

MERNA NESIGURNOST PRI MERENJU SREDNJE ELEKTRIČNE SNAGE DIGITALNIM OSCILOSKOPOM

Milan Sarić, Olivera Kadić, Miroslav Petrović, Institut „Mihailo Pupin“, IMP-Računarski sistemi, Beograd

Sadržaj - Ovaj rad prezentuje metod numeričke integracije u izračunavanju srednje snage na jednostavan način. Navedeni su uslovi koji garantuju tačan rezultat. Metod je primenjen na izračunavanje srednjih snaga i koeficijenta korisnog dejstva transformatora jednog konvertora pomoću lakše raspoloživog laboratorijskog instrumenta, digitalnog osciloskopa. Merne nesigurnosti snaga i koeficijenta korisnog dejstva su izračunati u skladu sa NIST standardnom za izražavanje merne nesigurnosti u merenjima. Dobijeni rezultati su analizirani i izvedeni su zaključci o primenljivosti digitalnog osciloskopa u merenju snage.

1. UVOD

Za merenje snage nemamo uvek na raspolaganju vatmetar. U takvim situacijama, jedan od načina je da srednju snagu izračunamo koristeći digitalni osciloskop, program za akviziciju signala napona i struje sa digitalnog osciloskopa na računar *Wave-Star* i *Matlab*. U ovom radu biće ispitano na konkretnom primeru sa kolikom mernom nesigurnošću ta merenja snage mogu da se obave.

2. METOD NUMERIČKE INTEGRACIJE U IZRAČUNAVANJU SNAGE

Ako su napon i struja periodične veličine sa učestanošću osnovnog harmonika $f_0 = \frac{1}{T}$ mogu da se prikažu u obliku:

$$u(t) = U_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \sqrt{2} U_k \cdot \sin\left(\frac{2\pi kt}{T} + \alpha_k\right) \quad (1)$$

$$i(t) = I_0 + \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{2} I_m \cdot \sin\left(\frac{2\pi mt}{T} + \beta_m\right) \quad (2)$$

Srednja snaga periodičnog signala je:

$$P = \frac{1}{T} \int_T u(t) \cdot i(t) dt \quad (3)$$

gde je T perioda signala.

Ako srednju snagu računamo numeričkom integracijom, sa N odbiraka uzetih tokom M perioda, dobijamo srednju snagu:

$$W = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} u\left(\frac{jMT}{N}\right) \cdot i\left(\frac{jMT}{N}\right) = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} p\left(\frac{jMT}{N}\right) \quad (4)$$

gde je $f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{N}{MT}$ učestanost odabiranja.

U [1] je pokazano da učestanosti u spektru snage koje mogu da izazovu grešku u numeričkoj integraciji ako postoje su $f_{err}(h) = h \cdot \frac{N}{M} \cdot f_0$ gde je $h \in N$. Ako su brojevi M i N uzajamno prosti, najniži harmonik snage koji može da

izazove grešku u numeričkoj integraciji ako postoji je na učestanosti $N \cdot f_0$. Dakle ako postoji naponski harmonik k u kombinaciji sa strujnim harmonikom $m = N - k$ ili $m = N + k$ formiraće najniži harmonik snage koji će izazvati grešku u numeričkoj integraciji. Ako ovakvi harmonici struje i napona ne postoje ni za jedno k, a to je ispunjeno ako je $N > k_{max} + m_{max}$, tada neće postojati greška numeričkog izračunavanja srednje snage, gde su k_{max} i m_{max} indeksi najviših harmonika u spektru napona i struje [1], [2]. Odavde vidimo da samo uzimanjem dovoljno velikog broja odbiraka tako da je $N > k_{max} + m_{max}$ eliminišemo grešku iz izračunavanja srednje snage metodom numeričke integracije.

3. PREGLED MERNIH NESIGURNOSTI TIP B U IZRAČUNAVANJU SREDNJE ELEKTRIČNE SNAGE METODOM NUMERIČKE INTEGRACIJE

Merna nesigurnost (MN) TIP A dobija se statističkom analizom serija rezultata merenja. MN TIP B dobija se na osnovu analize svih dostupnih informacija, kao što su podaci iz specifikacije proizvođača. Standardna MN TIP B, označena sa u jednaka je standardnom odstupanju σ .

