

STATISTIČKI PARAMETRI DRUGOG REDA ZA KANAL SA RAJSOVIM FEDINGOM U PRISUSTVU KANALNE INTERFERENCIJE

Aleksandra Mitić, Daniela Milović, Aleksandra Panajotović
Elektronski fakultet u Nišu

Sadržaj - Statistički parametri drugog reda, učestanost preseka nivoa i srednje trajanje fedinga proračunati su za sistem sa Rajsovim fedingom kada je prisutna kanalna interferencija. Dobijeni rezultati su upoređeni sa rezultatima za slučaj Rajsovog fedinga kada je dominantan šum u kanalu.

1. UVOD

Pri prostiranju signala kroz slobodni prostor signal na svome putu nailazi na brojne pokretne i statične prepreke tako da na mestu prijema pored emitovanog signala stižu i mnogi zakasneli signali različitih amplituda i faza. U slučaju kada postoji linija direktne optičke vidljivosti, tj. kada postoji jedna dominantna komponenta sa daleko većom amplitudom od ostalih komponenata, anvelopa primljenog signala ima Rajsovu funkciju gustine raspodele verovatnoće [1, 2]. Bežični signali su podložni prostiranju po više putanja što rezultuje fluktuacijom signala fedinga oko srednje vrednosti. Učestanost preseka nivoa tj. učestanost preseka anvelope signala sa određenim nivoom (LCR - level crossing rate) i srednje trajanje fedinga (AFD - average fade duration) često se koriste da opišu statistike signala fedinga.

U ovom radu se posebna pažnja pridaje određivanju LCR i AFD koji su vremenski promenljivi parametri fedinga koji zavise, pored rasejanja, i od kretanja mobilnog korisnika. LCR i AFD su važne karakteristike kanala zato što su one usko povezane sa kvalitetom primljenog signala. Statistike trajanja fedinga su od velikog značaja obzirom da su povezane sa statistikom greške paketa (error bursts). Brzina pojavljivanja i srednje dužina grešaka paketa mogu biti procenjene iz LCR i AFD. U bežičnim telekomunikacijama LCR i AFD mogu biti korišćene pri inženjerskom projektovanju jer se ovim karakteristikama inženjer rukovodi pri izboru dužine paketa u svrhu minimizacije paketskih grešaka i kako bi se održao relativno mali overhead paketa [3]. Na osnovu ovih parametara vrši se i izbor tehnike za korekciju greške [4].

Najčešća istaživanja su razmatrala trenutni nivo anvelope signala u poređenju sa pragom koji zavisi od šuma i taj nivo ima konstantnu vrednost [3, 4]. Za signal ispod praga se smatra da je u stanju dubokog fedinga, a signal iznad praga se smatra zadovoljavajućim. Ovakvo razmatranje i pristupi su efektivni u proceni performansi sistema kada je sistem prenosa u okruženju u kome je dominantan šum. U realnosti, mikroćelijski sistemi se široko primenjuju u mobilnim telekomunikacijama u kojima je verovatnije da će mobilni korisnik biti u okruženju u kome je dominantna interferencija. Kod ovakvih sistema signal iznad specificiranog nivoa praga u zavisnosti od šuma ne garantuje zadovoljavajući prijem signala jer može biti prisutna interferencija velike snage [5].

U radu [5] proračunata je učestanost preseka nivoa i srednje trajanje fedinga kada su interferencija i feding u kanalu Rejljevog tipa. Obzirom da se Rajsov feding često posmatra u mobilnim i satelitskim telekomunikacijama [4], u ovom radu je data promena LCR i AFD u zavisnosti od normalizovanog nivoa za slučaj Rajsovog fedinga kada je u kanalu prisutna kanalna interferencija čija amplituda ima Rejljevu funkciju gustine raspodele verovatnoće. Dobijeni numerički rezultati su upoređeni sa LCR i AFD u slučaju kada je šum dominantan u kanalu, a interferencija se zanemaruje.

