

PRIMENE TLM METODA SA Z TRANSFORMACIJOM

Mila Stojanović, Nebojša Dončov, Jugoslav Joković, Tijana Randelović, *Elektronski fakultet u Nišu*

Sadržaj – U ovom radu je pokazana primenljivost TLM metoda sa Z transformacijom na modelovanje nelinearnih materijala. Na primeru transmisione linije sa eksponencijalnom nelinearnošću, analizirano je prostiranje solitona. Ispitan je uticaj parametara nelinearnog materijala na amplitudu i položaj solitona u transmisionoj liniji.

1. UVOD

Tehnike kojima se rešavaju problemi prostiranja elektromagnetskih talasa i njihove interakcije sa različitim materijalima i strukturama zasnivaju se na odgovarajućim rešenjima Maxwell-ovih jednačina. U najopštijem slučaju, Maxwell-ove jednačine su četvero-dimenzionalne i njihovo rešenje mora se tražiti u zavisnosti od jedne vremenske i tri prostorne koordinate. Samo na primeru jednostavnih geometrija rešenje Maxwell-ovih jednačina može se naći analitičkim tehnikama. Budući da su praktični problemi veoma kompleksni, korišćenje numeričkog modela Maxwell-ovih jednačina predstavlja jedinu alternativu. Stoga je razvijen veliki broj numeričkih tehnika za efikasno rešavanje problema prostiranja elektromagnetskih talasa i izvršena je njihova implementacija na računarima.

Diferencijalne numeričke tehnike u vremenskom domenu se, zahvaljujući svojim karakteristikama uglavnom primenjuju za modelovanje struktura složene geometrije na visokim frekvencijama. Pri tome su najčešće korišćeni metodi u ovoj oblasti: metod konačnih razlika (*Finite-Difference Time-Domain - FDTD*) [1] i metod modelovanja pomoću električnih vodova (*Transmission-Line Matrix - TLM*) [2]. TLM je opšti, elektromagnetski zasnovan numerički metod čiji konvencionalni pristup omogućava modelovanje materijala sa frekvencijski nezavisnim parametrima. U poslednje vreme je TLM metod unapređen primenom Z transformacije, što je omogućilo uspešno modelovanje frekvencijski zavisnih anizotropnih, nelinearnih i biizotropnih materijala [3]. Autori ovog rada su do sada uspešno primenili TLM metod sa Z transformacijom na modelovanje mikrotalasnih rezonatora ispunjenih frekvencijski zavisnim materijalom [4].

Prostiranje elektromagnetskih talasa kroz nelinearni materijal je jedan od fundamentalnih fenomena u mnogim modernim uređajima, kao što su RF modulatori, optički limiteri, optički prekidači i dr. Za modelovanje nelinearnosti su do sada korišćeni nelinearni kondenzatori u jednodimenzionalnom, i nelinearni stabovi u dvodimenzionalnom TLM metodu [5]. Kod najnovijeg pristupa TLM metoda sa Z transformacijom nelinearnost materijala se modeluje korišćenjem naponski zavisne kapacitivnosti inverzno polarisane diode [3].

Kroz nelinearni materijal se, kao posledica nelinearnosti, prostiru solitoni, koji su do sada identifikovani u optici, plazmi, fluidima, kondenzovanim materijalima, molekularnoj fizici i astrofizici [6]. Solitoni opisuju ponašanje različitih sistema, kao što su superprovodne transmisione linije, nelinearna kola, ultra brza elektronika i optoelektronika, i uređaji akustičkog površinskog talasa [7]. Istraživanje solitona je sve usmerenije ka optici, jer su solitoni nedisperzivni u vremenskom i frekvencijskom domenu, pa samim tim omogućavaju prenos podataka na veoma dugim rastojanjima.

U ovom radu je primenjen proširen TLM algoritam sa Z transformacijom za modelovanje nelinearnih materijala na transmisionu liniju sa eksponencijalnom nelinearnošću. Analiziran je uticaj parametara nelinearnog materijala na prostiranje solitona kroz transmisionu liniju, odnosno njihov uticaj na amplitudu i položaj solitona.

