

## ODREĐIVANJE JAČINE ELEKTRIČNOG POLJA I POTENCIJALA U ŠUPLJEM DIELEKTRIČNOM TELU

Slavoljub R. Aleksić, Zlata Ž. Cvetković, Mirjana T. Perić, Bojana Z. Nikolić, *Elektronski fakultet, Niš*  
e-mail: {as, zlata, mika, zora}@elfak.ni.ac.yu

**Sadržaj** – U radu je primenom programskog paketa FEMM 4.0 određena raspodela potencijala i jačine električnog polja u šupljem dielektričnom telu cilindričnog oblika koje se nalazi u spoljašnjem homogenom elektrostatičkom polju. Razmatrana su dielektrična tela i šupljine različitog, ali unapred poznatog poprečnog preseka. Dobijeni rezultati upoređeni su sa rezultatima koji su dobijeni primenom metoda fiktivnih izvora.

### 1. UVOD

Poslednjih godina razvijen je veliki broj programskih paketa za rešavanje problema iz elektromagnetike. Oni olakšavaju računanje, a predstavljaju i veoma dobar način za proveru rezultata dobijenih korišćenjem analitičkih ili numeričkih metoda. Neki od tih programa mogu se pronaći i preko interneta, tako da su dostupni širokom krugu korisnika. Pre svega, mogu se naći studentske verzije programa, kao npr. Quickfield i Maxwell, sa limitiranim brojem čvorova (kod metoda konačnih elemenata), što utiče i na tačnost dobijenih rezultata. Sa druge strane, postoje i full verzije znatno preciznijih programa, poput programskog paketa FEMM (verzija 4.0), razvijenog od strane Davida Meeker-a [1].

U ovom radu je primenjen programski paket FEMM za određivanje raspodele potencijala i jačine električnog polja u šupljini dielektričnog tela koje se nalazi u homogenom elektrostatičkom polju. Posmatrana su tela i šupljine proizvoljnog, ali poznatog oblika. Rezultati prikazani u ovom radu samo su deo istraživanja obavljenih na Tehničkom univerzitetu u Ilmenau, Nemačka [2]. Dobijeni rezultati upoređeni su sa rezultatima koji su dobijeni primenom metoda fiktivnih izvora. Problem određivanja raspodele potencijala i jačine električnog polja u šupljim telima je razmatran i ranije, na prethodnim konferencijama ETRAN-a [3,4], kao i na međunarodnim skupovima [5,6] i časopisu [7], gde je, za rešavanje problema, primenjen metod fiktivnih izvora.

### 2. PROGRAMSKI PAKET FEMM

Programski paket FEMM (Finite Element Method Magnetics) je od 1998. godine do danas imao više verzija. Ova poslednja verzija 4.0, donosi sjedinjavanje prethodnih, namenjenih rešavanju elektrostatičkih (BELA) i magnetostatičkih problema (FEMM). Ovaj programski paket omogućava rešavanje niskofrekventnih dvodimenzionalnih elektromagnetnih problema, problema sa aksijalnom simetrijom, linearnih i nelinearnih elektrostatičkih i magnetostatičkih problema, kao magnetnih problema u vremenskom domenu. Programski paket se zasniva na primeni metoda konačnih elemenata.

### 3. METOD FIKTIVNIH IZVORA

Metod fiktivnih izvora je jedan od najčešće korišćenih metoda za numeričko rešavanje elektrostatičkih problema [8]. Osnovna ideja kod ovog metoda je da se početni sistem zameni sistemom fiktivnih izvora (FI) tj. naelektrisanja. Da bi se odredile nepoznate vrednosti naelektrisanja i položaj fik-

