

PROJEKTOVANJE NISKOPROPUSNIH TALASNIH DIGITALNIH FILTARA SA JEDNIM ADAPTEROM

Miodrag V. Gmitrović*, Dalibor Ž. Randjelović**

*Elektronski fakultet, Beogradska 14, Niš, Srbija i Crna Gora, E-mail: gmitrovic@elfak.ni.ac.yu

**HDL Design House, Makenzijeva 79/III, Beograd, Srbija i Crna Gora

Sadržaj – U radu je izložen kompletan postupak proračuna niskopropusnih talasnih digitalnih filtara sa Chebyshev-ljevom i Butterworth-ovom aproksimacijom zasnovan na prototipu analognog filtra. Talasni digitalni filtri se realizuju korišćenjem signalnih blok dijagrama predloženi u referenci [1] i jednim adapterom. Dati su eksplicitni izrazi za koeficijente digitalnih elemenata. Predloženi postupak je implementiran u Matlab-u i na jednom primeru je izvršena provera.

1. UVOD

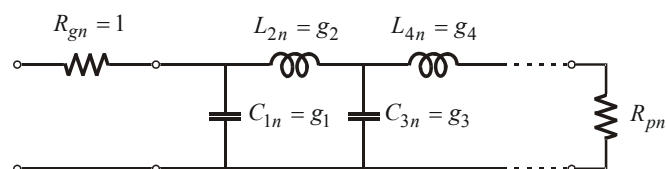
Jedan od načina realizacije digitalnih filtara je direktna transformacija mreže prototipa analognog filtra (*PAF*), primenom bilinearne transformacije, u željenu digitalnu mrežu. Osnovni problem koji se javlja je pojava konture bez elementa za kašnjenje, što ima za posledicu da se filter ne može realizovati. Ovaj problem se uspešno rešava korišćenjem talasnih digitalnih filtara (*TDF*) [1-4]. Analiza ovih filtara se razlikuje od standardnih digitalnih filtara jer se umesto napona i struje koriste talasne promenljive direktne i reflektovane naponske veličine. *TDF* se projektuje tako što se elementi *PAF* modeliraju digitalnim kolima sačinjenim od standardnih elemenata sabirača, množača i elementa za kašnjenje. Uopšteno gledano, postoje dva prilaza projektovanja ovih filtara. Prvi se zasniva na modeliranju otpornika, kalema i kondenzatora jednoprilaznim digitalnim elementima, a njihovo povezivanje vrši se frekvencijski nezavisnim adapterima [2-4]. Drugi se zasniva na modeliranju reaktivnih elemenata dvoprilaznim digitalnim kolima koja se mogu direktno kaskadno vezivati bez upotrebe adaptera [1].

U ovom radu je izložen kompletan postupak projektovanja niskopropusnih *TDF* korišćenjem dvoprilaznih signalnih blok dijagrama (*SBD*) [1]. Odabrane su realizacije za *SBD* pogodne za projektovanje *TDF* polazeći od izvora do potrošača. Realizovan filter ima na kraju samo jedan paralelan adapter. Izvedeni su eksplicitni izrazi za koeficijente *SBD* i paralelni adapter za *TDF* sa Chebyshev-ljevom i Butterworth-ovom aproksimacijom. Predloženi postupak je implementiran u Matlab-u i na jednom primeru je izvršena provera.

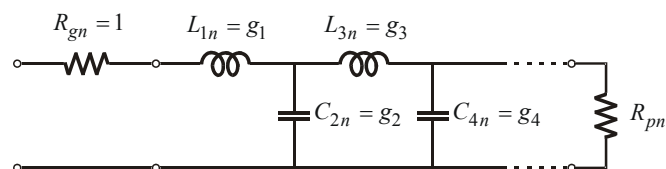
2. TRANSFORMACIJA PAF U TDF

Projektovanje *TDF* se zasniva na transformaciji mreže *PAF* direktno u mrežu *TDF* korišćenjem talasnih promenljivih i bilinearne transformacije [1-4]. Mogući oblici *PAF* *n*-tog reda sa normalizovanim vrednostima elemenata g_i , $i = 1, 2, \dots, n$, prikazani su na Slici 1. Kalem u rednoj i

kao na Slici 2 i Slici 3, respektivno. *SBD* za kalem induktivnosti L sa Slike 2 opisan je jednačinama [1]