2. SREDNJA UČESTANOST PRESEKA NIVOA I SREDNJE TRAJANJE FEDINGA

Učestanost preseka nivoa (LCR) je učestanost sa kojom anvelopa signala preseca određeni nivo. LCR je vremenski promenljiv parametar fedinga koji zavisi od kretanja mobilnog korisnika, te stoga spada u statističke parametre drugog reda. Definiše se kao broj prolazaka signala kroz zadati nivo fedinga R sa pozitivnim (ili negativnim) izvodom u tački u kojoj nivo signala preseca zadati nivo R [3].

Ako anvelopu signala i njen izvod obeležimo sa r i \dot{r} respektivno, srednja vrednost za LCR se izračunava kao [3]:

$$N_R = \int_0^{\infty} \dot{r} p(R, \dot{r}) d\dot{r} \quad (1)$$

gde je $p(r, \dot{r})$ združena funkcija gustine verovatnoće za anvelopu signala i njen izvod.

Statistički parametar drugog reda je i srednje trajanje fedinga (AFD). AFD je srednje vreme za koje je nivo signala fedinga ispod zadatog nivoa i može se odrediti kao odnos verovatnoće da je nivo signala fedinga manji od zadate vrednosti nivoa R i učestanosti preseka tog istog nivoa, odnosno definiše se kao odnos kumulativne funkcije raspodele anvelope i LCR za isti nivo.

AFD se može odrediti kao [3]:

$$T_R = \frac{P(r \leq R)}{N_R} \quad (2)$$

U okruženju sa dominantnom interferencijom, uticaj šuma je zanemarljiv [5]. Razmatra se kanal sa Rajsovim fedingom tako da anvelopa željenog signala $x(t)$ ima funkciju gustine raspodele verovatnoće:

$$p_x(x) = \frac{x}{\sigma_x^2} \exp\left\{-\frac{(x^2 + s^2)}{2\sigma_x^2}\right\} I_0\left(\frac{xs}{\sigma_x^2}\right), \quad x > 0 \quad (3)$$

gde je $I_0(\cdot)$ modifikovana Beselova funkcija prve vrste nultog reda, σ_x^2 je snaga rasejanih komponenata, a s amplituda dominantne komponente (parametar nentralnosti). Ova funkcija gustine raspodele može se napisati i u obliku:

$$p_x(x) = \frac{2x(K+1)}{\Omega} \exp\left\{-K - \frac{(K+1)x^2}{\Omega}\right\} I_0\left(2x\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}\right) \quad (4)$$

gde je $K = \frac{s^2}{2\sigma^2}$ i $\Omega = E[x^2] = s^2 + 2\sigma^2$.

Kanalna interferencija koja je prisutna u kanalu ima Rejljevnu raspodelu anvelope:

$$p_y(y) = \frac{t}{\sigma_y^2} \exp\left\{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right\}, \quad y > 0 \quad (5)$$

gde je $\sigma_y^2 = \frac{1}{2}E[y^2]$.

U svakom trenutku $x(t)$ i $y(t)$ su dve međusobno nezavisne slučajne promenljive. Odnos anvelope signala i interferencije $x(t)/y(t)$ je najrelevantniji za određivanje kvaliteta prijema signala. Da bi se prijem signala smatrao pouzdanim potrebno je da $x(t)/y(t) > \lambda$, gde je λ zaštitni prag pouzdanog prijema sistema.

Neka je $z(t) = \lambda \cdot y(t)$ i $g(t) = x(t) - z(t)$, [5], tada je funkcija gustine raspodele verovatnoće slučajne promenljive $z(t)$ takođe Rejljeva:

$$p_z(z) = \frac{z}{\lambda^2 \sigma_y^2} \exp\left\{-\frac{z^2}{2\lambda^2 \sigma_y^2}\right\} \quad (6)$$

Funkcija gustine raspodele slučajne promenljive $g(t)$ dobija se

$$p(g) = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(z+g)p_z(z)dz \quad (7)$$