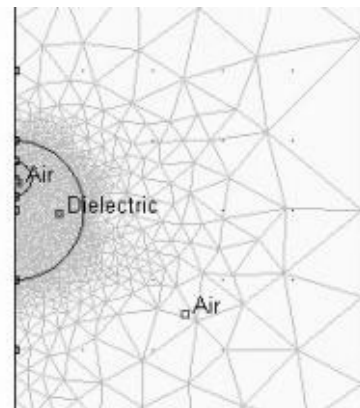
tivnih izvora treba rešiti sistem nelinearnih jednačina. Jednačine se postavljaju tako da, u svakom trenutku, budu zadovoljeni granični uslovi na razdvojnoj površini. Da bi se izbeglo rešavanje nelinearnih jednačina, unapred se usvaja položaj fiktivnih izvora, tako da su nepoznate veličine samo vrednosti naelektrisanja fiktivnih izvora [9]. Rešavanjem ovako formiranog sistema linearnih jednačina i zamenom dobijenih vrednosti u standardne izraze za određivanje potencijala i jačine električnog polja dobijaju se tražene vrednosti.

Veoma je bitan pravilan izbor oblika i broja fiktivnih izvora. Povećavajući njihov broj, povećava se i tačnost izračunavanja. Međutim, kada je broj fiktivnih izvora isuviše veliki, fiktivni izvori bivaju veoma blizu jedan od drugog, pa tačnost dobijenog rešenja opada. Što se tiče oblika, za rešavanje trodimenzionalnih problema, kao fiktivni izvori se koriste tačkasta opterećenja. Podužna naelektrisanja se primenjuju kada se radi o planparalelnim problemima, dok se lineični obruči sa kružnim poprečnim presekom koriste kod sistema sa aksijalnom simetrijom. Međutim, za fiktivne izvore mogu biti uzeti i neki drugi oblici, što zavisi od geometrije problema i iskustva samog istraživača.

### 4. NUMERIČKI REZULTATI

#### Primer 1

Dielektrični cilindar, kružnog poprečnog preseka, poluprečnika  $a = 100$  mm, sa ekscentričnom kružnom šupljinom poluprečnika  $b = 25$  mm i ekscentriciteta  $c = 45$  mm, nalazi se u poprečnom spoljašnjem elektrostatičkom polju,  $E_0 = E_0 \hat{y}$ , gde je  $E_0 = 100$  V/m. Centri cilindra i šupljine leže na  $y$ -osi, koja je upravna na osu sistema. Kako je problem simetričan, dovoljno je posmatrati samo polovinu sistema. Relativna dielektrična konstanta cilindra je  $\epsilon_r = 3$ . Pošto programski paket FEMM može da rešava samo zatvorene sisteme, potrebno je definisati granične oblasti, dovoljno udaljene od cilindra, tako da ne remete postavku problema. Formirana je mreža sa 5729 čvorova. Radna površina, sa zadatim granicama oblasti prikazana je na Sl.1.



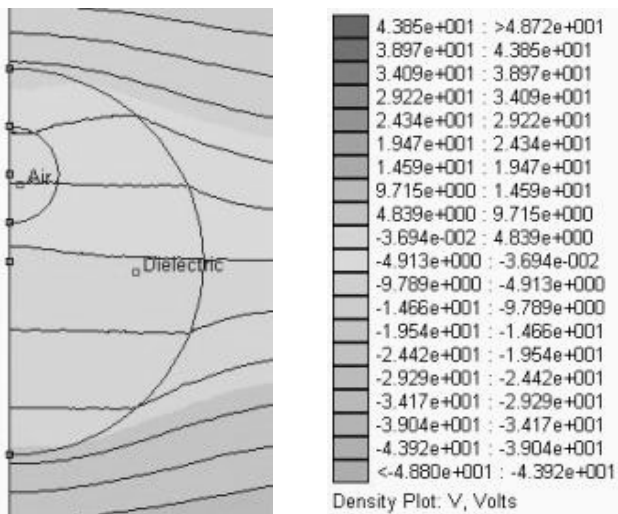
Sl.1. Radna površina programskog paketa FEMM, sa zadatim problemom i primenjenom mrežom.

Potrebno je definisati i granične uslove. FEMM omogućava primenu Dirichlet-ovog i Neumann-ovog graničnog uslova.

