

HORIZONTALNI HERTZ-OV DIPOL IZNAD POLUPROVODNE SREDINE: PRIKAZ JEDNOSTAVNIH MODELA SOMMERFELD-OVOG INTEGRALA

Predrag Rančić, Milica Rančić, Dijana Borisov, *Elektronski fakultet u Nišu*

Sadržaj - U ovom radu je dat pregled jednostavnih izraza sa kojima je modelovan jedan od Sommerfeld-ovih integrala koji se javlja u slučaju horizontalnog Hertz-ovog dipola (HHD) postavljenog iznad homogene i izotropne poluprovodne sredine. U delu numeričkih eksperimenata jedan broj predložene aproksimacije Sommerfeld-ovog integralnog jezgra (SIK) je numerički ilustrovan na istim grafcima, tako da se poređenjem može sagledati valjanost modela. Pored već ranije prezentovanih, u ovom radu su predložena i dva nova modela SIK.

1. UVOD

U radu [1], koji je ponuđen za ovogodišnju XLIX Konferenciju ETRAN-a, dat je prikaz jednostavnih aproksimativnih izraza kojima je modelovan uticaj homogene poluprovodne sredine na karakteristike elektromagnetnog polja u okolini vertikalnog Hertz-ovog dipola (VHD) postavljenog u vazduhu. Ovaj uticaj iskazan je u Green-ovoj funkciji za Hertz-ov vektor jednom vrstom nesvojstvenih integrala koji su u literaturi poznati kao integrali Sommerfeld-ovog tipa.

U ovom radu pažnja je posvećena horizontalnom Hertz-ovom dipolu, koji je takođe postavljen u vazduhu iznad homogene i izotropne poluprovodne sredine. Ovaj slučaj je sa aspekta Green-ove funkcije nešto složeniji od prethodnog, jer se ovom prilikom, za razliku od problema VHD, uticaj poluprovodne sredine opisuje sa dve komponente Hertz-ovog vektora: horizontalnom i vertikalnom. Vertikalna komponenta Hertz-ovog vektora, tj. deo Green-ove funkcije se takođe opisuje integralima Sommerfeld-ovog tipa koji se mogu svesti na izračunavanje Sommerfeld-ovih integrala opisanih u [1] i Sommerfeld-ovog integrala koji je deo Green-ove funkcije za horizontalnu komponentu Hertz-ovog vektora.

S obzirom da je deo vertikalne komponente detaljno opisan u [1], u ovom radu sva pažnja je posvećena drugom tipu Sommerfeld-ovog integrala, tj. onom kojim se opisuje deo Green-ove funkcije horizontalne komponente Hertz-ovog vektora.

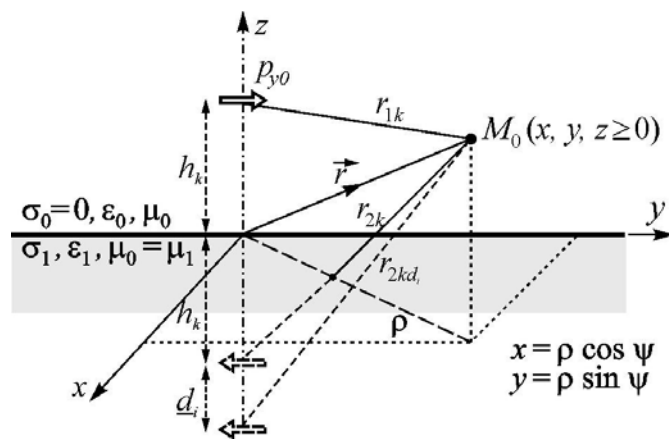
Kao i u slučaju VHD i u ovom slučaju predloženo je tri tipa jednostavnih modela koji su razvrstani imajući u vidu postupak njihovog izvođenja. S obzirom da su postupci izvođenja isti kao u Uvodu [1], ovde se neće ponavljati opis, tj. navodi se samo klasifikacija postupaka, a to su: postupak razvoja u red geometrijske progresije ([2]-[5]), razvoj u Taylor-ov red u okolini karakteristične tačke ([6]) i metod podešavanja u karakterističnim tačkama ([7] i [8]). Pored već prezentovanih modela u ovom radu biće prikazan i jedan broj novih, od kojih je jedan od njih već korišćen u literaturi.

