

## DETEKCIJA HAOSA U KOLPICOVOM OSCILATORU

Vesna Rubežić, Igor Đurović, Miloš Daković, *Elektrotehnički fakultet u Podgorici*

**Sadržaj** - Razmatrana je detekcija haotičnog stanja u nelinearnom haotičnom Kolpicovom oscilatoru. Predložen je novi pristup za određivanje tekućeg stanja kola zasnovan na mjeri koncentracije vremensko-frekvencijske reprezentacije. Parametri predloženog algoritma su detaljno razmatrani.

### 1. UVOD

Sistemi (električni, mehanički, biološki, ekonomski) koji pod određenim uslovima ispoljavaju haotično ponašanje, interesantni su istraživačima već duži vremenski period [1]-[4]. Jedna od važnih tema iz ove oblasti je procjena tekućeg stanja sistema (haos ili periodičan režim). Postoji nekoliko tehnika za detekciju haosa: Ljapunovljevi eksponenti, Kolmogorovljeva entropija, Poenkareovi presjeci [5]. Ljapunovljevi eksponenti su najčešće korišćeni kvantitativni pokazatelji haosa. Međutim, njihovo izračunavanje zahtijeva dug vremenski interval, pa su neupotrebljivi u sistemima koji u kratkom vremenu, promjenom jednog ili više parametara, prođu kroz različite režime. Drugi metodi moraju biti primijenjeni u tim slučajevima.

U ovom radu, predstavljena je detekcija haosa u nelinearnim oscilatornim kolima upotrebom vremensko-frekvencijskih reprezentacija. Predloženi detektor procjenjuje stanje sistema na osnovu specifične mjere koncentracije vremensko-frekvencijske reprezentacije signala. Procjena se vrši bez znanja strukture i parametara oscilatora, a u ovom radu je primijenjena na Kolpicovom oscilatoru, jednostavnom kolu koje se često koristi u telekomunikacijama.

Poslije uvoda, ukratko je opisan Kolpicov oscilator. Zatim je detaljno opisan predloženi detektor i prikazani su rezultati simulacije. Na kraju, dati su zaključci i budući problemi.

### 2. KOLPICOV OSCILATOR

Kolpicov oscilator koji mi razmatramo prikazan je na Slici 1a. Ako pretpostavimo, kao u [1], da bipolarni tranzistor radi u direktnom aktivnom režimu i u zakočenju, možemo modelovati tranzistor kao naponom kontrolisani otpornik  $N_R$  (struja kroz otpornik je linearna izlomljena funkcija napona na otporniku) i linearni strujom kontrolisani strujni izvor, kao na Slici 1b. Onda, kolo može biti opisano sistemom od tri autonomne jednačine stanja:

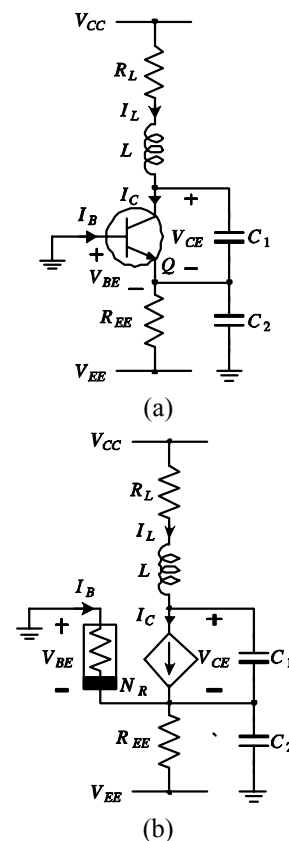
$$\begin{aligned} C_1 \frac{dv_{CE}}{dt} &= i_L - I_C \\ C_2 \frac{dv_{BE}}{dt} &= -\frac{V_{EE} + v_{BE}}{R_{EE}} - i_L - I_B \\ L \frac{di_L}{dt} &= V_{CC} - v_{CE} + v_{BE} - i_L \end{aligned} \quad (1)$$

gdje je karakteristika nelinearnog rezistora  $N_R$  data sa:

$$I_B = \begin{cases} 0 & \text{if } v_{BE} \leq V_{TH} \\ \frac{v_{BE} - V_{TH}}{R_{ON}} & \text{if } v_{BE} > V_{TH} \end{cases}$$

$$I_C = \beta_F I_B$$

$V_{TH}$  je napon praga,  $R_{ON}$  otpornost spoja baza-emitor za male signale i  $\beta_F$  je direktno strujno pojačanje.