Filtar A



Filtar B

Slika 1. Realizacije filtara *PAF*.

$$\begin{aligned} B_1 &= S_{11}(A_1 - A_2) + A_2 \\ B_2 &= S_{22}(A_2 - A_1) + A_1 \end{aligned} \quad (1)$$

gde je

$$S_{11} = \frac{1 - \alpha}{1 + \alpha z^{-1}}, \quad S_{22} = -z^{-1} S_{11}, \quad (2)$$

$$\alpha = R_1 / R_2 \quad (3)$$

i

$$R_2 = R_1 + L. \quad (4)$$

SBD za kondenzator kapacitivnosti C sa Slike 3 opisan je jednačinama

$$\begin{aligned} B_1 &= S_{11}A_1 + S_{22}A_2 + A_2 \\ B_2 &= S_{11}A_1 + S_{22}A_2 + A_1 \end{aligned} \quad (5)$$

gde je

$$S_{11} = \frac{\alpha - 1}{1 + \alpha z^{-1}}, \quad S_{22} = -z^{-1} S_{11}, \quad (6)$$

$$\alpha = G_1 / G_2 \quad (7)$$

i

$$G_2 = G_1 + C. \quad (8)$$

Da bi se kompletirao *TDF* potreban je i dvoprilazni paralelni adapter kao na Slici 4 opisan jednačinama [1-2]

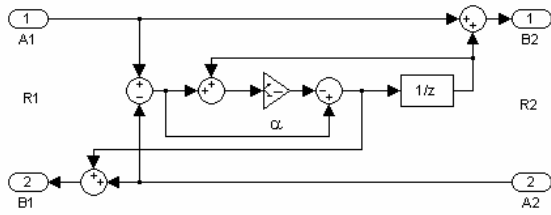
$$\begin{aligned} B_1 &= A_2 + \alpha(A_2 - A_1) \\ B_2 &= A_1 + \alpha(A_2 - A_1) \end{aligned} \quad (9)$$

i

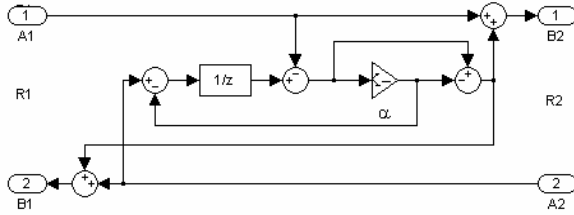
$$\alpha = \frac{R_2 - R_1}{R_2 + R_1}. \quad (10)$$

Zavisno od tipa *PAF*, *TDF* se formira kaskadnom vezom *SBD* sa Slike 2 i Slike 3. Poslednji element u *TDF* je

dvoprilazni paralelni adapter sa Slike 4. Na Slici 5 je prikazan *SBD TDF* 7-og reda ekvivalentan Filtru *B* sa Slike 1.

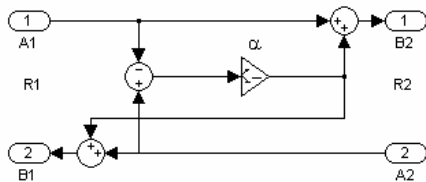


Slika 2. *SBD* za kalem u rednoj grani; $\alpha = R_1 / R_2$



Slika 3. *SBD* za kondenzator u paralelnoj grani;

$$\alpha = R_2 / R_1$$



Slika 4. *Dvoprilazni paralelni adapter*;

$$\alpha = (R_2 - R_1) / (R_2 + R_1)$$

3. EKSPLICITNI IZRAZI ZA KOEFICIJENETE α

Za Chebyshev-ljev *PAF* normalizovane vrednosti reaktivnih elemenata izračunavaju se na osnovu izraza [5-7]

$$u = \sinh\left(\frac{1}{n} \sinh^{-1} \frac{1}{\varepsilon}\right) \quad (11)$$

$$\beta_i = 2 \sin \frac{i\pi}{2n} \quad (12)$$

$$f_i = u^2 + 0.25\beta_{2i}^2 \quad (13)$$

$$g_1 = \frac{\beta_1}{u} \quad (14)$$

$$g_i = \frac{1}{g_{i-1}} \frac{\beta_{2i-3}\beta_{2i-1}}{f_{i-1}} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (15)$$

a za Butterworth-ov *PAF* filter na osnovu izraza

$$g_i = 2\sqrt{\varepsilon} \sin \frac{(2i-1)\pi}{2n}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (16)$$