2. KRATAK TEORIJSKI OPIS

2.1. Postavka problema

HHD je postavljen u vazduhu ($\sigma_0 = 0$, ϵ_0 , μ_0) na visini h_k u odnosu na ravnu površinu homogene i izotropne sredine

električnih parametara σ_1 , $\epsilon_1 = \epsilon_{r1}\epsilon_0$, $\mu_1 = \mu_0$. Korišćene su i sledeće oznake: $\underline{\sigma}_i = \sigma_i + j\omega\epsilon_i$, $i = 0,1$ - kompleksna specifična provodnost, $\underline{\gamma}_i = \alpha_i + j\beta_i = (j\omega\mu_i\underline{\sigma}_i)^{1/2}$, $i = 0,1$ - kompleksna konstanta prostiranja, $\underline{\epsilon}_{r1} = \epsilon_{r1} - j\epsilon_{i1} = \epsilon_{r1} - j60\sigma_1\lambda_0$ - kompleksna relativna permitivnost, $\underline{n} = (\underline{\epsilon}_{r1})^{1/2}$ - kompleksni koeficijent refrakcije, λ_0 - talasna dužina u vazduhu i $\omega = 2\pi f$ - kružna frekvencija. HHD je ilustrovan na Sl.1.



Sl.1. Ilustracija geometrije HHD-a iznad poluprovodne sredine

Za opisani model HHD, Hertz-ov vektor ima horizontalnu Π_{y0} i vertikalnu Π_{zy0} komponentu koje su date poznatim izrazima

$$\Pi_{y0}(\vec{r}) = \frac{p_{y0}}{4\pi\sigma_0} [K_0(r_{1k}) + S_{00}^h(r_{2k})], \quad (1a)$$

$$\Pi_{zy0}(\vec{r}) = \frac{p_{y0}}{4\pi\sigma_0} \frac{\partial}{\partial y} [S_{00}^{vh}(r_{2k})], \quad (1b)$$

gde je: p_{y0} - moment HHD, $K_0(r_{1k})$ - standardno jezgro potencijala, a $S_{00}^h(r_{2k})$ i $S_{00}^{vh}(r_{2k})$ su integrali Sommerfeld-ovog tipa. Njihovi izrazi u kanoničnoj formi su:

$$S_{00}^h(r_{2k}) = \int_{\alpha=0}^{\infty} \tilde{R}_{\eta 10}(\alpha) \tilde{K}_0(\alpha, r_{2k}) d\alpha, \quad (2a)$$

$$S_{00}^{vh}(r_{2k}) = \int_{\alpha=0}^{\infty} [1 - \underline{n}^{-2} \tilde{T}_{z10}(\alpha) + \tilde{T}_{\eta 10}(\alpha)] \frac{\tilde{K}_0(\alpha, r_{2k})}{u_0} d\alpha, \quad (2b)$$

gde su: $\tilde{R}_{\eta 10} = \tilde{T}_{\eta 10} - 1$, $\tilde{T}_{z10} = \tilde{R}_{z10} + 1$ i $\tilde{K}_0(\alpha, r_{2k})$ - koeficijenti refleksije, odnosno transmisije i jezgro potencijala u

transformisanom domenu promenljive α , respektivno, i r_{2k} - rastojanje od lika do tačke M_0 , $r_{2k} = \sqrt{\rho^2 + (z + h_k)^2}$.

Deo izraza (2b) koji sadrži $\tilde{T}_{z10}(u_0)$, $\tilde{T}_{z10} = \tilde{R}_{z10} + 1$, modeluje se na isti način kao u [1], a drugi deo koji sadrži $\tilde{T}_{\eta10}$, biće modelovan na isti način kao $\tilde{R}_{\eta10}(u_0)$ u $S_{00}^h(r_{2k})$ u (2a), a što je i predmet ovog rada.

