

MODEL PREDSTAVLJANJA SIGNALA U SISTEMIMA SA VIŠESTRUKIM ODABIRANJEM

Miroslav Lutovac, *Institut IRITEL, Beograd, Batajnički put 23*
Budimir Lutovac, *Elektrotehnički fakultet u Podgorici*

Sadržaj – U ovom radu prikazan je model predstavljanja signala u sistemima sa višestrukim odabiranjem. Signal sadrži ne samo vrednosti odbiraka već i početni indeks i vremenski pomeraj u odnosu na referentni nulti vremenski trenutak kao i vrednost promene učestanosti odabiranja u odnosu na učestanost odabiranja originalnog signala. Svi parametri kao i sekvenca koja sadrži vrednosti digitalnog signala su definisani kao osobina signala. Za sve signale jedinstveni su referentni nulti trenutak i osnovna učestanost odabiranja.

1. UVOD

Informacije se prenose kroz različite komunikacione sisteme koji su povezani u globalnu mrežu. Ovi sistemi mogu da rade sa različitim standardima i u njima kontinualni ili diskretni signali mogu da se prenose i obrađuju sa različitim učestanostima odabiranja. U ovakvim sistemima mogu da se pojave dva digitalna signala sa različitim učestanostima odabiranja koji predstavljaju jedan kontinualni ili diskretni signal a koji prenosi istu informaciju. Često postoji potreba da se ovi signali koji prenose istu informaciju predstave na jedinstven način tako da je moguće pretvaranje u digitalne signale sa različitim učestanostima odabiranja a da se pri tome ne izgubi informacija sadržana u originalnom signalu. Sistemi sa višestrukim odabiranjem treba da omoguće da se od jednog digitalnog signala dobije drugi a bez pretvaranja u kontinualni signal i ponavljanja operacije odabiranja. Ove sisteme označićemo kao MR sisteme (*Multirate System*) [1-4].

Predpostavimo da imamo digitalni signal koji je nastao odabiranjem i kvantizacijom od kontinualnog signala koji prenosi informaciju. Odabiranjem smo dobili vrednost signala u poznatim vremenskim trenucima počev od proizvoljnog trenutka a vremensko rastojanje između dva odbirka je isto. Predpostavimo da je potrebno da nadujemo drugi digitalni signal koji je dobijen od istog kontinualnog signala ali kao da je njegova učestanost odabiranja ili referentni vremenski trenutak različit, odnosno da želimo da odredimo vrednosti signala u nekim drugim ekvidistantnim vremenskim trenucima. Efikasni MR sistem treba da izgeneriše novi digitalni signal bez pretvaranja u kontinualni signal i ponovnog odabiranja a sa minimalnim brojem računskih operacija.

Digitalni signal može da sadrži korisnu informaciju ali i dodatni šum usled nelinearnih operacija: (a) usled kvantizacije – zbog predstavljanja vrednosti sa konačnim brojem cifara i (b) usled džitera – zbog odabiranja u vremenskim trenucima koji nisu ekvidistantni. Čak i ako bi proces generisanja kontinualnog signala iz digitalnog bio idealan, ponovno odabiranje bi dodalo novi šum na već postojeći pri prvobitnom odabiranju. To znači da ni MR sistemi ne moraju da urade idealnu konverziju iz jednog digitalnog signala u drugi već da je dovoljno da neželjene komponente usled konverzija budu dovoljno male da se sačuvaju karakteristike originalnog signala. Prilikom promene učestanosti odabiranja dolazi i do preslikavanja spektralnih komponenti što unosi dodatni šum. Stoga MR sistemi moraju da budu projektovani tako da spektar signala mora da bude ograničen i da zadovoljava teoremu o odabiranju.