Ako je dinamički opseg merenog signala dat sa 2D tada je širina kvantizacionog nivoa $\Delta = \frac{2D}{2^n}$ gde je n broj bita kojim

se predstavljaju veličine kod digitalnog osciloskopa. Ako je amplituda signala puno veća od širine kvantizacionog nivoa na osnovu [3] možemo smatrati da je greška kvantizacije ε uniformno raspodeljena u opsegu $-\frac{1}{2}\Delta < \varepsilon < +\frac{1}{2}\Delta$, sa

funkcijom gustine verovatnoće $p(\varepsilon) = \frac{1}{\Delta}$.

Srednja vrednost greške jednaka je nuli, a snaga šuma kvantovanja (varijansa) je data izrazom iz [4]

$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} \varepsilon^2 p(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{\Delta^2}{12} \quad (5)$$

Iz [2] vidimo da ako snagu računamo pomoću formule (4) varijansu usled merne nesigurnosti digitalnog osciloskopa i strujne sonde dobijamo pomoću izraza (6), uz pretpostavku da su odbirci napona i struje međusobno nekorelisani:

$$\begin{aligned} \sigma_{pdsor}^2 &= \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{pndsor}^2 \\ &= \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} (u(nT_s) \cdot \sigma_{idsor} + (i(nT_s) \cdot \sigma_{udso})^2) \\ &= \frac{(\sigma_{idsor}^2 + \sigma_{udso}^2)}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} u^2(nT_s) \cdot i^2(nT_s) \end{aligned} \quad (6)$$

gde su σ_{udso}^2 , σ_{idsor}^2 , varijanse napona i struje usled merne nesigurnosti digitalnog osciloskopa i strujne sonde, odnosno σ_{udsor}^2 i σ_{idsor}^2 relativne varijanse napona i struje usled merne nesigurnosti digitalnog osciloskopa i strujne sonde.

Iz [2] pod istim uslovima možemo proračunati i varijansu snage σ_{pe}^2 usled šuma kvantizacije primenom izraza (7):

$$\sigma_{pe}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} \sigma_{pnc}^2 = \frac{1}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} (u(nT_s) \cdot \sigma_{ie})^2 + (i(nT_s) \cdot \sigma_{ue})^2$$

$$= \frac{\sigma_{ie}^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} u^2(nT_s) + \frac{\sigma_{ue}^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} i^2(nT_s)$$
(7)

gde su σ_{ie}^2 , σ_{ue}^2 varijanse struje i napona usled šuma kvantizacije.

Iz [2] vidimo da ako postoji *sampling time* greška Δt u odabiranju signala i signal je sinusoidalan, i zauzima dinamički opseg (2D) A/D konvertora digitalnog osciloskopa imaćemo grešku u vrednosti odbirka:

$$e \approx \Delta t \cdot \frac{du}{dt} = Dw \Delta t \cdot \cos(wt) \leq Dw \Delta t$$
(8)

Ako je *jitter* vremena odabiranja uniformno raspodeljen u opsegu $\pm \frac{\Delta t}{2}$ možemo da smatramo da je greška e

uniformno raspodeljena u opsegu $-Dw \frac{\Delta t}{2} < e < +Dw \frac{\Delta t}{2}$ i dobijamo varijansu

$$\sigma_e^2 = \frac{(Dw \Delta t)^2}{12}$$
(9)

Varijansa snage σ_{pe}^2 usled *sampling time jitter*-a se dobija slično kao u (7):

$$\sigma_{pe}^2 = \frac{\sigma_{ie}^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} u^2(nT_s) + \frac{\sigma_{ue}^2}{N^2} \sum_{n=0}^{N-1} i^2(nT_s)$$
(10)

gde su σ_{ie}^2 , σ_{ue}^2 varijanse struje i napona usled *sampling time jitter*-a.

4. MERENJA I ANALIZA DOBIJENIH REZULTATA

U nastavku rada dati su rezultati izračunavanja snage na primaru i sekundaru transformatora kao i stepena korisnog dejstva transformatora jednog konvertora pomoću digitalnog osciloskopa i merna nesigurnost dobijenih rezultata.