Učestanost preseka nivoa signala $x(t)$ u odnosu na $\lambda y(t)$ za kanal sa dominantnom interferencijom je ista kao i učestanost preseka nivoa signala $g(t)$ u poređenju sa konstantnim nivoom nule [5].

$$N = \int_0^{\infty} \dot{g} p(g, \dot{g}) d\dot{g} \quad (8)$$

$p(g=0) =$

$$= (1+K)\sqrt{2\pi} \exp\left(-\frac{K(\Omega + (1+K)\lambda^2\sigma_y^2)}{\Omega + 2(1+K)\lambda^2\sigma_y^2}\right) \frac{(\Omega + 2(1+K)^2\lambda^2\sigma_y^2) \cdot I_0\left(\frac{K(1+K)\lambda^2\sigma_y^2}{\Omega + 2(1+K)\lambda^2\sigma_y^2}\right) + 2K(1+K)\lambda^2\sigma_y^2 \cdot I_1\left(\frac{K(1+K)\lambda^2\sigma_y^2}{\Omega + 2(1+K)\lambda^2\sigma_y^2}\right)}{(\Omega + 2(1+K)\lambda^2\sigma_y^2)^{\frac{3}{2}} (\Omega\lambda^2\sigma_y^2)^{\frac{-1}{2}}} \quad (11)$$

$$N_0 = \frac{N}{\sqrt{2\pi}f_m} =$$

$$= \frac{\pi\rho\sqrt{1+K}}{(\pi + 4(1+K)\rho^2)^2} \exp\left(-K + \frac{2K(1+K)\rho^2}{\pi + 4(1+K)\rho^2}\right) \left[(\pi + 4(1+K)^2\rho^2) \cdot I_0\left(\frac{2K(1+K)\rho^2}{\pi + 4(1+K)\rho^2}\right) + 4K(1+K)\rho^2 \cdot I_1\left(\frac{2K(1+K)\rho^2}{\pi + 4(1+K)\rho^2}\right) \right] \quad (17)$$

$p(g, \dot{g})$ je združena pdf za g i \dot{g} . Slučajna promenljiva x i njen izvod \dot{x} su nezavisne slučajne promenljive kao i z i njen izvod \dot{z} . Kako su signal fedinga i interferencija nezavisne, x i z su takođe nezavisne slučajne promenljive. Zbog toga su $g = x - y = x - \lambda y$ i $\dot{g} = \dot{x} - \dot{y} = \dot{x} - \lambda \dot{y}$ takođe nezavisne slučajne promenljive [5]. Jednačina (8) dobija oblik:

$$N = p(g=0) \int_0^{\infty} \dot{g} p(\dot{g}) d\dot{g} \quad (9)$$

Zamenom jednačina (4) i (6) u jednačinu (7) dobija se

$$p(g=0) = \int_{-\infty}^{\infty} p_x(z)p_z(z)dz = \quad (10)$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{2z^2(K+1)}{\Omega\lambda^2\sigma_y^2} \exp\left\{-\frac{z^2}{2\lambda^2\sigma_y^2} - K - \frac{(K+1)z^2}{\Omega}\right\} I_0\left(2z\sqrt{\frac{K(K+1)}{\Omega}}\right) dz$$

a rešenje je dato u zatvorenom obliku jednačine (11). Funkcija gustine raspodele verovatnoće za \dot{x} i \dot{z} [6]:

$$f_{\dot{x}}(\dot{x}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\dot{\sigma}_x^2}} \exp\left\{-\frac{\dot{x}^2}{2\dot{\sigma}_x^2}\right\} \quad (12)$$

i

$$f_{\dot{z}}(\dot{z}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\lambda^2\dot{\sigma}_y^2}} \exp\left\{-\frac{\dot{z}^2}{2\lambda^2\dot{\sigma}_y^2}\right\} \quad (13)$$

Funkcija gustine raspodele slučajne promenljive \dot{g} je [5]:

$$p(\dot{g}) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{\dot{x}}(\dot{z} + \dot{g})p_{\dot{z}}(\dot{z})d\dot{z} \quad (14)$$