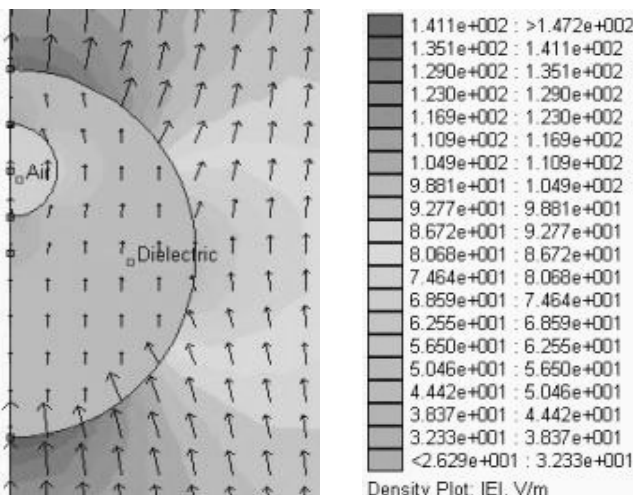
Kod Dirichet-ovog graničnog uslova magnetni ili električni skalar potencijal je eksplicitno definisan na granici. Konkretno, za posmatrani primer, na vertikalnim granicama odabrane oblasti važi uslov  $dV/dn=0$ , na donjoj horizontalnoj granici  $V=0V$ , a na gornjoj  $V=-100V$ , gde je  $V$  potencijal, a  $n$  jedinični vektor normale.

Neumann-ov granični uslov se odnosi na normalni izvod potencijala po graničnoj oblasti. Za posmatrani primer, na vertikalnim granicama važi uslov  $dV/dn=0$ , na donjoj horizontalnoj granici  $dV/dn=E_0=100V/m$ , a na gornjoj  $dV/dn=-E_0=-100V/m$ .

Na Sl.2 prikazana je raspodela potencijala i ekvipotencijalne linije za slučaj dielektričnog cilindra kružnog poprečnog preseka, kada je primenjen Dirichlet-ov granični uslov.

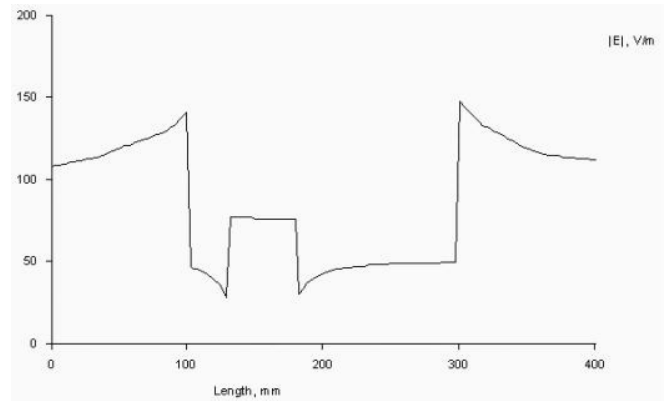


Sl.2. Raspodela potencijala i ekvipotencijale.



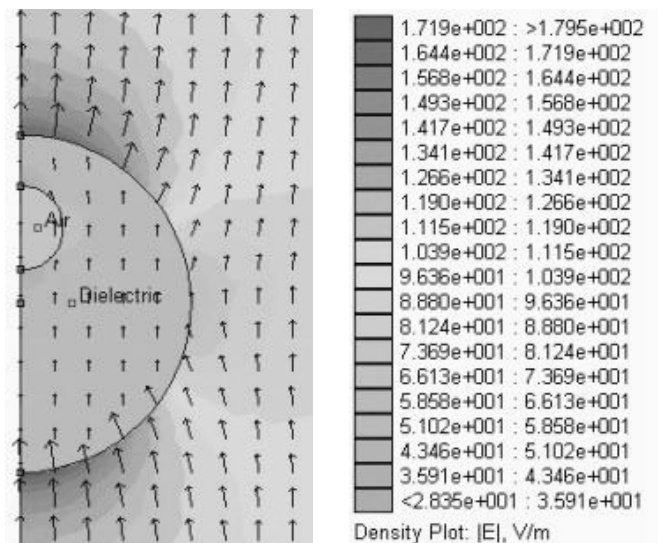
Sl.3. Raspodela jačine električnog polja i vektor jačine električnog polja.