U svakom od merenja uzeto je 2000 odbiraka na nivou 3 periode napona i struja na primaru i sekundaru transformatora konvertora. Vrednosti $N = 2000$ i $M = 3$ su uzajamno prosti brojevi u skladu sa poglavljem 2. Znajući da su harmonici napona i struje koje merimo ograničeni na relativno male učestanosti, do 1 kHz, ne postoje harmonici napona i struje koji mogu da formiraju harmonik snage koji bi izazvao dobijanje pogrešnog rezultata u izračunavanju srednje snage metodom numeričke integracije.

4.1. Metoda

Izačunavamo snage na primaru i sekundaru transformatora metodom numeričke integracije po formuli (4), a potom i

koeficijent korisnog dejstva kao njihov količnik.

4.2. Referentni uslovi

Referentni uslovi u kojima se ispituje greška merenja snaga i korisnog dejstva na digitalnom osciloskopu su:

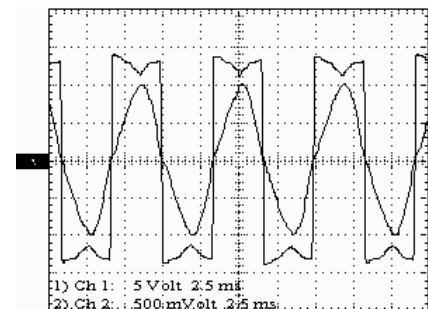
- temperatura okoline: $(20 \pm 1)^\circ\text{C}$,
- relativna vlažnost vazduha: $(50 \pm 10)\%$,
- frekvencija napona napajanja: 50Hz

4.3. Merna oprema

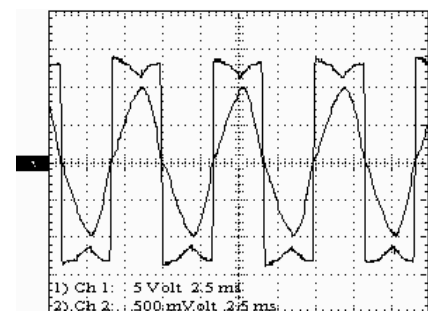
Koristi se sledeća merna oprema: osmobitni digitalni osciloskop TDS210, naponska sonda P5100 i strujna sonda HP1146A $100 \frac{mV}{A}$, program Wave-Star za akviziciju podataka i programski paket Matlab za izračunavanje.

4.4. Postupak

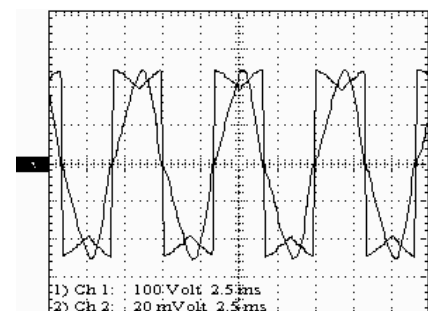
Merenja su odrađena na transformatoru jednog konvertora. Urađeno je 5 merenja napona i struja na primaru i sekundaru transformatora, u 'sample' i 'average' modu digitalnog osciloskopa. Na slici 1 prikazani su napon i struja dobijeni sa osciloskopa u 'sample' i 'average' modu.



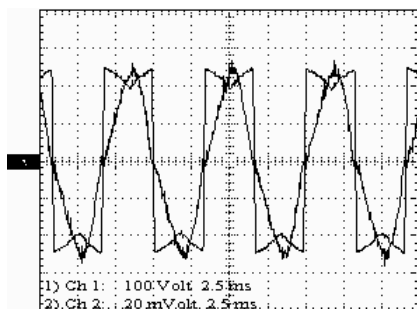
sl. 1.1 'average' primar: Ch1 - napon, Ch2 - struja



sl. 1.2 'sample' primar: Ch1 - napon, Ch2 - struja



sl. 1.3 'average' sekundar: Ch1 - napon, Ch2 - struja



sl. 1.4 'sample' sekundar: Ch1 - napon, Ch2 - struja

4.5. Budžet merne nesigurnosti

Sledeći izvori merne nesigurnosti rezultata merenja mogu se identifikovati kod ovog merenja:

- 1) Nesigurnost merenja napona i struje digitalnim osciloskopom (MN TIP B, raspodela verovatnoće normalna). Podaci o mernoj nesigurnosti digitalnog osciloskopa uzimaju se iz specifikacije proizvođača. Relativana standardna merna nesigurnost digitalnog osciloskopa kao i strujne sonde je 1% (odgovara statističkoj sigurnosti od 68.3%).
- 2) Nesigurnost merenja srednje vrednosti srednje snage (MN TIP A, raspodela Studentova). Imamo pet merenja u 'sample' i pet merenja u 'average' modu digitalnog osciloskopa.
- 3) Nesigurnost merenja usled šuma kvantizacije digitalnog osciloskopa (MN TIP B, raspodela verovatnoće uniformna).

Nesigurnost merenja usled *sampling time jitter*-a neće biti uzeta u obzir jer je zanemarljivo mala u odnosu na druge merne nesigurnosti. Uticaj temperature na rezultate merenja se ne uzima u obzir jer se smatra da je temperatura konstantna za vreme merenja. Uticaj mrežnog električnog izvora napajanja se ne uzima u obzir.

Iz [5] i [6] kombinovana standardna merna nesigurnost pridružena veličini $f = f(x_1, x_2, \dots, x_r)$ koja je funkcija više merenih ulaznih veličina određuje se pomoću standardnih mernih nesigurnosti svake ulazne veličine koristeći formulu:

$$u_c^2 = \sum_{i=1}^r (c_i u(x_i))^2 + 2 \sum_{i=1}^{r-1} \sum_{j=i+1}^r c_i c_j u(x_i, x_j) \quad (11)$$

gde je u_c - kombinovana standardna merna nesigurnost,

$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i}$ - koeficijenti osetljivosti, $u(x_i)$ - standardna merna nesigurnost ulazne veličine x_i , $u(x_i, x_j)$ - estimirana kovarijansa ulaznih veličina x_i i x_j .

Broj efektivnih stepeni slobode ν_{eff} izračunava se korišćenjem Welch-Satterwait-ove formule [6]:

$$\nu_{eff} = \frac{u_c^4}{\sum_{i=1}^r \frac{c_i^4 u(x_i)^4}{\nu_i}} \quad (12)$$

gde je ν_i broj stepeni slobode svake od ulaznih veličina. Proširena merna nesigurnost izračunava se kao $U = k_p \cdot u_c$, gde je

U - proširena merna nesigurnost, k_p - faktor proširenja kome odgovara statistička sigurnost od 95% [6], u_c - standardna kombinovana merna nesigurnost.

4.6. Izračunavanja

Kvadrat ukupne kombinovane standardne merne nesigurnosti snage Tip A \cup Tip B dobijen je pod uslovom da smo zanemarili standardnu mernu nesigurnost usled *sampling time jittera*. Iz (11) dobijamo da ona iznosi:

$$u_c^2 = u_{pds}^2 + u_{pe}^2 + u_{pa}^2 \quad (13)$$

gde je u_c - ukupna kombinovana standardna merna nesigurnost snage Tip A \cup Tip B, u_{pds} - standardna merna nesigurnost snage usled merne nesigurnosti digitalnog osciloskopa i strujne sonde (MN TIP B, broj stepeni slobode je $\nu = \infty$), u_{pe} - standardna merna nesigurnost snage usled šuma kvantizacije (MN TIP B, $\nu = \infty$), u_{pa} - standardna merna nesigurnost snage usled statističke analize serija rezultata merenja (MN TIP A, $\nu = 4$, jer imamo po 5 merenja u 'average' i 'sample' modu digitalnog osciloskopa). Snage na primaru i sekundaru transformatora računamo pomoću formule (4) i koeficijent korisnog dejstva iz (14)

$$\eta = \frac{P_{Ssr}}{P_{Psr}} \quad (14)$$

gde su P_{Psr} - srednja snaga na primaru transformatora, P_{Ssr} - srednja snaga na sekundaru transformatora.