Sommerfeld-ovo integralno jezgro $S_{00}^h(r_{2k})$, izraz (2a), ima integrale istog oblika kao i integrand u $S_{00}^v(r_{2k})$ u [1], samo što je koeficijent refleksije $\tilde{R}_{\eta10}$ u (2a) ovde oblika:

$$\tilde{R}_{\eta10}(\alpha) = \tilde{R}_{\eta10}(u_0) = \frac{u_0 - u_1}{u_0 + u_1} = \frac{u_0 - \sqrt{u_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_0^2}}{u_0 + \sqrt{u_0^2 + \gamma_1^2 - \gamma_0^2}}. \quad (3)$$

2.2. Prvi jednostavni model za SIK

Pod uslovom da je $n \gg 1$ i usvajanjem $u_1 \cong \gamma_1$, koeficijent refleksije (3) se može razviti u red geometrijske progresije oblika

$$\tilde{R}_{\eta10}(u_0) \cong - \left(1 - \frac{D_0}{\gamma_0} \frac{u_0}{2} + \frac{D_0^2}{2} \frac{u_0^2}{\gamma_0^2} + \dots \right), \quad (4a)$$

a smenom u (2a) ima se

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong - \left(K_0(r_{2k}) + \frac{D_0}{\gamma_0} \frac{\partial K_0(r_{2k})}{\partial z} + \frac{D_0^2}{2\gamma_0^2} \frac{\partial^2 K_0(r_{2k})}{\partial z^2} \right), \quad (4b)$$

gde je $D_0 = \gamma_0 d_0 = 2/n$.

Napomena 1. Kada je zadovoljen postavljeni uslov, (4a) predstavlja razvoj eksponencijalne funkcije, tj.

$$\tilde{R}_{\eta10}(u_0) \cong -e^{-u_0 d_0}, \quad (4c)$$

a ovo daje jednostavno rešenje za SIK,

$$S_{00}^h(r_{2k}) = -K_0(r_{2kd_0}), \quad (4d)$$

gde je $r_{2kd_0} = \sqrt{\rho^2 + (z + h_k + d_0)^2}$. Izrazi (4c) i (4d) su poznati kao Wait-Banister-ova aproksimacija.

2.3. Drugi jednostavni model za SIK

Razvojem (3) u Taylor-ov red u okolini tačke $u_0 = \gamma_0$, dobija se:

$$\tilde{R}_{\eta10} \cong -R_0 \left(1 - (u_0 - \gamma_0) \frac{D_0}{\gamma_0} + (u_0 - \gamma_0)^2 \frac{D_0^2}{\gamma_0^2} \frac{1 + 2n}{4n} \right), \quad (5a)$$

gde je $R_0 = (n-1)/(n+1)$, a D_0 je isto kao u (4a). Kada se izraz u srednjoj zagradi sredi po rastućem stepenu od u_0 i zatim smeni u (2a), dobija se:

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong -R_0 \left(A_0 K_0(r_{2k}) + \frac{B_0}{\gamma_0} \frac{\partial K_0(r_{2k})}{\partial z} + \frac{C_0}{\gamma_0^2} \frac{\partial^2 K_0(r_{2k})}{\partial z^2} \right), \quad (5b)$$

gde: $A_0 = 1 + D_0 + D_0^2 a_0$, $B_0 = D_0 + 2D_0^2 a_0$, $C_0 = D_0^2 a_0$ i $a_0 = (1 + 2n)/(4n)$.

Razvojem (3) u Taylor-ov red u okolini tačke $u_0 = 0$ konačno se dobija:

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong - \left(K_0(r_{2k}) + \frac{D_1}{\gamma_0} \frac{\partial K_0(r_{2k})}{\partial z} + \frac{D_1^2}{2\gamma_0^2} \frac{\partial^2 K_0(r_{2k})}{\partial z^2} \right), \quad (5c)$$

gde je $D_1 = \gamma_0 d_1 = 2/\sqrt{n^2 - 1}$.