Sl.3 i Sl.4 prikazuju raspodelu jačine električnog polja za slučaj dielektričnog cilindra kružnog poprečnog preseka, kada je primenjen Dirichlet-ov granični uslov. Primenom Neumann-ovog graničnog uslova, dobijaju se slične vrednosti [2], a zbog ograničenog prostora, ovde neće biti ni prikazane.

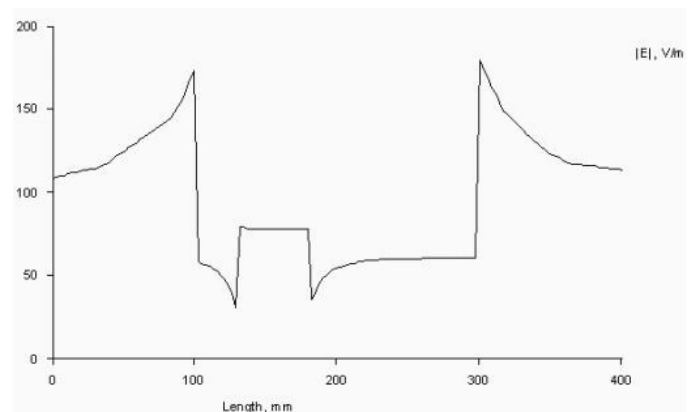


Sl.4. Raspodela jačine električnog polja duž y-ose.

Ako se problem posmatra kao aksisimetričan, dobijaju se rezultati prikazani na Sl.5 i Sl.6. Ove vrednosti su dobijene uz zadovoljenje Neumann-ovog graničnog uslova na granicama oblasti.

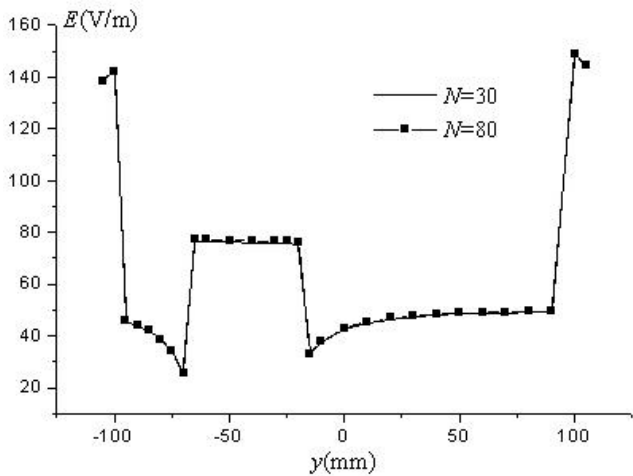


Sl.5. Raspodela jačine električnog polja i vektor jačine električnog polja.



Sl.6. Raspodela jačine električnog polja duž y-ose.

Primena metoda fiktivnih izvora za rešavanje ovog problema, detaljno je objašnjena u radovima [3-7]. U ovom radu će biti prikazana samo promena jačine električnog polja za različit broj fiktivnih izvora i zadate vrednosti faktora uvlačenja  $f$  (Sl.7). Ulazni podaci su:  $f_1 = 0.8$ ,  $f_2 = 1.2$ ,  $f_3 = 0.8$ ,  $f_4 = 1.2$ ,  $b/a = 0.25$ ,  $c/a = 0.45$  i  $\epsilon_r = 3$ .

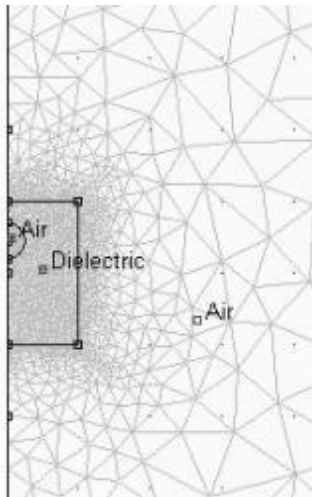


Sl.7. Raspodela jačine električnog polja duž  $y$ -ose cilindra, sračunata primenom metoda fiktivnih izvora.