2. TEORIJSKA ANALIZA

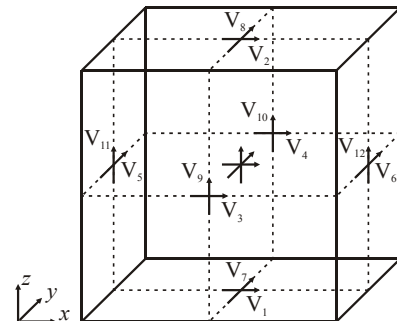
Diferencijalni metodi u vremenskom domenu, kao što je TLM metod, pogodni su za simulaciju složenih problema, uključujući osnovna svojstva materijala i provodne strukture. TLM iteracioni proces baziran na Z transformaciji razvijen je za modelovanje prostiranja elektromagnetskih talasa u materijalima sa konstantnim parametrima, a zatim je proširen za modelovanje linearnih frekvencijski zavisnih materijala i nelinearnih materijala [3].

A. 3-D TLM metod sa Z transformacijom

3-D TLM algoritam sa Z transformacijom je razvijen polazeći od Maxwell-ovih jednačina i konstitutivnih relacija [3]. Jednačimom (1) predstavljene su Maxwell-ove jednačine u matricnoj formi:

$$\begin{bmatrix} \nabla \times \underline{H} \\ \nabla \times \underline{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{J}_e \\ \underline{J}_m \end{bmatrix} + \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \underline{D} \\ \underline{B} \end{bmatrix} \quad (1)$$

Struktura 3-D TLM čvora prikazana je na Slici 1. Čvor ima 12 portova (V_1, \dots, V_{12}), a u centru čvora je 6 veličina koje predstavljaju ukupno polje ($E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$).



Sl.1. 3-D TLM čvor

U cilju pojednostavljenja TLM algoritma električne i magnetne veličine su normalizovane tako da sve veličine budu izražene u voltima. Takođe, pretpostavljeno je da su dimenzije TLM čvora u svim pravcima jednake, tj. da je $\Delta x = \Delta y = \Delta z = \Delta l$.

3-D TLM algoritam sa Z transformacijom se sastoji iz tri koraka. U prvom koraku vrši se izračunavanje reflektovanih polja na osnovu incidentnih napona i slobodnih izvora:

$$2 \begin{bmatrix} (V_1 + V_2 + V_3 + V_4) \\ (V_5 + V_6 + V_7 + V_8) \\ (V_9 + V_{10} + V_{11} + V_{12}) \\ -(V_7 - V_8 - V_9 + V_{10}) \\ -(V_{11} - V_{12} - V_1 + V_2) \\ -(V_3 - V_4 - V_5 + V_6) \end{bmatrix}^i - \begin{bmatrix} i_{fx} \\ i_{fy} \\ i_{fz} \\ V_{fx} \\ V_{fy} \\ V_{fz} \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ -i_x \\ -i_y \\ -i_z \end{bmatrix}^r \quad (2)$$

U drugom koraku izračunavaju se ukupna polja na osnovu reflektovanih polja:

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ i_x \\ i_y \\ i_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_{ex} & & & & & \\ & t_{ey} & & & & \\ & & t_{ez} & & & \\ & & & t_{mx} & & \\ & & & & t_{my} & \\ & & & & & t_{mz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ -i_x \\ -i_y \\ -i_z \end{bmatrix}^r, \quad (3)$$

gde su koeficijenti transmisije $t_{ei} = 2/(4 + g_e + \bar{s}2\chi_e)$ i $t_{mi} = 2/(4 + r_m + \bar{s}2\chi_m)$, $i=\{x,y,z\}$. Veličina g_e je normalizovana električna konduktivnost, r_m normalizovana magnetna otpornost, χ_e električna susceptibilnost i χ_m magnetna susceptibilnost.

Konačno, u trećem koraku izračunavaju se reflektovani naponi na transmisionim linijama:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \\ V_6 \\ V_7 \\ V_8 \\ V_9 \\ V_{10} \\ V_{11} \\ V_{12} \end{bmatrix}^r = \begin{bmatrix} V_x - i_y - V_2^i \\ V_x + i_y - V_1^i \\ V_x + i_z - V_4^i \\ V_x - i_z - V_3^i \\ V_y - i_z - V_6^i \\ V_y + i_z - V_5^i \\ V_y + i_x - V_8^i \\ V_y - i_x - V_7^i \\ V_z - i_x - V_{10}^i \\ V_z + i_x - V_9^i \\ V_z + i_y - V_{12}^i \\ V_z - i_y - V_{11}^i \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Nakon ovog koraka vrši se povezivanje reflektovanih napona iz prethodnog vremenskog koraka i incidentnih napona iz tekućeg vremenskog koraka između susjednih čvorova.