Napomena 2. Razvoj u Taylor-ov red može biti i u okolini neke druge karakteristične tačke, ili kombinacija ovih razvoja u smislu srednje vrednosti. Takođe, razvoji u Taylor-ove redove se mogu preurediti i napisati u formi (4c), što se delimično vidi u razvoju (5a). Izraz (3) se zato može pretpostaviti u opštoj formi

$$\tilde{R}_{\eta10}(u_0) \cong B_i + A_i e^{-(u_0 - u_{0i}) d_i}, \quad (5d)$$

gde se konstante A_i i B_i određuju podešavanjem u tačkama $u_0 \rightarrow \infty$ i $u_0 = u_{0i}$, a konstanta d_i podešavanjem prvog izvoda. Na primer:

- Za tačku $u_{0i} = \gamma_0$ se dobija $B_i = 0$, $A_i = -R_0$ i $d_i = d_0$, pa je SIK oblika

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong -R_0 e^{D_0 K_0(r_{2kd_0})}; \quad (5e)$$

- Za tačku $u_{0i} = 0$ je $B_i = 0$, $A_i = -1$ i $d_i = d_1$, pa je SIK oblika

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong -K_0(r_{2kd_1}). \quad (5f)$$

2.4. Treći jednostavni model za SIK

Ako se (3) napiše u istoj formi kao izraz za \tilde{R}_{z10} , tj. izraz (7a) u [1], ima se:

$$\tilde{R}_{\eta10}(u_0) \cong B + A \frac{\gamma_0}{u_0}. \quad (6a)$$

Podešavanjem u tačkama $u_0 = \underline{\gamma}_0$ i $u_0 \rightarrow \infty$, dobija se:

$$\tilde{R}_{\eta 10}(u_0) = -R_0 \frac{\underline{\gamma}_0}{u_0}, \quad (6b)$$

a smenom u (2a) se ima

$$S_{00}^h(r_{2k}) \cong -R_0 \underline{\gamma}_0 \int_{v=z+h_k}^{\infty} \frac{e^{-\underline{\gamma}_0 \sqrt{\rho^2+v^2}}}{\sqrt{\rho^2+v^2}} dv. \quad (6c)$$

Numeričke vrednosti za ovaj model nisu ilustrovane u ovom radu.

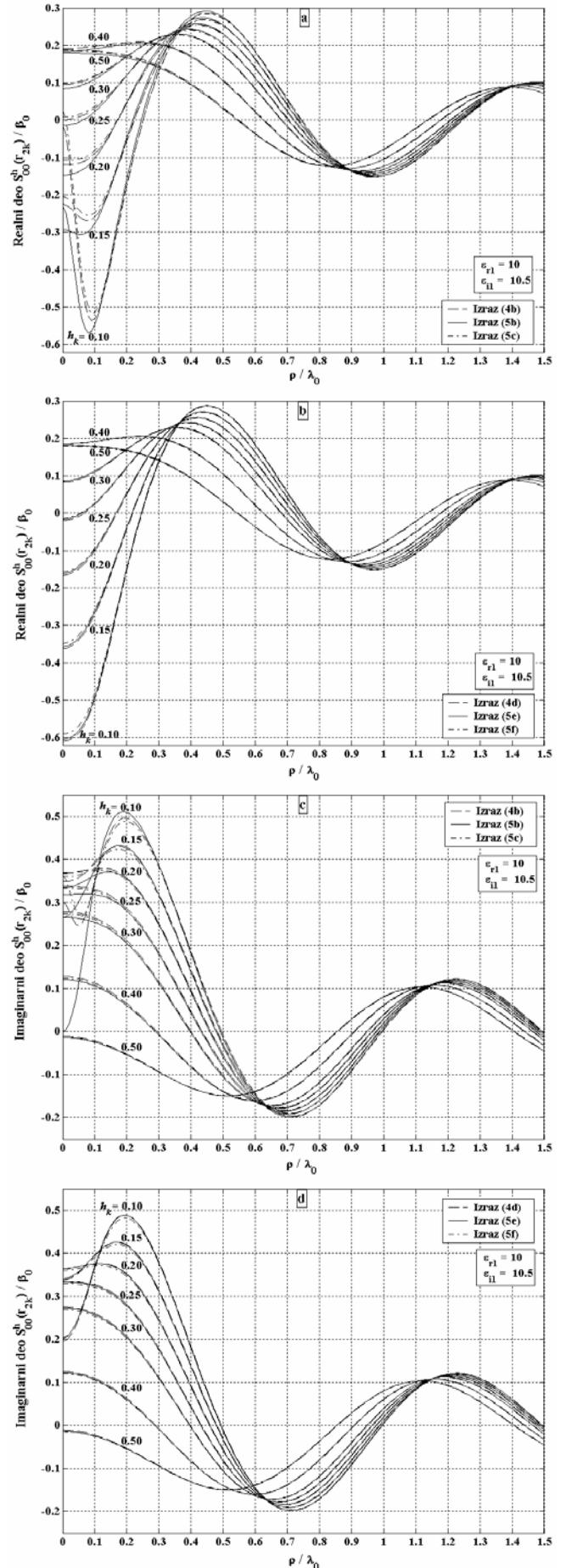
Napomena 3. Traganje za jednostavnim izrazom ima dvostruki značaj. Prvi, da se na jednostavan način vrše numerička izračunavanja sa zadovoljavajućom tačnošću. Druga prednost ovakvog pristupa je u činjenici da je izračunavanje Sommerfeld-ovog integrala na ovaj način izdvajanje "glavne vrednosti", a za postizanje veće tačnosti preostali deo (razlika u integrandu SIK) se zatim, mnogo jednostavnije numerički integriše.