### Primer 2

Dielektrični cilindar, poprečnog preseka oblika kvadrata, stranice  $a = 100$  mm, sa ekscentričnom cilindričnom šupljinom kružnog poprečnog preseka poluprečnika  $b = 25$  mm i ekscentriciteta  $c = 45$  mm, nalazi se u poprečnom spoljašnjem elektrostatičkom polju,  $E_0 = E_0 \hat{y}$ , gde je  $E_0 = 100$  V/m.

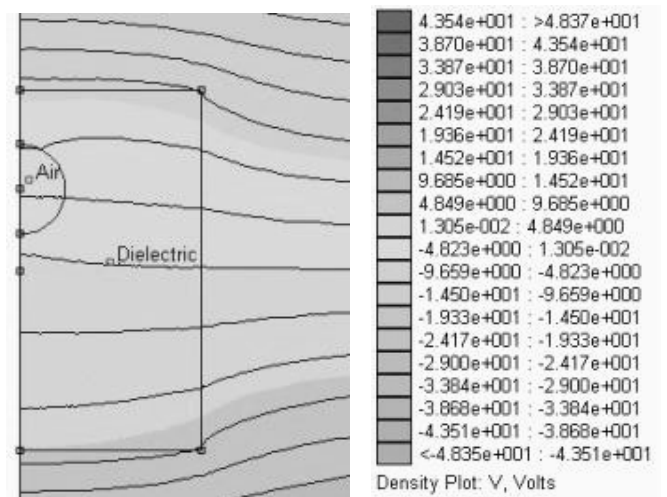
Postavka problema u programskom paketu FEMM prikazana je na Sl.8, dok su na Sl.9-11 prikazane promene potencijala i jačine električnog polja, kao i ekvipotencijalne linije dobijene primenom Neumann-ovog uslova, kada se problem posmatra kao planarni. Formirana je mreža sa 7086 čvorova.



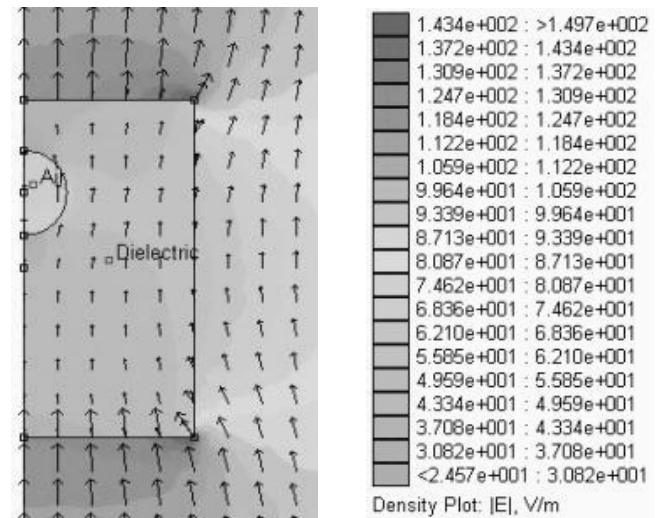
Sl.8. Radna površina programskog paketa FEMM, sa zadatim problemom i primenjenom mrežom.

Na Sl.12 prikazana je promena jačine električnog polja duž  $y$ -ose, kada se problem posmatra kao aksisimetričan, a uslov je Dirichlet-ov. Ni ovde, zbog ograničenog prostora nisu prikazane ekvipotencijale i linije vektora jačine električnog polja, kao ni rezultati dobijeni primenom Neumann-ovog uslova.