MR sistemi koriste iste operacije kao i linearni vremenski invarijantni sistemi (sabiranje, množenje i kašnjenje) ali i operacije smanjenja učestanosti odabiranja (*down-sampling*) i povećanja učestanosti odabiranja (*up-sampling*) koje izostavljaju određene odbirke iz originalnog signala ili unose odbirke nulte vrednosti između dva uzastopna odbirka. Ove dve dodatne operacije suštinski menjaju uobičajenu predstavu signala sa jednostrukim odabiranjem zato što je za predstavljanje signala važan ne samo indeks koji odgovara trenutku odabiranja već i vremenski pomeraj u odnosu na usvojeni nulti vremenski trenutak. U frekvencijskim analizama ovaj vremenski pomeraj nema veliki uticaj [2, 3], ali oblik signala se može značajno razlikovati iako sadrži istu informaciju [1, 4]. U linearnim sistemima se podrazumeva da se operacija sabiranja obavlja za odbirke koji odgovaraju istom vremenskom trenutku pa je za ispravnu obradu potrebno da se poznaju osim učestanosti odabiranja i indeks odbirka i vremenski pomeraj u odnosu na referentno nulto vreme.

2. SMANJENJE UČESTANOSTI ODABIRANJA

Predpostavimo da je digitalni signal x nastao odabiranjem kontinualnog signala $x_c(t)$ počev od trenutka $t=0$ u vremenskim trenucima t tako da je vreme između odbiraka T

$$x[n] = x_c(t)|_{t=nT} = x_c(nT) \quad (1)$$

Indeks n je ceo broj koji označava redni broj odbirka tako da je vreme koje odgovara trenutku odabiranja $t=nT$. Ako želimo da smanjimo učestanost odabiranja 3 puta, sa faktorom $M=3$, to znači da treba 3 puta da povećamo vreme između dva uzastopna odbirka. To možemo da uradimo tako što novi signal sadrži svaki treći odbirak originalnog signala x . Uobičajeno je da se radi sa konačnim sekvencama.

Na slici 1 prikazana je originalna sekvenca za koju su poznate vrednosti odbiraka počev od $n=-2$ do $n=8$ kao i tri sekvence, x_{d1} , x_{d2} i x_{d3} , dobijene operacijom *down-sampling*. Ako signal ispunjava potrebne uslove o ograničenom spektru originalnog signala, sve tri nove sekvence i dalje sadrže istu informaciju iako su im vremenski oblici različiti. Sve tri sekvence imaju odbirke sa istim indeksom ali vrednosti nisu iste.

Podaci tokom obrade signala se čuvaju u memoriji MR sistema i formalno bi mogli da se saberu bilo koja dva odbirka. Međutim, odbirci se ne nalaze u istim vremenskim trenucima pa na njima ne sme da se primeni operacija sabiranja. Da bi mogli da primenimo operaciju sabiranja, morali bi najpre da vremenski zakasnimo neki od signala, da se odbirci pojave u istim vremenskim trenucima, pa da tek tada uradimo operaciju sabiranja. Operacija kašnjenja se definiše da odgovara periodu učestanosti odabiranja, pa stoga, nakon operacije *down-sampling* nije moguće ostvariti kašnjenje od $1/3$ periode.

Važno je uočiti da se odbirci pojavljuju u istim trenucima nakon operacije *down-sampling* kao i kod originalnog signala. Međutim, prve dve sekvence nemaju odbirke koje

odgovaraju vremenu $t = 0$ pa i definicija odabiranja prema jednačini (1) više ne važi. Za MR sisteme moramo da uvedemo novu definiciju odabiranja

$$x[n] = x_c(t + \mu)|_{t=nT} = x_c(nT + \mu), \quad 0 \leq \mu < T \quad (2)$$

Definisali smo novi parametar μ , koji nazivamo *offset* ili *phase offset*, kao vremenski pomeraj u odnosu na referentno nulto vreme $t = 0$. Sve sekvence na slici 1 zadovoljavaju uslov (2).

U praksi se često koristi realizacija prikazana na slici 2. Od originalnog signala se, najpre, naprave tri sekvence, od kojih su dve zakašnjenje, pa se down-sampling radi istovremeno za sve sekvence. Za sve sekvence važi odabiranje definisano sa (1) i odbirci svih signala se pojavljuju u istim trenucima pa se na njima može primeniti i operacija sabiranja. Kod MR sistema koji se hardverski realizuju, ovakva realizacija znatno pojednostavljuje implementaciju. Nedostatak je unošenje nepotrebnog kašnjenje. Kod softverskih realizacija nije potrebno da se unosi kašnjenje već se informacija o razvrstavanju odbiraka u odgovarajuće sekvence i njihovoj poziciji čuva u odgovarajućim pokazivačima.