Sl. 1. (a) Kolpicov oscilator sa bipolarnim tranzistorom; (b) njegovo ekvivalentno kolo.

Sa odgovarajućim izborom parametara ovaj oscilator ispoljava haotično ponašanje.

### 3. PREDLOŽENI DETEKTOR

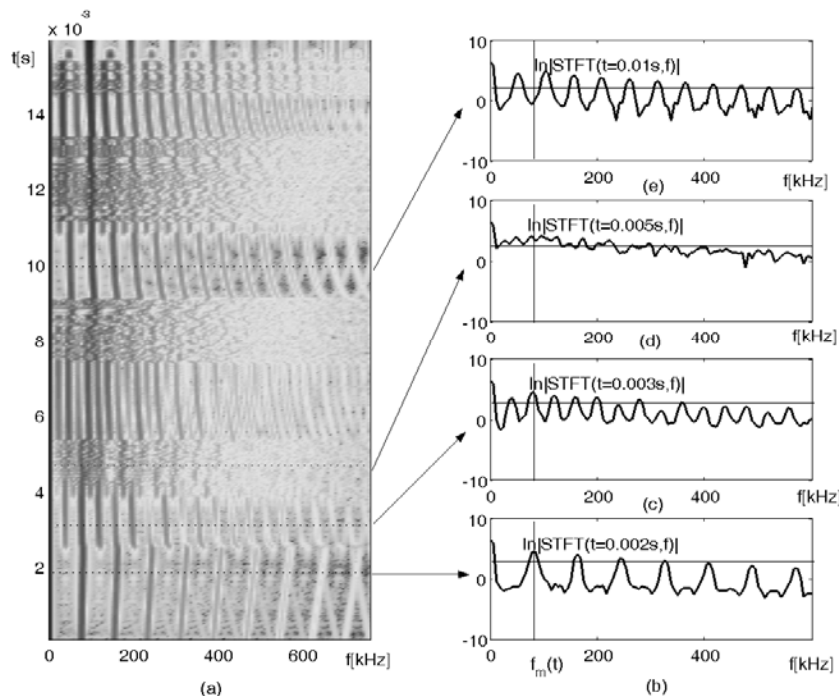
Razmatramo ponašanje Kolpicovog oscilatora sa parametrima kao u [1]:  $C_1 = 54nF$ ,  $C_2 = 54nF$ ,  $L = 98.5\mu H$ ,  $R_{EE} = 400\Omega$ ,  $V_{EE} = -5V$ ,  $V_{CC} = 5V$ ,  $\beta_F = 255$ ,  $R_{ON} = 100\Omega$ ,  $V_{TH} = 0.75V$  i otpornošću  $R_L$  koja se linearno mijenja u opsegu od  $67\Omega$  do  $5\Omega$ . Otpornost  $R_L$  je bifurkacioni parametar, a scenario prelaza u haos je period-udvostručavajući [2]. Promjenom parametra  $R_L$  u vremenu, mijenja se stanje sistema, a time i spektralni sadržaj signala. Kao prirodno sredstvo za analizu nameće se vremensko-frekvencijska reprezentacija. Kratkotrajna

Furijeova transformacija (STFT) je primijenjena u razvoju našeg detektora kao najprostija i najčešće upotrebljavana vremensko-frekvencijska reprezentacija [6]:

$$STFT(t, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t+\tau)w(\tau)e^{-j2\pi f t} d\tau \quad (2)$$