Rešenje integrala iz jednačine (9) je

$$\int_0^{\infty} \dot{g} p(\dot{g}) d\dot{g} = \sqrt{\frac{\dot{\sigma}_x^2 + \lambda^2\dot{\sigma}_y^2}{2\pi}} \quad (15)$$

pri čemu se za izotropno rasejavanje uzima da je $\dot{\sigma}_x^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_x^2 = 2\pi^2 f_m^2 \frac{\Omega}{2(K+1)}$, a $\dot{\sigma}_y^2 = 2\pi^2 f_m^2 \sigma_y^2$, gde je sa f_m definisana maksimalna Doplerova frekvencija [3], i integral postaje:

$$\int_0^{\infty} \dot{g} p(\dot{g}) d\dot{g} = f_m \sqrt{\pi} \sqrt{\frac{\Omega + 2(1+K)\lambda^2 \sigma_y^2}{2(1+K)}} \quad (16)$$

Zamenom jednačina (11) i (16) u jednačinu (9) dobija se normalizovana učestanost preseka nivoa (17).

Srednje trajanje fediga signala $x(t)$ ispod vremenski promenljivog nivoa $\lambda y(t)$ može se dobiti izračunavanjem srednjeg trajanja fedinga signala $g(t)$ ispod konstantnog nivoa nule.

$$T = \frac{\int_{-\infty}^0 p(g) dg}{N} \quad (18)$$

Vrednost za normalizovani AFD, $T_0 = T\sqrt{2\pi}f_m$ iz jednačine (18) dobijena je numerički.

3. NUMERIČKI REZULTATI

Numerički rezultati za LCR i AFD u kanalu sa Rajsovim fedingom i kanalnom interferencijom dati su u zavisnosti od odnosa srednje vrednosti praga $\lambda y(t)$ i RMS (root-mean square tj. koren srednjekvadratne vrednosti) anvelope željenog signala:

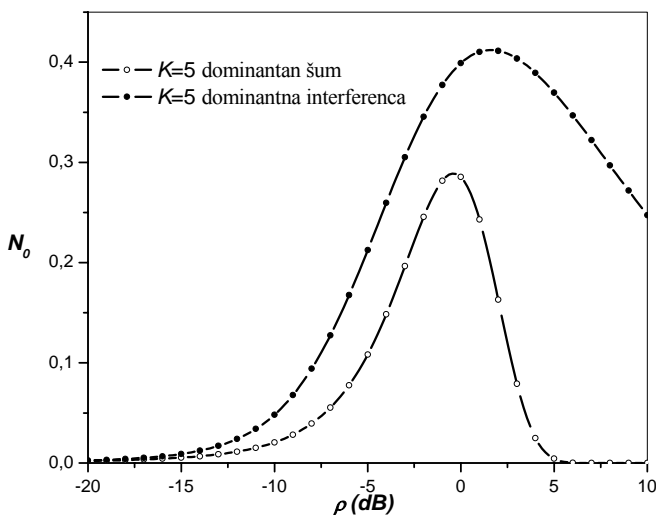
$$\rho = E[z] / \sqrt{R_{rms}} = \lambda \sqrt{\frac{\pi}{2}} \delta_y / \sqrt{\Omega}$$

U kanalu u kome je dominantan šum normalizovani LCR i AFD se proračunavaju iz izraza poznatih u literaturi [3]:

$$\frac{N_R}{\sqrt{2\pi}f_m} = \rho \sqrt{K+1} \exp(-K - (K+1)\rho^2) I_0(2\rho\sqrt{K(K+1)})$$