3. POVEĆANJE UČESTANOSTI ODABIRANJA

Povećanje učestanosti odabiranja sa faktorom L ostvaruje se operacijom up-sampling koja se sastoji u unošenju $L-1$ nula između dva susedna odbirka. Ovo je neizbežna operacija kod rekonstrukcije originalnog signala a posle operacije down-sampling. Predpostavimo da postoje sekvence dobijene operacijom down-sampling i da želimo da ponovo generišemo originalnu sekvencu. Odbirci sekvenci se ne pojavljuju u istim trenucima i nije moguće sabirati odbirke, kao što je pokazano na slici 3 u levoj koloni.

Ukoliko se između svaka dva uzastopna odbirka unesu po dva odbirka nulte vrednosti, ovako dobijeni signali imaju odbirke u istim vremenskim trenucima pa je sada moguće da se ovi signali sabiraju. Ako je korišćena realizaciju sa slike 2 tada se za up-sampling koristi realizacija sa slike 4. Odbirci svih signala se pojavljuju u istim vremenskim trenucima a nulti odbirci se dodaju svim signalima, takođe, u istim trenucima. Međutim, da bi se uradila rekonstrukcija originalnog signala, potrebno je zakasnuti neke sekvence tako da je rezultatni signal jednak originalnom ali zakašnjen za $(L-1)$.

Kod hardverskih realizacija MR sistema i kada se obrađuju signali u jednom sistemu, dovoljno je poznavanje samo vrednosti i indekse odbiraka. Savremeni sistemi sve češće dodeljuju pojedine obrade drugim sistemima ili se delovi signala prenose i obrađuju nezavisno jedan od drugog, pa je neophodno da se ponovo spoje obrađeni delovi u jedinstven signal. Na primer, ako je spektar signala znatno manji od polovine učestanosti odabiranja a potrebno je da se uradi složena obrada, tada se smanji učestanost odabiranja, izvrši obrada sa znatno manje odbiraka a na kraju obrađeni signal konvertuje da bude sa početnom učestanošću odabiranja. Originalni i obrađeni signal imaju istu učestanost odabiranja a sama obrada je urađena na znatno nižoj učestanosti. Ovakvi sistemi se nazivaju efikasni MR sistemi za obradu signala [3]. Pojedini delovi ovih sistema rade sa jednostrukim odabiranjem, a blokovi za down-sampling i up-sampling, uz odgovarajuća kašnjenja obezbeđuju da se signali pravilno interpretiraju [4]. Kod softverskih realizacija a posebno ako se obrada vrši na delovima sekvenci i postoji veći broj promene učestanosti odabiranja, jednostavnije je da se informacija o signalu čuva zajedno sa signalom. Jedna od mogućnosti jeste da se svakom odbirku doda podatak o

odgovarajućem vremenskom trenutku. Ovo je nepraktično jer podaci o vremenskim trenucima mogu zahtevati veliki memorijski prostor. S druge strane, podaci koji se obrađuju u MR sistemima su sukcesivni i ekvidistantni pa je dovoljno da se koristi informacija o vremenskoj poziciji prvog odbirka i vremenskom intervalu do narednog odbirka.

4. MODEL SIGNALA

Model signala za MR sisteme urađen je u programskom paketu MATLAB (verzija 7.0.1, Service Pack 1). Digitalni signal predstavlja se kao struktura. Struktura je *data container* koji sadrži polja u koje može da se unese bilo koja vrsta podataka. Ime signala je ime strukture koja može da ima 4 polja: *name* – tekstualni podaci sa imenom ili opisom podataka, *first* – vrednost indeksa prvog odbirka, *ud* – par brojeva koji sadrže up-down-sampling indeks u odnosu na osnovnu učestanost sistema, *os* – par brojeva kojim se definiše vremenski pomeraj u odnosu na referentni nulti trenutak, i *data* – brojne vrednosti odbiraka. Za primer sa slike 1 su:

```
input_seq =
    name: 'x'
    first: -2
    ud: [1 1]
    os: [0 1]
    data: [5 1 7 1 2 3 4 5 6 7 8]

seq_d2 =
    name: 'x_{d2}'
    first: -1
    ud: [1 3]
    os: [2 1]
    data: [1 2 5 8]
```