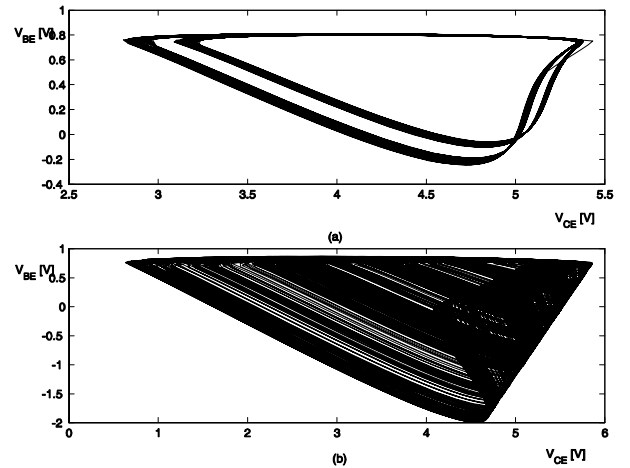
gdje je  $x(t)$  signal od interesa. U ovom radu to je napon ili struja.  $w(t)$  je funkcija prozora.

Razmatrana je STFT signala  $v_{BE}(t)$  i prikazana je na Slici 3a. Slični rezultati dobijaju se i za  $v_{CE}(t)$  i  $i_L(t)$ . Za  $R_L$  od  $67\Omega$  do  $57\Omega$  oscilator ispoljava periodično kretanje sa osnovnom frekvencijom  $88kHz$ . U vremensko-frekvencijskoj ravni vide se jednosmjerna komponenta, osnovna frekvencija i njeni umnošci. Logaritam magnitude STFT signala za  $R_L = 59\Omega$  ( $t = 2ms$ ) prikazan je na Slici 3b. Smanjivanjem otpornosti dolazi do periodudvostručavajuće bifurkacije. U faznom prostoru pojavljuje se periodični atraktor kome je potrebno dvostruko više vremena da se zatvori na samog sebe (Slika 2a). U vremensko-frekvencijskoj ravni sada se vidi i subharmonik (intenziteta manjeg od intenziteta osnovnog harmonika) i njegovi umnošci (Slika 3c). Nakon više periodudvostručavajućih bifurkacija sistem ulazi u kaos (Slika 2b). U vremensko-frekvencijskoj ravni između jednosmjerne komponente i osnovnog harmonika postoji mnogo komponenti čiji je intenzitet približno jednak intenzitetu ove dvije.



Slika 3. (a) STFT; (b) Logaritam magnitude STFT za  $t = 2ms$  - period 1 ciklus; (c) Logaritam magnitude STFT za  $t = 3ms$  - period 2 ciklus; (d) Logaritam magnitude STFT za  $t = 5ms$  - kaos; (e) Logaritam magnitude STFT za  $t = 10ms$  - periodični prozor.

Iz dosadašnjeg razmatranja zaključujemo da se procjena stanja oscilatora može izvršiti na osnovu specifične mjera koncentracije vremensko-frekvencijske reprezentacije signala između jednosmjerne komponente i osnovnog harmonika. Odlučili smo da mjerimo veličinu frekvencijskog regiona u



Slika 2. (a) Period 2 atraktor ( $R_L = 57\Omega$ ); (b) Haotični atraktor  $R_L = 35\Omega$

Logaritam magnitude STFT signala za  $R_L = 48\Omega$  ( $t = 5ms$ ) vidi se na Slici 3d. Daljim smanjivanjem parametra  $R_L$ , uočava se da za određene opsege vrijednosti tog parametra oscilator ispoljava periodično kretanje. To su periodični prozori (Slika 3e). Poslije njih opet se javlja kaos. Konačno, pri  $R_L = 9\Omega$ , oscilator se vraća u periodičan režim.

kome je spektralni sadržaj visok. U tom cilju formiramo mjeru koncentracije STFT datu sa:

$$m(t) = \int_0^{f_m(t)} u_{\Omega(t)}(t, f) df \quad (3)$$

gdje je  $\Omega(t)$  prag,  $f_m(t)$  frekvencija glavne spektralne komponente, a funkcija  $u_{T(t)}(t, f)$  je data kao:

$$u_{T(t)}(t, f) = \begin{cases} 1 & |STFT(t, f)| \geq \Omega(t) \\ 0 & \text{drugdje} \end{cases}$$

Procedura se može sažeti u nekoliko koraka.