Prethodni izrazi važe za $R_{pn} = 1$. Eksplicitni izrazi za izračunavanje koeficijentata *SBD* su

$$W_1 = \frac{1}{\alpha_1} = 1 + g_1 \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} W_i &= \frac{1}{W_{i-1}} + g_i \\ \alpha_i &= \frac{1}{W_i W_{i-1}} \end{aligned} \right\} \quad i = 2, 3, \dots, n \quad (18)$$

i

$$\alpha_{n+1} = (-1)^n \frac{W_n - 1}{W_n + 1} \quad \text{za Filtar A} \quad (19)$$

$$\alpha_{n+1} = -(-1)^n \frac{W_n - 1}{W_n + 1} \quad \text{za Filtar B}$$

4. PROJEKTOVANJE NISKOPROPUSNIH *TDF*

Projektovanje niskopropusnih *TDF* vrši se na osnovu sledećih zahteva u pogledu slabljenja i graničnih frekvencija:

α_{\max} maksimalnog slabljenja u propusnom opsegu,

α_{\min} minimalnog slabljenja u nepropusnom opsegu,

f_p gornje granične frekvencije propusnog opsega,

f_n donje granične frekvencije nepropusnog opsega.

Red filtra je celobrojna vrednost koja se računa na osnovu izraza

$$n \geq \frac{\log \frac{\sqrt{10^{0.1\alpha_{\min}} - 1}}{\varepsilon}}{\log \gamma} \quad (20)$$

za Butterworth-ovu aproksimaciju i na osnovu izraza

$$n \geq \frac{\cosh^{-1} \sqrt{10^{0.1\alpha_{\min}} - 1}}{\cosh^{-1} \gamma} \quad (21)$$

za Chebyshev-ljevu aproksimaciju, gde je parametar

$$\varepsilon = \sqrt{10^{0.1\alpha_{\max}} - 1} \quad (22)$$

i faktor selektivnosti

$$\gamma = \frac{\Omega_n}{\Omega_p} = \Omega_n = \frac{f_n}{f_p} \quad (23)$$

jer je $\Omega_p = 1$ za *PAF*. Korišćenjem bilinearne frekvencijske transformacije

$$S = \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} = \tanh \frac{sT}{2} \quad (24)$$

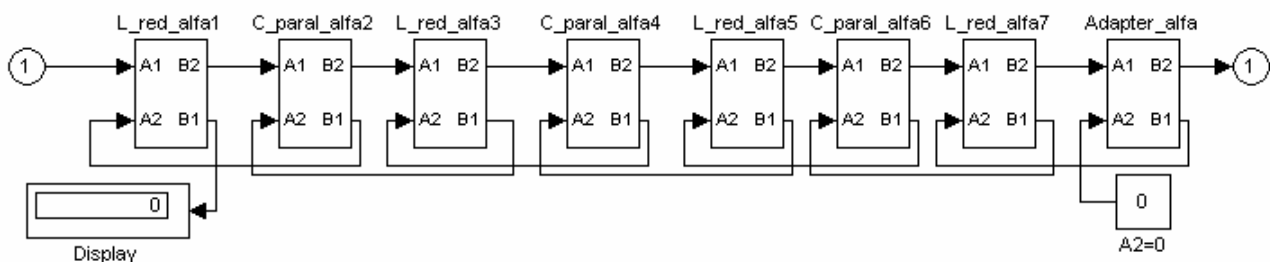
gde je $S = j\Omega$, $s = j\omega$, T perioda odabiranja i F_o frekvencija odabiranja, izračunavaju se granične frekvencije *PAF* [3,8]