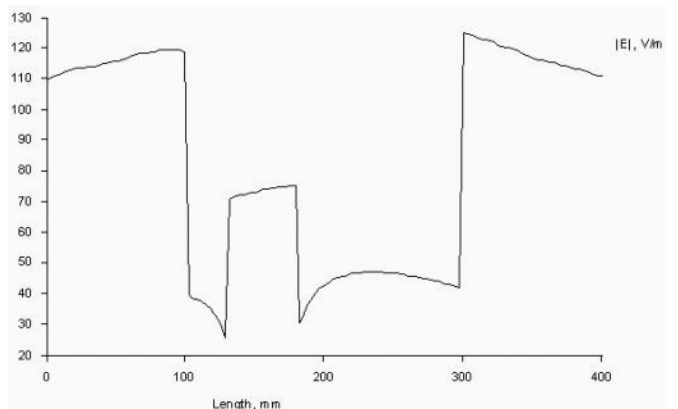
Na Sl.13 prikazana je promena jačine električnog polja duž ose cilindra, za različit broj fiktivnih izvora, kada su ulazni podaci isti kao u prethodnom primeru.



Sl.9. Raspodela potencijala i ekvipotencijale.



Sl.10. Raspodela jačine električnog polja i vektor jačine električnog polja.

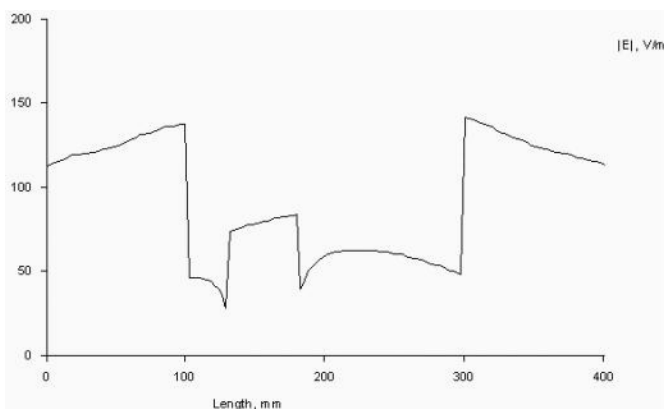


Sl.11. Raspodela jačine električnog polja duž  $y$ -ose.

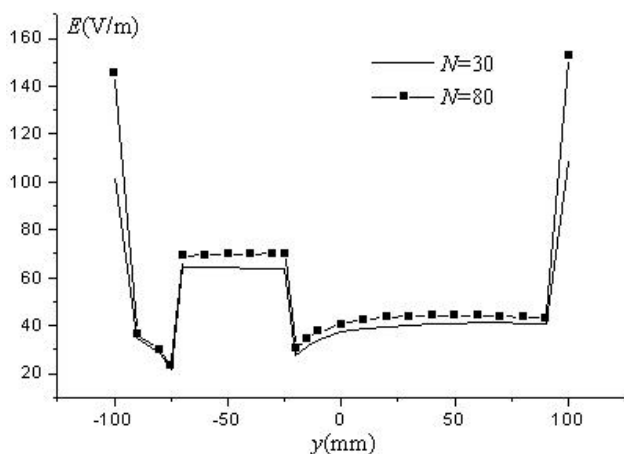
U Tablici 1, prikazana je jačina električnog polja u dve karakteristične tačke,  $(0, 0)$  i  $(0, -45)$  mm, za sve razmatrane slučajeve, uz napomenu koji je granični uslov primenjen.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu su prikazani rezultati dobijeni primenom programskog paketa FEMM4.0 za određivanje raspodele potencijala i jačine električnog polja u šupljem dielektričnom telu.



Sl.12. Raspodela jačine električnog polja duž  $y$ -ose.



Sl.13. Raspodela jačine električnog polja duž  $y$ -ose cilindra, sračunata primenom metoda fiktivnih izvora.

**Tablica 1.** Jačina električnog polja u tačkama  $(0, 0)$  i  $(0, -45 \text{ mm})$  cilindričnog provodnika sa kružnom ekscentričnom šupljinom.