I korak - Računanje STFT signala od interesa.

II korak - Određivanje frekvencije glavne spektralne komponente  $f_m(t)$  kao pozicije maksimuma u STFT, isključujući region oko jednosmjerne komponente:

$$f_m(t) = \arg \max_{f > \varphi} |STFT(t, f)| \quad (4)$$

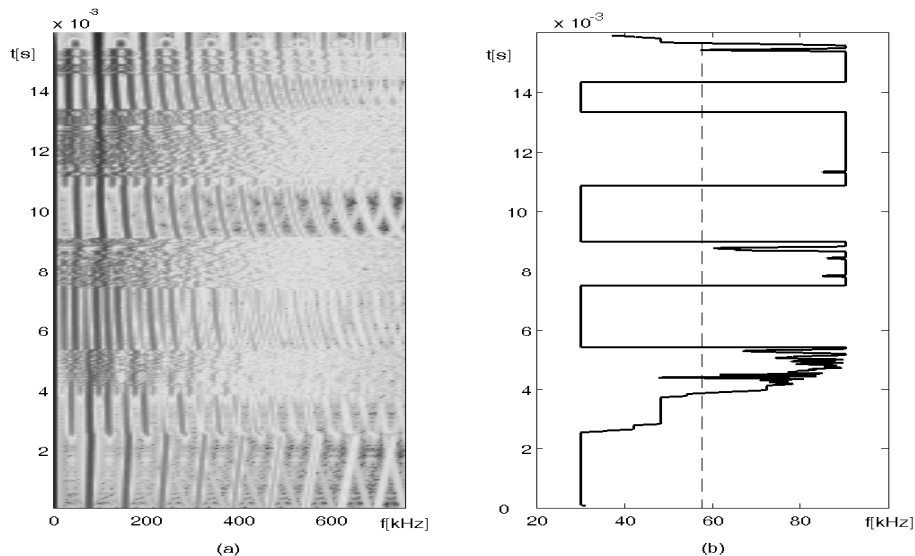
gdje je  $\varphi$  region jednosmjerne komponente širine nekoliko odbiraka frekvencije. U slučaju da to nije moguće na ovaj način uraditi (jednosmjerna i glavna komponenta su vrlo blizu ili je režim haotičan), može se primijeniti neka od preciznijih tehnika, kao npr. ESPRIT [7].

III korak - Biranje praga  $\Omega(t)$  tako da vrijednosti STFT sa magnitudom većom od  $\Omega(t)$  sadrže gotovu svu energiju signala, tj. da je energija koja ostaje izvan ovog regiona veoma mala:

$$(1 - \varepsilon) \int_0^{\infty} |STFT(t, f)|^2 df = \int_0^{\infty} |STFT(t, f)|^2 u_{\Omega(t)}(t, f) df \quad (5)$$

U našem eksperimentu  $\varepsilon = 0.016$ . Napomenimo da algoritam dobro radi za relativno širok opseg parametra  $\varepsilon$ . Da bi odredili prag  $\Omega(t)$ , magnitude odbiraka STFT u razmatranom trenutku sortirane su u opadajući poredak. Prag je izabran kao pozicija gdje ostatak sortiranih sekvenci ima energiju manju ili jednaku  $\varepsilon \int_0^{\infty} |STFT(t, f)|^2 df$ . Na slici 3 prikazan je kao puna horizontalna linija.

#### 4. REZULTATI SIMULACIJE



Slika 4. (a) STFT; (b) Odziv detektora - puna linija, prag - isprekidana linija.