Signal *seq_d2* ima karakteristike: učestanost odabiranja je 1/3 osnovne učestanosti odabiranja sistema ($ud=[1 3]$), pomeren je za 2/1 periode u odnosu na referentni nulti trenutak ($os=[2 1]$), a vrednost prvog indeksa je -1. Ako na ovaj signal primenimo up-sampling sa faktorom 2, tada je

```
seq_u2 =
    name: 'x_{u2}'
    first: -1
    ud: [2 3]
    os: [1 2]
    data: [1 0 2 0 5 0 8 0]
```

Signal *seq_u2* ima karakteristike: učestanost odabiranja je 2/3 osnovne učestanosti odabiranja sistema ($ud=[2 3]$), pomeren je za 1/2 periode u odnosu na referentni nulti trenutak ($os=[1 2]$). Broj podataka koji se koristi za predstavljanje signala je znatno povećan a definisan je kao osobina signala u odgovarajućim poljima strukture.

NAPOMENA: U ovom radu su izloženi rezultati koje je delimično finansiralo Ministarstvo nauke i životne sredine Republike Srbije (broj ugovora TP - 6105B).

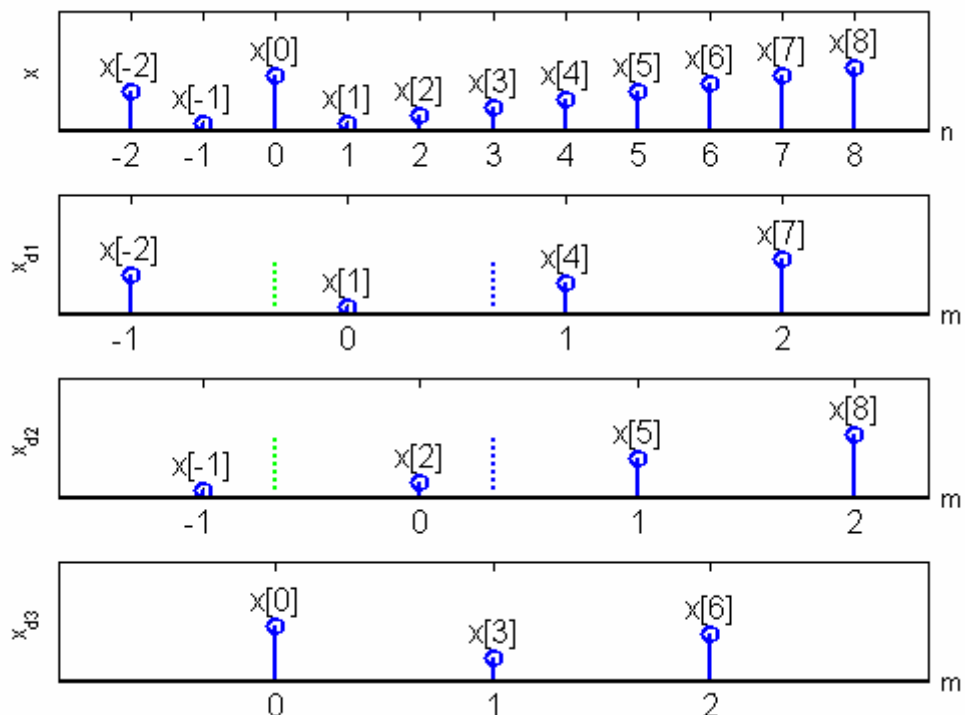
LITERATURA

- [1] T. Hentschel, *Sample Rate Conversion in Software Configurable Radios*, Boston: Artech House, 2002.
- [2] F. Harris, *Multirate Signal Processing for Communication Systems*, New York: Pearson, 2004.
- [3] Lj. Milić and M. Lutovac, *Efficient Multirate Filtering*, (ed. G. Dolecek, *Multirate Systems: Design and Applications*), Hershey: Idea Group Publishers, 2002.
- [4] M. Lutovac and D. Tosic, *SchematicSolver*, version 2, <http://www.schematicsolver.com>, 2003-2004.