3. NUMERIČKI EKSPERIMENTI

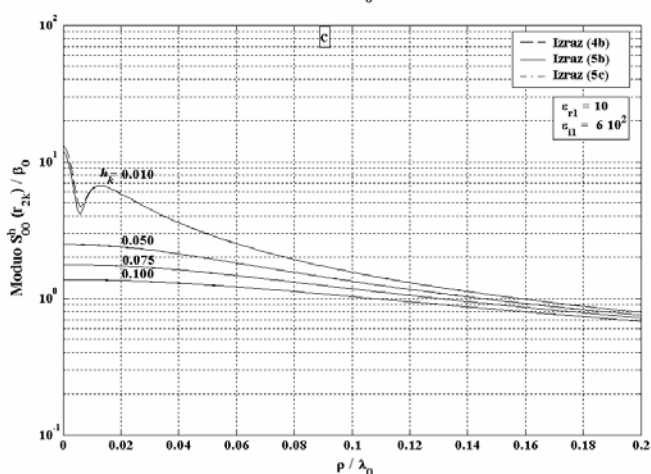
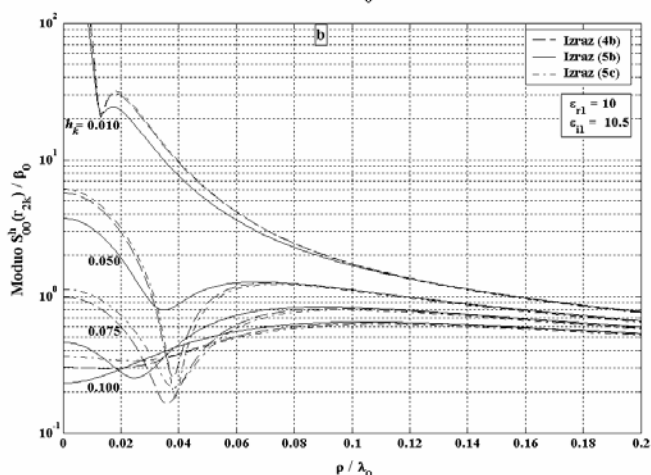
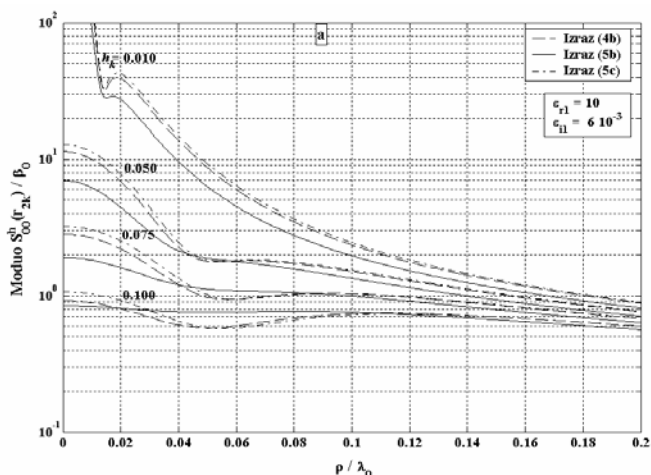
Na osnovu predloženih modela izvršena su izračunavanja za normalizovanu vrednost Sommerfeld-ovog integrala (SIK: S_{00}^h / β_0) za različite vrednosti parametara od kojih zavisi. U ovom radu su prikazane vrednosti dobijene za dve grupe prikazanih modela. Prva grupa su modeli (4b), (5b) i (5c), a u drugu grupu modela svrstani su (4d), (5e) i (5f). Kao referentni model za prvu grupu smatra se model (5b), a za drugu grupu model (5e). Model (5b) je usvojen kao referentni iz razloga što je dao izlazne rezultate visoke tačnosti za raspodelu struje i ulaznu impedansu/admitansu horizontalnog polutalasnog dipola postavljenog iznad homogene sredine. Iz istih razloga model (5e) usvojen je kao referentni. Vrednosti za SIK dobijene ovim modelima označene su na slikama punom linijom.