IV korak - Računanje odziva detektora prema relaciji (3). U cilju izbjegavanja mogućeg uticaja šuma i drugih grešaka, odziv detektora  $m(t)$  je usrednjen unutar malog intervala oko razmatranog trenutka:

$$m'(t) = \frac{1}{P} \int_{t-p/2}^{t+p/2} m(\tau) d\tau \quad (6)$$

V korak - Donošenje odluke o stanju sistema osnovu  $m'(t)$ :

$$\begin{aligned} m'(t) &\geq C(t) && \text{haotični režim} \\ m'(t) &< C(t) && \text{periodični režim} \end{aligned} \quad (7)$$

gdje je  $C(t)$  prag. U haotičnom režimu očekuje se da je cio region  $[0, f_m(t)]$  iznad praga. Prema tome, očekivana vrijednost  $m'(t)$  u haotičnom režimu je blizu  $f_m(t)$ . Međutim, u periodičnom režimu vrijednosti STFT između jednosmjerne komponente i glavne spektralne komponente su male. Mi pretpostavljamo da je širina komponente signala poznata i određena upotrebljenom funkcijom prozora. Numeričke kalkulacije sa Haningovim prozorom rezultuju sa tri nenulta odbiraka frekvencije za frekvenciju sinusoidalne komponente u frekvencijskoj mreži. Prema tome, očekivana vrijednost  $m'(t)$  u periodičnom režimu, uz upotrebu Haningovog prozora širine  $T$ , je  $5/T$  (5 odbiraka frekvencije, 3 od glavne komponente i 2 od jednosmjerne komponente, pošto je jedna u dijelu negativnih frekvencija). Prag je izabran kao aritmetička sredina očekivane vrijednosti odziv detektora u periodičnom i haotičnom režimu.

$$C(t) = \frac{f_m(t) + \frac{5}{T}}{2} \quad (8)$$

U ovom dijelu razmatrana je primjena predloženog detektora u slučaju period-udvostručavajućeg puta u haos na primjeru Kolpicovog oscilatora. Razmatran je oscilator sa istim parametrima kao u prethodnom dijelu. Ponovljena je ilustracija vremensko-frekvencijske reprezentacije na Slici 4a, dok je na desnoj strani prikazan odziv detektora. Isprekidanom linijom označen je prag. Regioni gdje je odgovor predloženog detektora iznad praga (haos) dobro odgovaraju teorijskim očekivanjima. Periodični prozori su, takođe, korektno detektovani.

## 5. ZAKLJUČAK

Predstavljen je jednostavan detektor haotičnog stanja. Upotreba mjere koncentracije odbiraka STFT omogućila je praćenje i procjenu vremenski-promjenljivog ponašanja nelinearnog oscilatora. Numerički je analiziran primjer Kolpicovog oscilatora, pošto je on dobro poznat u teoriji. Predloženi pristup je testiran i na drugim haotičnim oscilatorima i dobijeni rezultati su tačni. U budućem radu, razvićemo predloženi detektor u cilju razlikovanja različitih tipova atraktora.

## LITERATURA

[1] M. P. Kennedy, "Chaos in the Colpitts oscillator," *IEEE Trans. Circuits Syst. I*, vol. 41, no. 11, pp. 771-774, Nov. 1994.

- [2] M. P. Kennedy, "Three steps to chaos-Part II: A Chua's circuit primer," *IEEE Trans. Circuits Syst.*, vol. 40, no. 10, pp. 657-674, Oct. 1993.
- [3] W. A. Brock, D. A. Hsieh and B. LeBaron, *Nonlinear dynamics, chaos, and instability: statistical theory and economic evidence*. MIT Press, Cambridge, MA, 1991.
- [4] D. Mackey and L. Glass, "Oscillation and chaos in physiological control systems," *Science* vol. 197, pp. 287-289, July 1977.
- [5] J. C. Sprott, *Chaos and Time-Series Analysis*. New York: Oxford University Press, 2003.
- [6] L. Cohen, "Time-frequency distributions-a review," *Proc. IEEE*, vol. 77, no. 7, pp. 941-981, July 1989.
- [7] P. Stoica and R. L. Moses, *Introduction to spectral analysis*, Prentice-Hall, 1997.

**Abstract** - Detection of chaotic states in the nonlinear chaotic Colpitts oscillatory circuit has been considered. A new approach based on the concentration measure of the time-frequency representation is proposed for determination of the current state in the circuit. Parameters of the proposed algorithm are studied in details.

## CHAOS DETECTION IN COLPITTS OSCILLATOR

Vesna Rubežić, Igor Đurović, Miloš Daković