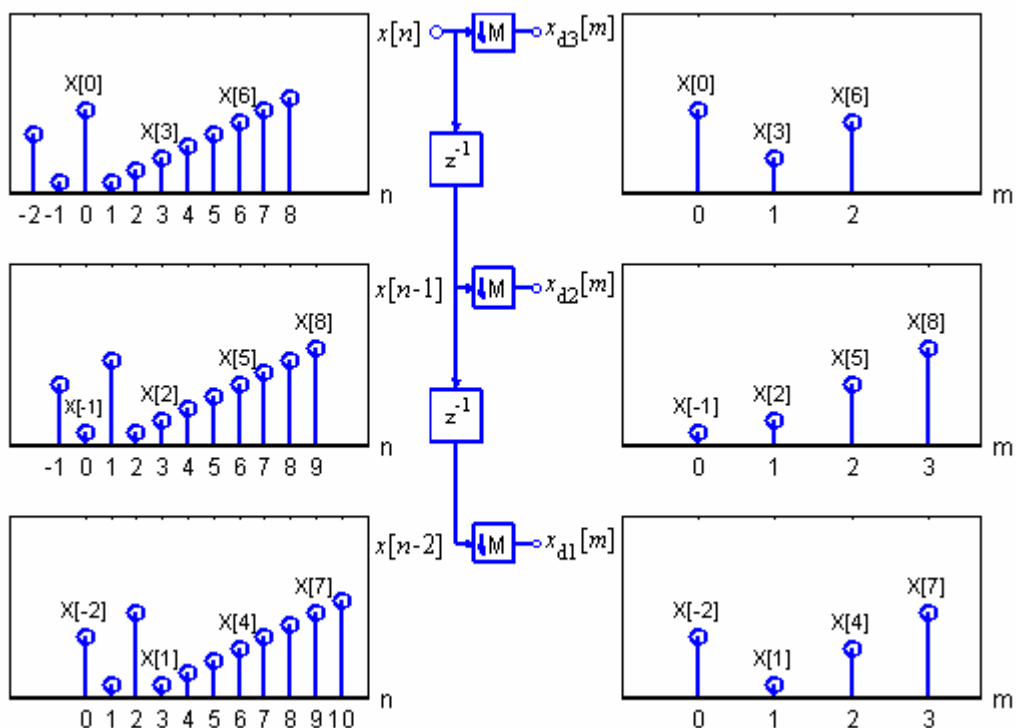
Abstract – A new model of signal representation in multirate systems is introduced. The signal is represented as data-container that has signal name, up-down-sample index, phase offset, first sample index and signal data. The sampling rate of the system and the referent time are unique for all signals.