Vrednosti realnog i imaginarnog dela SIK u funkciji normalizovanog radijalnog rastojanja, za različite položaje HHD kao parametra, i položaj tačke M_0 u ravni $z=0$, prikazane su na Sl.2a i b i Sl.2c i d, respektivno. Sl.2a i 2c odgovaraju modelima koji su dati izrazima (4b), (5b) i (5c), a Sl.2b i 2d odgovaraju izrazima (4d), (5e) i (5f). Relativna dielektrična konstanta je $\epsilon_{r1} = 10$, a normalizovana specifična provodnost je $\sigma_1 \lambda_0 = 0.175$ S, to jest $\epsilon_{i1} = 10.5$. Iz prikazanih rezultata se može zaključiti da se rezultati svih šest modela praktično poklapaju za sve vrednosti položaja HHD, $h_k \geq 0.1 \lambda_0$, i za vrednosti radijalnog rastojanja većeg od $\rho \geq 0.1 \lambda_0$.

Za manje vrednosti visine položaja HHD, vrednosti SIK izlaze iz gabarita Sl.2, pa su izdvojeni na posebnim graficima koji su prikazani na Sl.3. Na Sl.3a, b i c prikazane su apsolutne vrednosti SIK za četiri položaja HHD, tj. $h_k/\lambda_0 = 0.010$; 0.050; 0.075 i 0.100. Slike a, b i c respektivno odgovaraju normalizovanim specifičnim provodnostima $\sigma_1 \lambda_0 = 10^{-4}$ S, $\sigma_1 \lambda_0 = 0.175$ S i $\sigma_1 \lambda_0 = 10$ S, a relativna dielektrična konstanta je $\epsilon_{r1} = 10$.



Sl.2. Realni i imaginarni deo SIK, $S_{00}^h(r_{2k})/\beta_0$, u funkciji radijalnog rastojanja tačke $M_0(\rho, 0, z=0)$



Sl.3 Moduo normalizovane vrednosti SIK, $S_{00}^h(r_{2k})/\beta_0$, za slučaj HHD, u funkciji radijalnog rastojanja tačke $M_0(\rho, 0, z=0)$.

4. ZAKLJUČAK

U radu je prezentovan jedan broj najjednostavnijih izraza kojima je modelovan Sommerfeld-ov integral za slučaj horizontalnog Hertz-ovog dipola postavljenog iznad poluprovodne sredine. Ovi izrazi, kao i jedan broj složenijih, razvijeni su na Elektronskom fakultetu u Nišu zadnjih desetak godina.