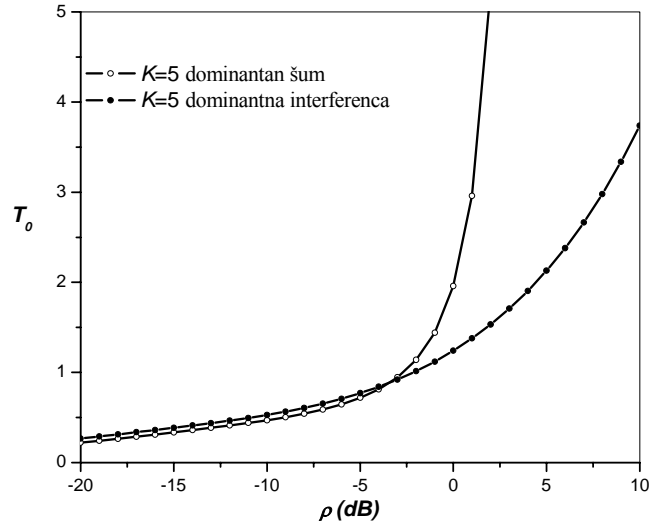
$$T_R \sqrt{2\pi}f_m = \frac{1 - Q(\sqrt{2K}, \sqrt{2(K+1)\rho^2})}{\rho \sqrt{K+1} \exp(-K - (K+1)\rho^2) I_0(2\rho\sqrt{K(K+1)})}$$

Gde je $Q(a,b)$ Markum funkcija [7]. U ovom slučaju nivo se definiše kao $\rho = R / R_{rms}$, a $R_{rms} = \sqrt{\Omega}$, za Rajsov feding.



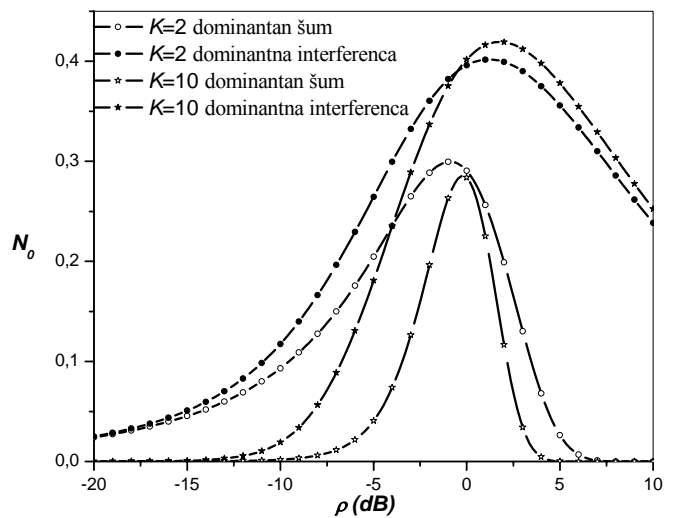
Slika 1. Normalizovani LCR u funkciji od odnosa srednje vrednosti praga i RMS anvelope željenog signala za $K=5$

Na slici 1. prikazana je zavisnost normalizovanog LCR pri $K=5$ za kanal u kome je dominantan šum i kanal u kome je dominantna interferencija. Može se primetiti sa slike 1. da za $\rho < -15$ dB, vrednosti LCR su približne, dok za $\rho > -15$ dB, učestanost preseka nivoa ima veće vrednosti za kanal u kome je dominantna interferencija. Maksimum funkcije LCR kada je dominantna interferencija dostiže se za veću vrednost ρ u odnosu na slučaj kada je dominantan šum. Posle dostignutog maksimuma LCR oštro opada u kanalu kada je prisutan šum, dok u kanalu u kome je dominantna interferencija LCR opada relativno sporo.



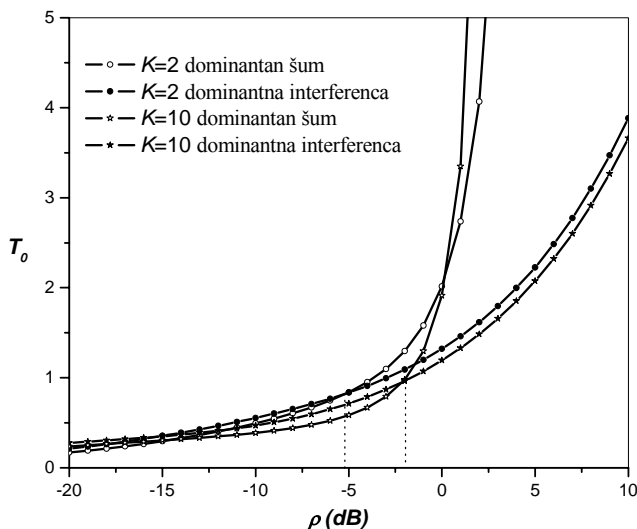
Slika 2. Normalizovani AFD u funkciji od odnosa srednje vrednosti praga i RMS anvelope željenog signala za $K=5$