MODEL OF SIGNAL REPRESENTATION IN MULTIRATE SYSTEMS

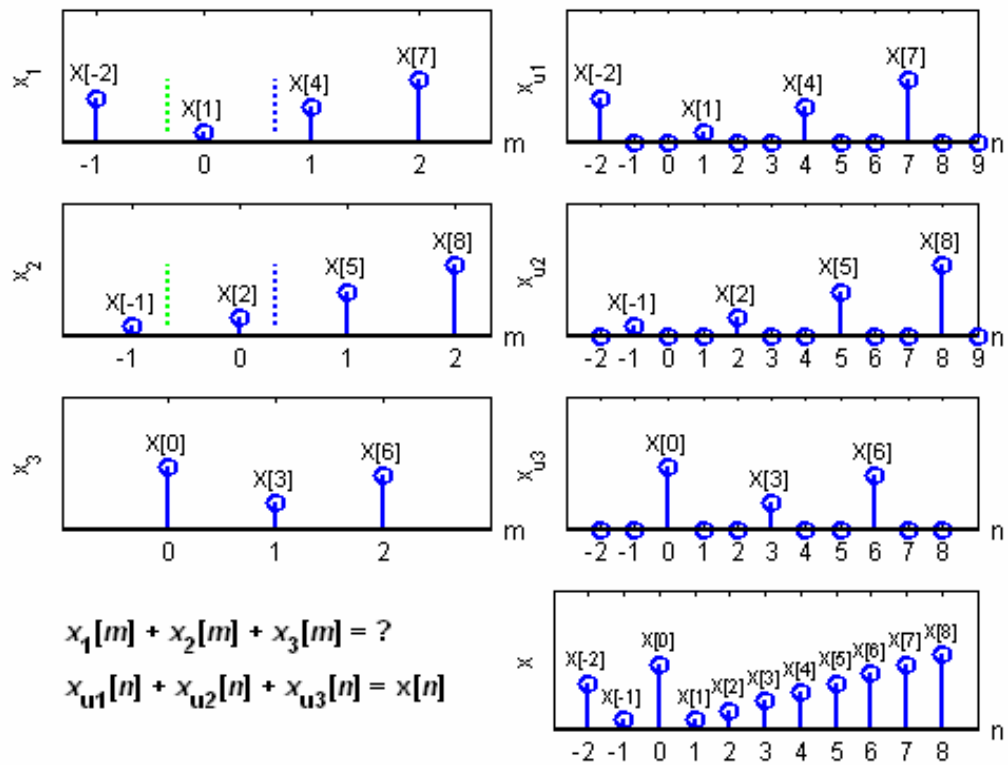
Miroslav Lutovac and Budimir Lutovac



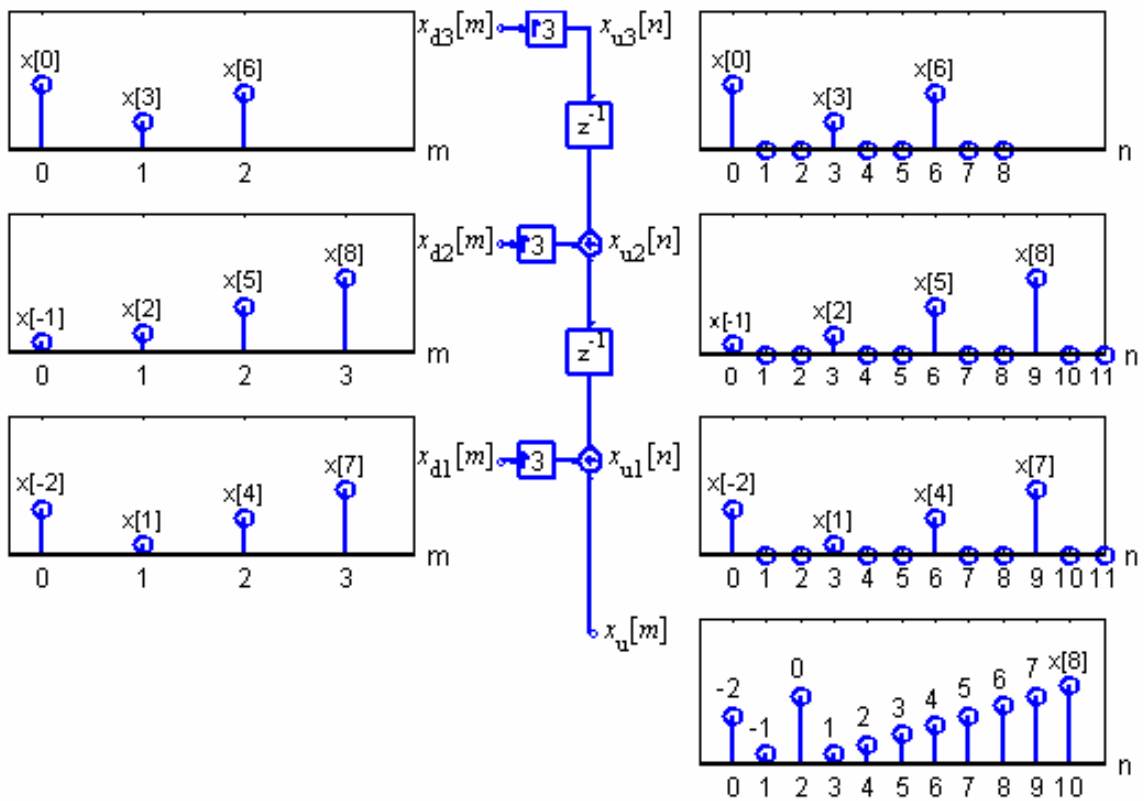
Sl. 1. Smanjenje učestanosti odabiranja



Sl. 2. Realizacija sistema za smanjenje učestanosti odabiranja, $M = 3$



Sl. 3. Rekonstrukcija originalnog signala povećanjem učestanosti odabiranja



Sl. 4. Realizacija sistema za povećanje učestanosti odabiranja