$$\bar{\Omega}_p = \tan \frac{\theta_p}{2} \quad (25)$$

$$\bar{\Omega}_n = \tan \frac{\theta_n}{2} \quad (26)$$

a $\theta = \omega T$ je digitalna frekvencija. Kako je za *PAF* granična frekvencija propusnog opsega $\Omega_p = 1$, mora se izvršiti sklarinje frekvencije

$$\Omega = a\bar{\Omega} \quad (27)$$



Slika 5. Signalni blok dijagram TDF 7-og reda

Zbog periodične karakteristike odziva TDF, frekvencija odabiranja F_o se izračunava tako da se obezbede zahtevi u pogledu propusnog i nepropusnog opsega i najčešće se koriste sledeći pristupi:

1. pristup. Izborom $\theta_p = \pi/2$ automatski se obezbedjuje $\Omega_p = \bar{\Omega}_p = 1$, frekvencija odabiranja je $F_o = 4f_p$ i na osnovu (26)

$$\Omega_n = \tan \frac{\pi f_n}{4 f_p} > 1 \quad (28)$$

2. pristup. Izborom $\theta_n = \pi/2$ automatski se obezbedjuje $\bar{\Omega}_n = 1$, frekvencija odabiranja je $F_o = 4f_n$ i na osnovu (25)

$$\bar{\Omega}_p = \tan \frac{\pi f_p}{4 f_n} < 1 \quad (29)$$

U ovom slučaju vrši se skaliranje tako da je $\Omega_p = a\bar{\Omega}_p = 1$ i normalizovana granična frekvencija je

$$\Omega_n = a\bar{\Omega}_n = 1 / \tan \frac{\pi f_p}{4 f_n} > 1 \quad (30)$$

3. pristup. Za nepropusni opseg filtra zadaje se pored donje granične frekvencije f_n i gornja granična frekvencija $f_{n\max}$. Frekvencija odabiranja je sada

$$F_o \geq f_n + f_{n\max} \quad (31)$$

Na osnovu (25 - 27) dobija se

$$\Omega_p = a \tan \pi \frac{f_p}{F_o} \quad (32)$$

$$\Omega_n = a \tan \pi \frac{f_n}{F_o} \quad (33)$$

Konstanta a se izračuna iz uslova $\Omega_p = 1$ i

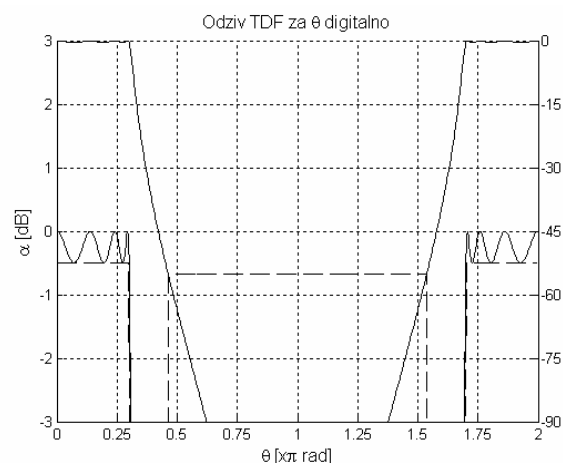
$$\Omega_n = \tan \pi \frac{f_n}{F_o} / \tan \pi \frac{f_p}{F_o} > 1 \quad (34)$$

Ako se frekvencija odabiranja izračunava korišćenjem 2. i 3. pristupa, normalizovane vrednosti elemenata u PAF se moraju skalirati tako da se u izrazima (14 - 16) umesto g_i koristi $g_i \times a$.