Vrsta problema/ gran. uslov	Jačina polja $E(\text{V/m})$ u tačkama	
	$(0, 0)$	$(0, -45 \text{ mm})$
FEMM, planarni, krug/ Dirichlet gran. uslov	43.87	78.29
FEMM, planarni, krug/ Neumann gran. uslov	42.45	75.83
Metod fiktivnih izvora, krug	42.91	76.89
FEMM, aksisim., krug/ Dirichlet gran. uslov	54.76	78.07
FEMM, aksisim., krug/ Neumann gran. uslov	54.62	77.89
FEMM, planarni, kvadrat/ Dirichlet gran. uslov	44.89	76.77
FEMM, planarni, kvadrat/ Neumann gran. uslov	43.06	73.63
Metod fiktivnih izvora, kvadrat	39.75	70.34
FEMM, aksisim., kvadrat/ Dirichlet gran. uslov	59.18	79.24
FEMM, aksisim., kvadrat/ Neumann gran. uslov	58.75	78.69

Dobijeni rezultati upoređeni su sa rezultatima dobijenim primenom metoda fiktivnih izvora. Povećanjem broja fiktivnih izvora ostvarena je veća tačnost. Postignuto je dobro slaganje sa rezultatima koje je dao programski paket, za slučaj kada se problem posmatra kao planarni. Određeni nedostatak je u tome što se mogu rešavati samo planparalelni i problemi sa aksijalnom simetrijom, ali ne i trodimenzionalni problemi.

## LITERATURA

- [1] Programski paket: femm4.0, David Meeker, 2003, <http://femm.berlios.de>
- [2] B. Z. Nikolić: "Calculation of the electric field strength and the potential in the arbitrary shaped cavity of the dielectric body", *rezultati sa studijskog boravka*, TU Ilmenau, Nemačka, 2004
- [3] M. T. Perić: "Dielektrični štap sa ekscentričnom šupljinom u poprečnom električnom polju", *Zbornik radova XLVI Konferencije ETRAN-a*, 3-6.jun, 2002, Banja Vrućica, Teslić, Bosna i Hercegovina, str. 220-223.
- [4] M. T. Perić: "Šupalj dielektrični štap u poprečnom električnom polju", *Zbornik radova XLVII Konferencije ETRAN-a*, 8-13.jun, 2003, Herceg Novi, Srbija i Crna Gora, str. 256-259.
- [5] M. T. Perić: "Dielectric arbitrary shaped cylinder with arbitrary shaped and positioned cavity in homogeneous transverse electrical field", *6th International Conference on Applied Electromagnetics IIEC2003*, 01-03 June 2003, Niš, Serbia and Montenegro, pp. 209-212.
- [6] M. T. Perić: "Calculation of electric field strength in hollow body using Charge Simulation Method", *International PhD-Seminar "Computation of Electromagnetic Field"*, Budva, Serbia and Montenegro, 23-28 September 2004, pp.137-142.
- [7] M. T. Perić: "Dielectric Body with Arbitrary Shaped and Positioned Cavity in Homogeneous Transversal Electric Field", *Serbian Journal of Electrical Engineering*, Technical faculty of Čačak, Serbia and Montenegro, Volume 1, No. 2, June 2004, pp. 175-186.
- [8] J. V. Surutka, D. M. Veličković: "Jedan novi numerički metod za rešavanje problema elektrostatičke", *Zbornik radova XXI Jugoslovenske konferencije za ETAN*, Banja Luka, juni 1977, Vol. II, pp. 240-247.
- [9] D. M. Veličković: "Charge Simulation Method in Electromagnetic Field Computations", *Summer School "Modern Aspects of Theoretical Electrical Engineering" SOZOPOL 2002*, 29 September – 3 October 2002, Sozopol, Bulgaria, pp. 23-30.

**Abstract** – In this paper, the calculation of the electric field strength and the potential in the arbitrary shaped cavity of the dielectric body is presented. The results are obtained using program's package FEMM4.0 and Charge Simulation Method.

## CALCULATION OF ELECTRIC FIELD STRENGTH AND POTENTIAL IN DIELECTRIC BODY WITH CAVITY

Slavoljub R. Aleksić, Zlata Ž. Cvetković,  
Mirjana T. Perić, Bojana Z. Nikolić