Ako smatramo da su srednje snage na primaru i sekundaru transformatora međusobno potpuno korelisane na osnovu (11) dobijamo:

$$u_\eta^2 = \left(\frac{1}{P_{Psr}} \right)^2 u_s^2 + \left(\frac{P_{Ssr}}{P_{Psr}^2} \right)^2 u_p^2 - 2 \frac{P_{Ssr}}{P_{Psr}^3} u_s u_p \quad (15)$$

gde je u_s - kombinovana standardna merna nesigurnost snage na sekundaru, u_p - kombinovana standardna merna nesigurnost snage na primaru, u_η - kombinovana standardna merna nesigurnost koeficijenta korisnog dejstva transformatora.

4.7. Rezultati merenja

Merenja u 'average' modu digitalnog osciloskopa

	Broj merenja				
	1.	2.	3.	4.	5.
P_p [W]	72.958	70.302	69.702	69.695	70.391
ν	6	8	1	8	1
P_s [W]	60.585	61.217	61.405	60.326	60.948
ν	9	5	5	4	8

$P_{Psr} = 70.6101W$, $u_{pa} = 1.3526W$, $u_{pds} = 0.0259W$,
 $u_{pe} = 0.0144W \Rightarrow u_p = 1.3529W$, $\nu_{effp} = 4.0038 \Rightarrow$
 $k_p = 2.78 \Rightarrow U_p = k_p u_p = 3.7611W$

gde je P_{Psr} - srednja snaga na primaru, u_{pa} - standardna merna nesigurnost TIP A, u_{pds} - standardna MN TIP B digitalnog osciloskopa i strujne sonde, u_{pe} - standardna MN TIP B usled šuma kvantizacije, u_p - ukupna kombinovana

standardna MN snage TIP A \cup TIP B, v_{eff} - broj efektivnih stepeni slobode, k_p - koeficijent proširenja kome odgovara statistička sigurnost od 95%, U_p - proširena kombinovana MN srednje snage na primaru. Za izračunat v_{eff} - efektivan broj stepeni slobode iz [6] pronalazimo koeficijent proširenja k_p koji odgovara statističkoj sigurnosti od 95%.

$$P_{Ssr} = 60.8968W, \quad u_{pa} = 0.4434W, \quad u_{pdso} = 0.0221W, \\ u_{pe} = 4.4511W \Rightarrow u_s = 4.4732W, \quad v_{effs} = 4.1439 \cdot 10^4 \Rightarrow \\ k_p = 2 \Rightarrow U_s = k_p u_s = 8.9464W$$

$$\eta = 0.8624, \quad u_\eta = 0.0468, \quad v_{eff\eta} = 252.8529 \Rightarrow k_p = 2 \Rightarrow \\ U_\eta = k_p u_\eta = 0.0936$$

η - koeficijent korisnog dejstva transformatora, u_η - ukupna kombinovana standardna MN koeficijenta korisnog dejstva, U_η - proširena kombinovana merna nesigurnost koeficijenta korisnog dejstva kojoj odgovara statistička sigurnost od 95%.

Merenja u 'sample' modu digitalnog osciloskopa

	Broj merenja				
	1.	2.	3.	4.	5.
$P_p [W]$	70.7758	69.2750	70.5019	69.9030	67.5969
$P_s [W]$	60.2683	60.9331	61.9432	60.6984	59.3642

$$P_{Ssr} = 69.6105W, \quad u_{pa} = 1.2654W, \quad u_{pdso} = 0.0251W, \\ u_{pe} = 0.0143W \Rightarrow u_p = 1.2658W, \quad v_{effp} = 4.0042 \Rightarrow \\ k_p = 2.78 \Rightarrow U_p = k_p u_p = 3.5189W$$

$$P_{Ssr} = 60.6414W, \quad u_{pa} = 0.9426W, \quad u_{pdso} = 0.0223W, \\ u_{pe} = 4.4486W \Rightarrow u_s = 4.5474W, \quad v_{effs} = 2.1671 \cdot 10^3 \Rightarrow \\ k_p = 2 \Rightarrow U_s = k_p u_s = 9.0948W$$

$$\eta = 0.8712, \quad u_\eta = 0.0495, \quad v_{eff\eta} = 248.5563 \Rightarrow k_p = 2 \Rightarrow \\ U_\eta = k_p u_\eta = 0.099$$