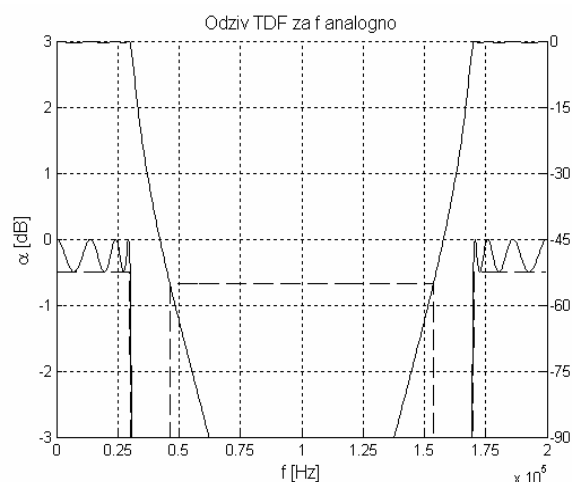
5. PRIMER REALIZACIJA NISKOPROPUSNOG TDF

Realizuje se Chebyshev-ljev TDF za $\alpha_{\max} = 0.5$ dB, $\alpha_{\min} = 55$ dB, $f_p = 30$ kHz i $f_n = 50$ kHz. Frekvencija odabiranja izračunata kao u 2 pristupu je $F_o = 4f_n = 200$ kHz. Red filtra na osnovu (21) je $n = 7$, normalizovane vrednosti elemenata PAF su

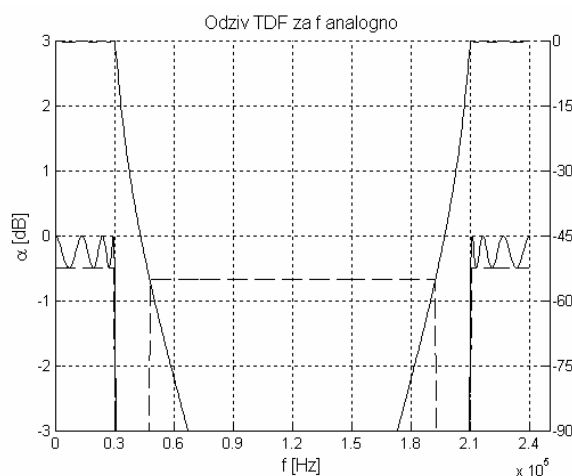
$g_1 = g_7 = 1.7373$, $g_2 = g_6 = 1.2582$, $g_3 = g_5 = 2.6383$, $g_4 = 1.3443$, koeficijent skaliranja je $a = 0.5095$, koeficijenti SBD za kalemове i kondenzatore su $\alpha_1 = 0.2268$, $\alpha_2 = 0.0841$, $\alpha_3 = 0.0668$, $\alpha_4 = 0.0639$, $\alpha_5 = 0.0641$, $\alpha_6 = 0.0682$, $\alpha_7 = 0.0996$ i koeficijent dvoprilaznog adaptera je $\alpha = 0.5822$. Mreža TDF prikazana je na Slici 5, a odziv u funkciji digitalne i analogne frekvencije prikazan je na Slikama 6 i 7. Sva izračunavanja izvršena su u Matlab-u korišćenjem standardnih programa i blokova iz toolbox\simulink\blocks\simulink.mdl. Sa grafika se vidi da realizovan TDF zadovoljava postavljene zahteve. Odziv TDF sa unapred zadatom gornjom graničnom frekvencijom $f_{n\max} = 190$ kHz prikazan je na Slici 8. Normalizovane vrednosti elemenata PAF su iste kao u prethodnom primeru, koeficijent skaliranja je $a = 0.4142$, koeficijenti SBD za kalemове i kondenzatore su $\alpha_1 = 0.1925$, $\alpha_2 = 0.0596$, $\alpha_3 = 0.0464$, $\alpha_4 = 0.0441$, $\alpha_5 = 0.0442$, $\alpha_6 = 0.0471$, $\alpha_7 = 0.0696$ i koeficijent dvoprilaznog adaptera je $\alpha = 0.6396$. Ako se frekvencija odmeravanja računa kao u 1. pristupu $F_o = 4f_p = 120$ kHz, red filtra je $n = 5$ i odziv TDF je prikazan na Slici 9. Normalizovane vrednosti elemenata PAF su $g_1 = g_5 = 1.7058$, $g_2 = g_4 = 1.2296$, $g_3 = 2.5408$, koeficijenti SBD za kalemове i kondenzatore su $\alpha_1 = 0.3696$, $\alpha_2 = 0.2311$, $\alpha_3 = 0.1975$, $\alpha_4 = 0.2044$, $\alpha_5 = 0.275$ i koeficijent dvoprilaznog adaptera je $\alpha = 0.4035$.