B. Nelinearni dielektrični materijali

Polazeći od Maxell-ove jednačine

$$[\nabla \times \underline{H}]_i = [J_{ei}] + \frac{\partial}{\partial t} [D_i], \quad (5)$$

za $i=\{x,y,z\}$, i konstitutivnih jednačina za gustinu električne struje i električne indukcije

$$J_{ei} = J_{efi} + \sigma_e * E_i \quad (6)$$

$$D_i = \varepsilon_0 E_i + P_{ei}, \quad (7)$$

dobija se

$$[\nabla \times \underline{H}]_i = J_{efi} + \sigma_e * E_i + \sigma_e * E_i + \varepsilon_0 \frac{\partial E_i}{\partial t} + \frac{\partial P_{ei}}{\partial t}. \quad (8)$$

Korišćenjem sledećih izraza za polarizaciju i operator vremenskog diferenciranja

$$P_e = -\varepsilon_0 \frac{\bar{P}_{ei}}{\Delta l} \quad (9)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial}{\partial t}, \quad (10)$$

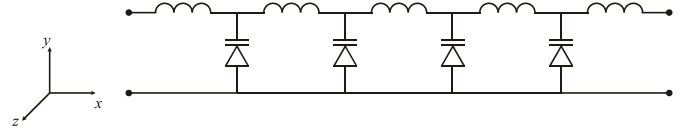
i matrice jednačine (2), dobija se izraz kojim se određuje reflektovano električno polje:

$$2V_i^r = (4 + g_e)V_i + 2 \frac{\partial \bar{P}_{ei}}{\partial t}, i = \{x, y, z\}. \quad (11)$$

Rešenjem ove jednačine u diskretnom vremenskom domenu opisuje se prostiranje elektromagnetnih talasa kroz različite nelinearne materijale.

C. 3-D model nelinearne transmisionne linije

Model nelinearne transmisionne linije se sastoji od LC sekcija, pri čemu je šantna kapacitivnost svake sekcije inverzno polarisana dioda, sl.2.



Sl.2. Nelinearna transmisionna linija

Primenom eksponencijalne aproksimacije na promenu kapacitivnosti inverzno polarisane diode sa naponom, normalizovana polarizacija je

$$\bar{P}_{ei} = \chi_{eNL} e^{-\gamma V_i} V_i, \quad (12)$$

za $i=\{x,y,z\}$, gde je χ_{eNL} bezdimenziona nelinearna susceptibilnost i γ konstanta. Zamenom jednačine (12) u jednačinu (11), i primenom bilinearne aproksimacije na izvod u vremenu

$$\frac{\partial}{\partial t} = 2 \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}, \quad (13)$$

dobija se sledeći sistem:

$$V_i + 4T_e \chi_{eNL} e^{-\gamma V_i} V_i = T_e (2V_i^r + z^{-1} S_{ei}) \quad (14)$$

$$S_{ei} = 2V_i^r + k_e V_i + 4\chi_{eNL} e^{-\gamma V_i} V_i \quad (15)$$

$$T_e^{-1} = 4 + g_e, k_e = -(4 + g_e), \quad (16)$$

pri čemu je S_{ei} glavni akumulator električnog polja, a T_e i k_e koeficijenti koji se izračunavaju na osnovu električnih karakteristika materijala. Pošto je jednačina (14) nelinearna, za njeno rešavanje koristi se Newton-Raphson-ov metod. Kao polazna vrednost iterativnog procesa uzima se normalizovana vrednost komponente električnog polja V_i iz prethodnog vremenskog koraka, a zatim primenjuje iterativna jednačina

$$V_i \leftarrow V_i - \frac{V_i + 2T_e \chi_{eNL} e^{-\gamma V_i} V_i - U_{ei}}{1 + 2T_e \chi_{eNL} e^{-\gamma V_i} (1 - \gamma V_i)}, \quad (17)$$