4.8. Analiza dobijenih rezultata

Merna nesigurnost snage usled šuma kvantizacije je velika ukoliko je dinamički opseg napona mnogo veći u odnosu na dinamički opseg struje i obrnuto. Kako dinamički opseg napona na sekundaru u ovim konkretnim merenjima mnogo veći u odnosu na dinamički opseg struje vidimo da je merna nesigurnost usled šuma kvantizacije dominantna u odnosu na druge merne nesigurnosti. Na primaru, gde je dinamički opseg napona manji oko 20 puta, a dinamički opseg struje veći oko 20 puta u odnosu na sekundar, merna nesigurnost snage usled šuma kvantizacije je manja oko 300 puta u odnosu na sekundar. Kako snagu dobijamo množenjem odbiraka napona i struja intuitivno je jasno da će se najmanja merna nesigurnost usled šuma kvantizacije dobiti ako struja i napon imaju približno isti dinamički opseg. Proširena kombinovana merna nesigurnost može da se smanji većim brojem ponovljenih merenja za određivanje komponente A merne nesigurnosti. Merna nesigurnost TIP A trebalo bi da je

manja u 'average' modu kao i ukupna proširena kombinovana merna nesigurnost jer je u 'average' modu eliminisan šum koji potiče od raznih izvora koje ne možemo da opišemo i modeliramo.

5. ZAKLJUČAK

Cilj rada je bio da vidimo sa kolikom mernom nesigurnošću možemo da izmerimo snagu na primaru i sekundaru transformatora i koeficijent korisnog dejstva na transformatoru ako na raspolaganju imamo samo digitalni osciloskop, sa naponskom i strujnom sondom poznatih karakteristika. Kombinovanjem statističke obrade ponovljenih serija merenja i sistematskih grešaka dobijamo ukupnu proširenu kombinovanu mernu nesigurnost, u skladu sa međunarodnim uputstvom za izračunavanje merne nesigurnosti. Vidimo da je merna nesigurnost dobijene snage i koeficijenta korisnog dejstva velika. Dakle, precizna merenja snage digitalnim osciloskopom nisu moguća, ali u uslovima kada ne raspoložemo odgovarajućom mernom opremom i digitalni osciloskop može da posluži za okvirna merenja – indikaciju vrednosti snage.

LITERATURA

- [1] P. Pejović, L. Saranovac and M. Popović, "Computation of average values of synchronously sampled signals", *IEE Proc.-Electr. Power Appl.*, Vol. 149, No. 3, May 2003.
- [2] S. Svensson, "Power measuring techniques for non-sinusoidal conditions", Doctoral thesis, Chalmers University of Technology, Goteborg, January 1999.
- [3] M. F. Wadgy, "Validity of uniform quantization error model for sinusoidal signals without and with dither", *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol.38, pp. 718-722, June 1989.
- [4] M. Popović, "Digitalna obrada signala", Nauka, Beograd, 1997.
- [5] D. Stanković, "O mernoj nesigurnosti", Zbornik radova ETRAN XLVII, Banja Vrućica – Teslić, Jun 4-7, 2002, Vol. III
- [6] Barry N. Taylor and Chris E. Kuyatt, "Guidelines for Evaluating and Expressing the Uncertainty of NIST Measurement Results", *NIST Technical Note 1297*, September 1994.

Abstract - This paper presents numerical integration method in calculation of average power in a simple way. Conditions that guarantee correct results are presented. Method is applied to measurement of average powers and efficiency coefficient of transformer using readily available laboratory instrument, digital oscilloscope. Uncertainties of powers and efficiency coefficient are evaluated in accordance with NIST standard of expressing uncertainty in measurement. The results are analyzed and conclusions about applicability of digital oscilloscope in electric power measurement are made.

UNCERTAINTY IN MEASUREMENT OF AVERAGE ELECTRICAL POWER USING DIGITAL OSCILLOSCOPE

Milan Sarić, Olivera Kadić, Miroslav Petrović