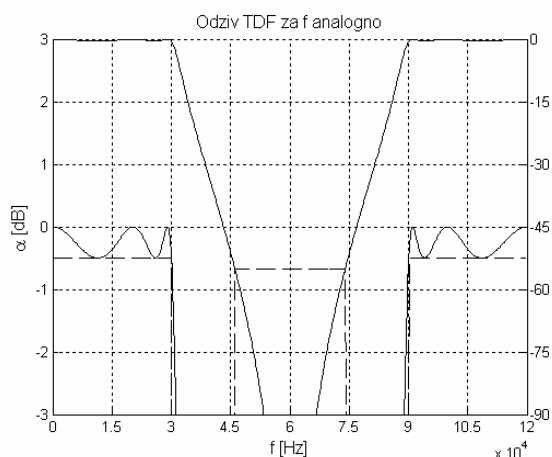
Slika 6. Frekvencijski odziv TDF za θ digitalno.



Slika 7. Frekventijski odziv TDF za $f =$



Slika 8. Frekventijski odziv TDF za $F_o = 240$ kHz.



Slika 9. Frekventijski odziv TDF za $F_o = 120$ kHz.

6. ZAKLJUČAK

U radu je izložen kompletan postupak projektovanja niskopropusnih TDF sa Chebyshev-ljevom i Butterworth-ovom karakteristikom. TDF se realizuje kaskadnom vezom

SBD ekvivalentni kalemovima u rednim i kondenzatorima u paralelnim granama. TDF zahteva na kraju samo jedan paralelni adapter. Polazeći od poznatih izraza za izračunavanje normalizovanih vrednosti elemenata u PAF, izvedeni su eksplicitni izrazi za koeficijente SBD i paralelni adapter. Realizovani filteri ne poseduju konture bez elemenata za kašnjenje. Izloženo je nekoliko pristupa za izbor frekvencije odmeravanja. Ceo postupak je proveren na jednom primeru sa tri različito izabrane frekvencije odmeravanja. Sva izračunavanja, grafički prikazi i crtanje SBD su obavljena programom Matlab.

Zahvalnost: Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva za nauku, tehnologiju i razvoj Republike Srbije.

REFERENCE

- [1] Chen, W. K.: *The Circuits and Filters Handbook*, CRC Press, 1995. (Wave Digital Filters, pp. 2634-2661).
- [2] Milić, L.J.; Djurić, M.: *Rekurzivni digitalni filteri*, IRO Naučna knjiga, Beograd, 1982.
- [3] Fettweis, A.: Wave Digital Filters: Theory and Practice, *Proc. IEEE*, vol. 74, pp.270-327, 1986 .
- [4] Fettweis, A.: Digital Circuits and Systems, *IEEE trans. on Circuits and Systems*, Vol. CAS-31, No. 1, January, 1984 .
- [5] Lam, H.Y.-F.: *Analog and Digital Filters - Design and Realization*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1979.
- [6] Matthaei, G.; Young, L.; Jones, E. M. T.: *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures*, Artech House, Inc., Dedham, 1980.
- [7] Gmitrović, M. V.: *Sinteza mreža I-deo*, Elektronski fakultet, Niš, 2000.
- [8] Popović, V. M.: *Digitalna obrada signala*, Nauka, Beograd, 1994.

Abstract – In this paper a complete procedure for calculating lowpass wave digital filters with Chebyshev and Butterworth approximation based on the prototype analog filter is developed. Wave digital filters are realized by using signal bloc diagrams given in reference [1] and one adapter. Explicate expression for coefficients of digital elements are given. The suggested procedure is implemented in Matlab and verified on one example.

LOWPASS WAVE DIGITAL FILTERS DESIGN WITH ONE ADAPTER

Miodrag V. Gmitrović, Dalibor Ž. Randjelović