Na osnovu predloženih izraza napravljen je veći broj numeričkih eksperimenata kako bi se sagledala efikasnost predloženih izraza. Rezultati modela su međusobno poređeni tako što su prikazani na istim graficima. Kao referentne vrednosti za poređenje usvojene su vrednosti za SIK koje daje model dat izrazom (5b). Ovaj model je usvojen kao referentni

iz razloga što je dao izlazne rezultate za raspodelu struje i ulaznu impedansu/admitansu horizontalnog polu-talasnog dipola postavljenog iznad realne homogene zemlje primerene tačnosti, Ref. [6].

Iz prikazanih rezultata se može zaključiti da svih šest modela daju rezultate koji se praktično poklapaju ako je radijalno rastojanje veće od $\rho \geq 0.1\lambda_0$ i $h_k \geq 0.05\lambda_0$. Ova saglasnost prikazanih modela je u važnosti ako je moduo koeficijenta refrakcije veći od tri, $n > 3$. Za vrednosti n koje su manje od ovih, odstupanja od referentnog modela su veća. Referentni model daje rezultate za ulaznu impedansu/ admitansu zadovoljavajuće tačnosti ako je $\epsilon_{r1} \geq 2$, $\epsilon_{i1} > 2$ i $h_k \geq 0.025\lambda_0$ ([6]).

LITERATURA

- [1] M.P. Rančić, P.D. Rančić, "Vertikalni Hertz-ov dipol iznad poluprovodne ravni: Prikaz jednostavnih modela Sommerfeld-ovog integrala", XLIX Konferencija ETRAN'05, Budva, 12-17. juna 2005, (podnesen za prezentovanje)
- [2] P.D. Rančić, "Contribution to Linear Antennas Analysis by New Forms of Systems of Integral Equations of Two Potentials", Proc. of the 10th Conf. COMPUMAG'95, pp. 328-329, Berlin, Germany, July 1995.
- [3] P.D. Rančić, Z.D. Stevanović, "A Simplified Model for Solving the Problem of Horizontal Linear Antenna Above a Lossy Half-Space", Proc. of the III Int. Conf. TELSIKS'97, Vol. 1, pp. 84-87, Niš, Oct. 1997.
- [4] P.D. Rančić, Z.D. Stevanović, J.V. Surutka, "Coupled Horizontal Dipole Antennas Above a Conducting Half-Space", Proc. of the III Int. Symp. EMC'98, pp. Q1-12/725 - 730, Roma, Sep. 1998.
- [5] P.D. Rančić, "H.F.Yagi Antennas Above a Conducting Half-Space", FACTA UNIVERSITATIS (Niš), Ser. Electron & Energetics, Vol. 14, No. 2, pp. 145-166, Aug., 2001.
- [6] P.D. Rančić, "Jednostavan i vrlo efikasan metod za analizu horizontalnih žičanih antena iznad realne zemlje", Zbornik radova XLII JU Konf. ETRAN'98, Vol. 2, str. 225-228, Vrnjačka Banja, 1998.
- [7] M.P. Rančić, P.D. Rančić, "Vertical Linear Antennas in the Presence of a Lossy Half-Space: A New Simple and Efficient Model", Int.J.Electron.Comun. (AEU), 2004. (accepted for publication).
- [8] M.P. Rančić, P.D. Rančić, "An Approximative Model For Analyzing Vertical Antenna Above A Ground Plane", XII Telekom. Forum TELFOR'04, CD AEE Session 9, 9.28, Beograd, 23-25. Nov. 2004.

Abstract - A review of simple expressions used for modeling the Sommerfeld's integral kernel (SIK) in the case of the horizontal Hertz dipole (HHD) placed above a homogenous and isotropic medium, is given in this paper. The results based on numerical calculations were graphically arranged and compared to the ones whose accuracy was previously proven and ascertained.

HORIZONTAL HERTZ DIPOLE ABOVE A LOSSY HALF-SPACE: PRESENTATION OF SIMPLE MODELS FOR SOMMERFELD'S INTEGRALS

Predrag Rančić, Milica Rančić, Dijana Borisov