sekunde tipičnog napona u elektrodistributivnoj mreži, gde je $Q \approx 3 \%$, greška merenja $|\Gamma_Q|_{max}$ iznosi približno 1,5 % od izmerene vrednosti. Međutim, u vremenu od jednog minuta, granica relativne greške merenja tog harmonijskog sastava je $\sqrt{15} \approx 4$ puta manja i iznosi približno 0,4 %. Dakle, stohastičko integrisano merilo harmonika čak i u slučaju merenja malih faktora izobličenja može da postigne visoku tačnost, ako mu se ostavi dovoljno dugo vreme merenja. Razlog tome je linearna zavisnost granice relativne greške merenja faktora izobličenja od greške merenja pojedinačnog koeficijenta.

9. LITERATURA

- [1] J. von Neuman, "Probabilistic logic and the synthesis of reliable organisms from unreliable components," in Automata studies, CE Shannon, Ed. Princeton, NJ: Princeton University Press, 1956.
- [2] M.F. Wagdy, and W. Ng, "Validity of Uniform Quantization Error Model for Sinusoidal Signals Without and With Dither," IEEE Trans. Instrum. Meas, Vol. 38, pp. 718-722, June 1989.
- [3] E.M. Petriu, K. Watanabe, and T.H. Yeap, "Applications of Random-Pulse Machine Concept to Neural Network Design," IEEE Trans. Instrum. Meas, Vol. 45, pp. 665-669, April 1996.
- [4] V.Vujičić, S.Milovančev, M.Pešaljević, D.Pejić, I. Župunski: "Low Frequency Stochastic True RMS Instrument" IEEE Transaction on instrumentation and measurement, Vol. 48. April 1999, pp.467-470.
- [5] D. V. Pejic, V.V. Vujicic, "Accuracy Limit of High-Precision Stochastic Watt-Hour Meter", IEEE Trans. Instr. Meas, vol. 49, pp. 617-620, June 2000.
- [6] V.Vujičić:"Generalized Low Frequency Stochastic True RMS Instrument", IEEE Trans. Instrum. Meas, Vol. 50, No 5, pp 1089-1092, October 2001.
- [7] Z. Mitrović: "A Phase Angle Standard" Measurement Science and Technology, vol. 15. March 2004., pp. 559-564.
- [8] J. Tomić: "Integrirano merilo harmonika", Magistarski rad, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad, 2004.

Abstract – In the paper the error limit estimation of THD factor measurement is derived. The measurement is conducted using stochastic instrument. It is shown that the THD factor relative measurement error limit linearly depends on particular harmonics absolute measurement error limit, while harmonics content is significant influence factor. If the resolution of base functions is, at least, two bits higher than the resolution of applied A/D converter, then all harmonics are measured with the same absolute error limit.

ERROR LIMIT ESTIMATION IN MEASUREMENT OF THD FACTOR USING STOCHASTIC INSTRUMENT

Vladimir Vujičić, Ivan Župunski