Na slici 2. prikazano je normalizovano AFD za kanal sa dominantnom interferencijom i poređenje sa AFD iz literature (kada je prisutan samo šum). Kada je $K=5$, za $\rho < -3$ dB srednje trajanje fedinga je manje u prisustvu samo šuma, dok za $\rho > -3$ dB, trajanje fedinga manje za kanal kada je dominantna interferencija.



Slika 3. Normalizovani LCR u funkciji od odnosa srednje vrednosti praga i RMS anvelope željenog signala za $K=5$ i $K=10$

Na slikama 3. i 4. prikazani su LCR i AFD za $K=2$ i $K=10$ za kanal sa dominantnom interferencijom, a radi poređenja prikazane su i zavisnosti za sredinu u kojoj je dominantan šum.



Slika 4. Normalizovani AFD u funkciji od odnosa srednje vrednosti praga i RMS anvelope željenog signala za $K=2$ i $K=10$

Sa slike 3. može se primetiti da sa povećanjem vrednosti K , maksimum LCR dostiže za veće vrednosti ρ . Prag pri kome su srednje trajanje fedinga za kanal u kome je dominantna interferencija i srednje trajanje fedinga za kanal u kome je dominantan šum jednaki, se pomera ka većim vrednostima sa povećanjem K .

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu razmatrana je učestanost preseka nivoa i srednje trajanje fedinga kada je u kanalu sa Rajsovim fedingom prisutna interferencija, a šum se može zanemariti. Na osnovu prikazanog metoda date su numeričke vrednosti za LCR i AFD pri čemu je uzeto da anvelopa interferencije ima Relijevu funkciju gustine raspodele verovatnoće. Dobljene numeričke vrednosti su upoređene sa tradicionalnim LCR i AFD iz literature, za kanal u kome je dominantan šum.

LITERATURA

- [1] D. Drajić, *Uvod u statističku teoriju telekomunikacija*, Akademska misao, Beograd, 2003.
- [2] M. Č. Stefanović, *Performanse digitalnih telekomunikacionih sistema*, Elektronski fakultet u Nišu, Niš, 2000.
- [3] G. Stuber, *Principles of Mobile Communication*, Kluwer Academic Publishers, Boston, 2000.
- [4] W. C. Y. Lee, *Mobile Communications Engineering*, McGraw-Hill, New York 1992. 0-7803-7005-8/01, IEEE, 2001.
- [5] Z. Cao, Y. D. Yao, "Definition and Drivation of Level Crossing Rate and Average Fade Duration in an Interference Limited Environment", IEEE Vehicular Technology Conference, Vol. 3, pp. 1608–1611, October 2001.
- [6] X. Dong, and N. Beaulieu, "Average Level Crossing Rate and Average Fade Duration of Selection Diversity", IEEE Communications Letters, Vol. 5. No.10, October 2001.
- [7] G. Lukatela, *Statistička teorija telekomunikacija i teorija informacija*, Građevinska knjiga, Beograd, 1981.

Abstract – Second order statistical parameters, level crossing rate and average fade duration are obtained for Ricean fading system in the presence of co-channel interference. Results were compared in the case of Ricean fading channel for noise-limited environment.

SECOND ORDER STATISTICS IN RICEAN FADING CHANNEL IN THE PRESENCE OF CO-CHANNEL INTERFERENCE

Aleksandra Mitić, Daniela Milović, Aleksandra Panajotović