dok se ne postigne željena tačnost, pri čemu je

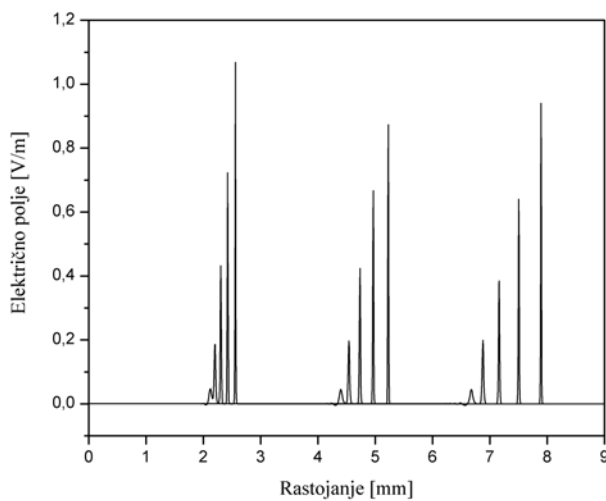
$$U_{ei} = T_e (2V_i^r + z^{-1} S_{ei}). \quad (18)$$

Nakon toga određuju se reflektovani naponi pomoću jednačine (4).

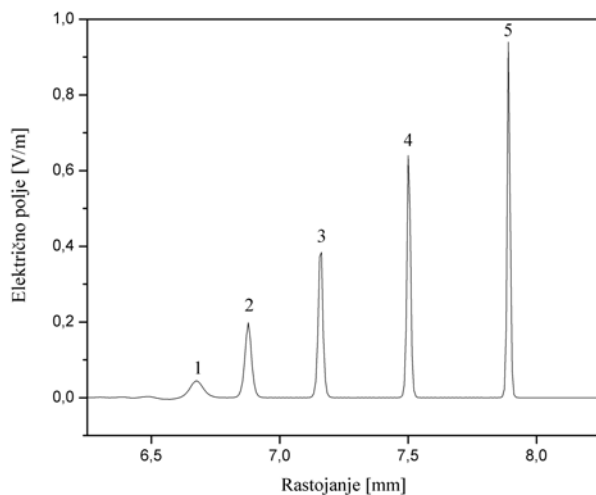
3. REZULTATI

Primenom TLM metoda sa Z transformacijom analizirana je transmisiona linija sa eksponencijalnom nelinearnošću. Izvršene su simulacije za različite vrednosti parametara χ_{eNL} i γ kako bi se ispitao njihov uticaj na prostiranje solitona kroz transmisionu liniju. Model transmisione linije se sastoji iz 1200 čvorova, a za prostorni korak uzeta je vrednost od $7.5 \mu\text{m}$. Pobuđen je prvi čvor transmisione linije, a kao pobuda korišćena je *Gauss*-ova funkcija amplitude 1 V/m.

U cilju ilustracije dobijenih rezultata, na Sl.3 je prikazana raspodela električnog polja nakon 1000, 2000 i 3000 iteracija za vrednosti parametara $\chi_{eNL} = 10$ i $\gamma = 0.5605$. Može se videti da se inicijalni impuls transformisao u grupu solitona, pri čemu se solitoni sa većom amplitudom prostiru brže od solitona sa manjom amplitudom. Na Sl.4 je izdvojena samo grupa solitona nakon 3000 iteracija, a solitoni su numerisani kako bi se kasnije lakše objasnili dobijeni rezultati.



Sl.3. Prostiranje kroz transmisionu liniju

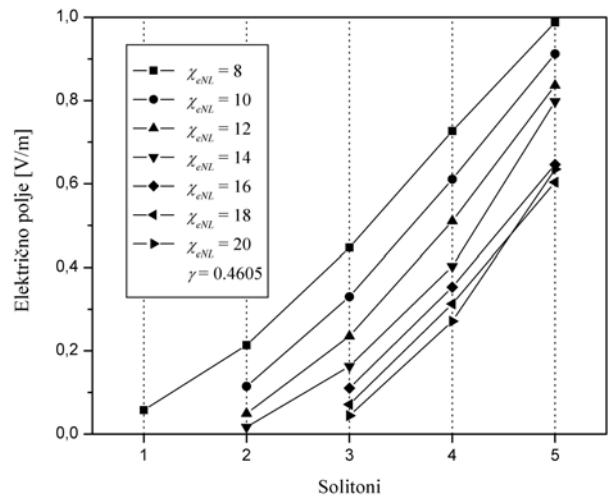


Sl.4. Raspodela električnog polja nakon 3000 iteracija, za parametre $\chi_{eNL} = 10$ i $\gamma = 0.5605$

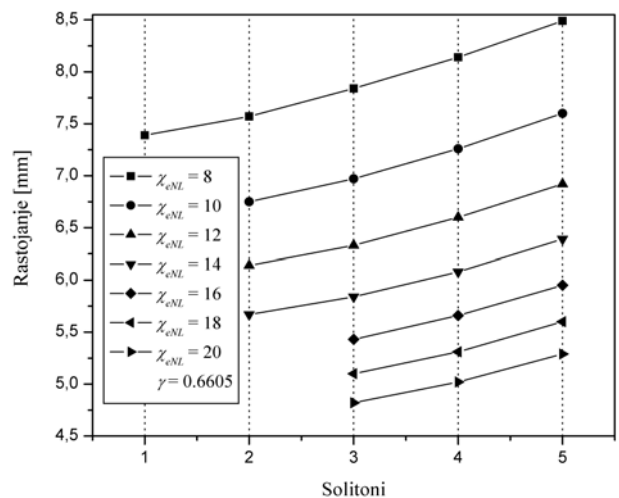
U prvom delu analize ispitano je uticaj nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} na prostiranje solitona kroz transmisionu liniju. Nelinearna susceptibilnost je menjana u opsegu $\chi_{eNL} = 8 \div 20$, dok je konstanta $\gamma = 0.4605$ fiksna. Dobijeni

rezultati za amplitude i položaj solitona u transmisionoj liniji prikazani na Sl.5 i Sl.6, respektivno.

Kao što se može videti na Sl.5, amplitude solitona opadaju sa povećanjem nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} . Prvi soliton se gubi već za $\chi_{eNL} = 10$, dok se amplituda drugog solitona postepeno smanjuje da bi se u potpunosti izgubio za $\chi_{eNL} = 16$. Sa povećanjem nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} , grupa solitona je sve bliža početku transmisione linije, Sl.6, što ukazuje na smanjenje brzine prostiranja solitona kroz posmatranu transmisionu liniju.



Sl.5. Promena amplitude solitona sa promenom nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} pri fiksnoj vrednosti konstante $\gamma = 0.4605$

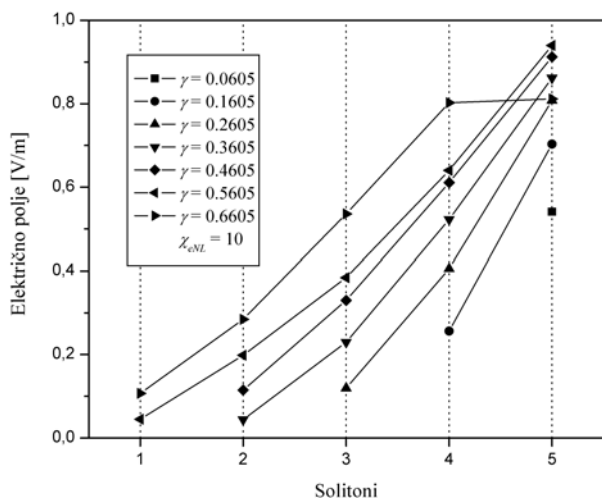


Sl.6. Promena položaja solitona sa promenom nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} pri fiksnoj vrednosti konstante $\gamma = 0.4605$

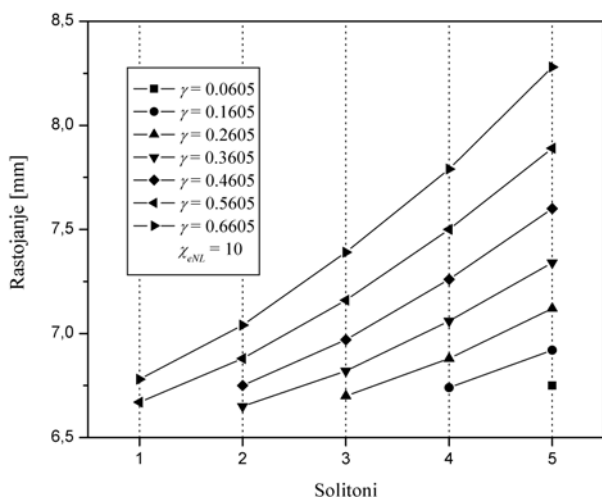
U drugom delu analize ispitano je uticaj konstante γ na prostiranje solitona kroz transmisionu liniju. Za fiksnu vrednost nelinearne susceptibilnosti $\chi_{eNL} = 10$, menjane su vrednosti konstante γ u opsegu $\gamma = 0.0605 \div 0.6605$. Promena amplitude i položaja solitona u ovom slučaju prikazana je na Sl.7 i Sl.8, respektivno.

Za $\gamma = 0.0605$ postoji samo peti soliton, Sl.7. Sa povećanjem γ raste amplituda solitona i postepeno se izdvajaju i ostali solitoni, jedan po jedan. Pri tom se novi soliton, manje amplitude od amplitude prethodno izdvojenih solitona, izdvaja na manjem rastojanju od prethodnih, što je u saglasnosti sa činjenicom da se solitoni sa većom amplitudom prostiru brže od solitona sa manjom amplitudom. Izuzetak u

porastu amplitude solitona se javlja kod petog solitona, čija se amplituda smanji kada γ dostigne vrednost $\gamma = 0.6605$. Sa povećanjem γ , solitoni su sve bliži kraju transmisionne linije što je posledica povećanja brzine prostiranja, Sl.8. Pri tom dolazi i do međusobnog udaljavanja solitona.



Sl.7. Promena amplitude solitona sa promenom konstante γ pri fiksnoj vrednosti nelinearne susceptibilnosti $\chi_{eNL} = 10$



Sl.8. Promena položaja solitona sa promenom konstante γ pri fiksnoj vrednosti nelinearne susceptibilnosti $\chi_{eNL} = 10$

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu, primenom TLM metoda sa Z transformacijom, na primeru transmisionne linije sa eksponencijalnom nelinearnošću, analiziran je uticaj nelinearne susceptibilnosti χ_{eNL} i konstante γ na prostiranje solitona. Prikazane su promene amplitude i položaja solitona sa promenom ovih parametara.

Zbog efikasnosti TLM algoritma sa Z transformacijom koja se ogleda u brzom izvršenju i malom zahtevu za memorijskim lokacijama, ovaj algoritam se može uspešno implementirati kod različitih nelinearnih materijala. Daljim razvojem nelinearnih modela analiza se može proširiti na nelinearne materijale sa frekvencijski zavisnim parametrima, a zatim i na nelinearne optičke senzore i prekidačke uređaje.

LITERATURA

- [1] K.S. Kunz, R.J. Luebbers, *The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics*, CRC Press, 1993.
- [2] C. Christopoulos, *The Transmission-Line Modelling (TLM) Method*, Series on Electromagnetic Wave Theory, IEEE/OUP Press, 1995.
- [3] J. Paul, *Modelling of General Electromagnetic Material Properties in TLM*, PhD thesis, University of Nottingham, October 1998.
- [4] Nebojša Dončov, Bratislav Milovanović, Jugoslav Joković, Mila Stojanović, Tijana Randelović, "Modelling of Microwave Resonator Using TLM Method Based on Z-Transform," *XII Telekomunikacioni Forum TELFOR 2004*, Beograd, 23-25 Novembra 2004
- [5] V. Janyani, A. Vukovic, T.M. Benson, P. Sewell, "Modelling of Nonlinear Optical Materials Using the TLM Method," in *Proc. 6th International Conference on Applied Electromagnetics PES*, 1-3 June 2003, pp. 143-146.
- [6] G.I.A. Stegeman, N. Christodoulides and M. Segev, "Optical Spatial Solitons: Historical Perspectives," *IEEE Journal on Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 6, no. 6, pp. 1419-1427, November/December 2000.
- [7] A.C. Singer, A.V. Oppenheim and G.W. Wornell, "Detection and Estimation of Multiplexed Soliton Signals," *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 47, no. 10, pp. 2768-2782, October 1999.

Abstract – Applicability of TLM method, based on Z transform for nonlinear material modeling, is shown in this paper. For the example of transmission line with an exponential nonlinearity, solitons propagation through the line is analyzed. Obtained results show an influence of different nonlinear material parameters on amplitude and distance of solitons in the transmission line.

APPLICATIONS OF TLM METHOD BASED ON Z TRANSFORMATION

Mila Stojanović, Nebojša Dončov, Jugoslav Joković, Tijana Randelović