Zbornik radova 49. Konferencije za ETRAN, Budva, 5-10. juna 2005, tom I
Proc. 49th ETRAN Conference, Budva, June 5-10, 2005, Vol. I

MODIFIKACIJA ELEKTRONSKOG MODELA HOPFIELD-OVOG NEURONA

Sanja Bauk, Slavica M. Perović, Ranka Kulić
Fakultet za pomorstvo, Univerzitet Crne Gore

Sadržaj *– Predmet teorijske analize izložene u radu je modifikacija elektronskog modela Hopfield-ovog neurona, bazirana na zamjeni kondenzatora u kolu inverzno polarisanom diodom sa relativno velikom kapacitivnošću. Svrha ove modifikacije je omogućavanje analize parametara Hopfield-ovog neurona posredstvom transcendentne eksponencijalne jednačine, umjesto diferencijalne jednačine. Time se stvaraju uslovi da se parametri Hopfield-ovog modifikovanog neurona analiziraju primjenom Teorije specijalnih trans funkcija. Pored teorijske analize parametara, u radu su dati i rezultati odgovarajućih simulacija u MathCAD-u i Pspice-u.*

1. UVOD

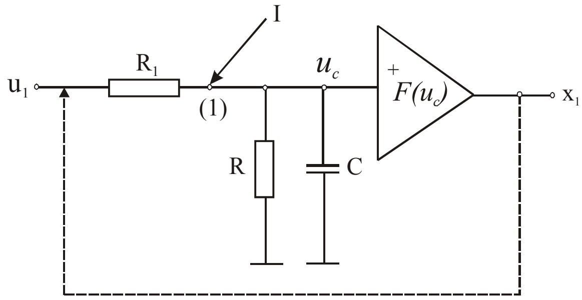
Interesovanje za Hopfield-ove neuralne mreže znatno je opalo u proteklih desetak godina. Poznato je da se Hopfield-ove mreže koriste kao asocijativne memorije i alati za rješavanje optimizacionih problema. U oba ova slučaja nisu najbolje rješenje, jer često unose grešku time što umjesto globalnog pronalaze lokalni ekstremum. Stoga im je potrebno dodavati neke elemente heurističkog tipa, koji omogućuju prevazilaženje ovog problema. Dakle, bez obzira što formiraju analogije i modele rješavanja optimizacionih problema slično ljudskom umu, one su još uvijek samo skromna, gruba aproksimacija stvarne moždane aktivnosti u ova dva navedena domena.

Sada se logično postavlja pitanje: zašto bi bilo ko bio zainteresovan za Hopfield-ove mreže? Jednostavan odgovor je da su one teška, ali ipak, rješiva *zagonetka*. To je upravo ono što je, na neki način, u ovom radu demonstrirano, i to ne numeričkim, već analitičkim pristupom.

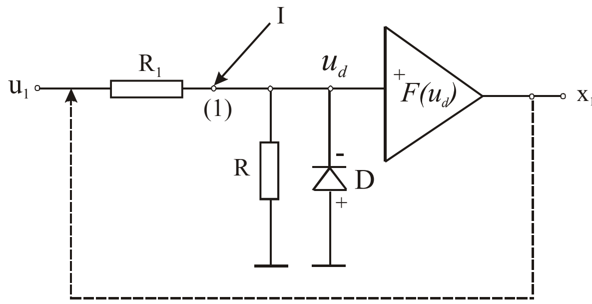
Kako bi bilo uopšte moguće analitički analizirati parametre Hopfield-ovog kontinualnog rekurentnog modela, bilo je prethodno potrebno izvršiti modifikaciju njegove hardverske strukture, što je u osnovi ideja rada. To je učinjeno na način što je kondenzator na ulazu nelinearnog pojačavača koji simbolizuje tijelo neurona, zamijenjen inverzno polarisanom diodom. Na ovaj način je analiza parametra Hopfield-ovog neurona, odnosno, mreže, izmještena iz domena linearnih diferencijalnih jednačina u domen nelienarnih, eksponencijalnih, transcendentnih jednačina rješivih analitički, primjenom TSTF - Teorije specijalnih trans funkcija (eng. Special Trans Function Theory – STFT).

2. MODIFIKACIJA HOPFIELD-OVOG NEURONA

Dakle, u cilju *pomijeranja* analize parametara Hopfield-ovog neurona iz domena linearne diferencijalne jednačine u domen eksponencijalne transcendentne jednačine, rješive analitički primjenom TSTF [1]-[7], načinjena je hardverska modifikacija Hopfield-ovog neurona. Ova modifikacija se ogleda u zamjeni kondenzatora na ulazu nelinearnog pojačavača (slika 1) inverzno polarisanom diodom sa relativno velikom kapacitivnošću (slika 2).



Sl. 1. *Hopfield-ov model neurona*

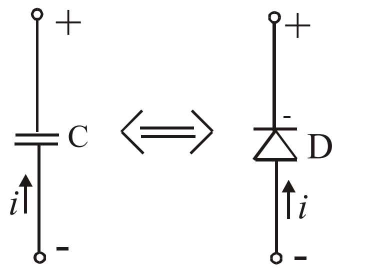


Sl. 2. *Modifikacija Hopfield-ovog modela*

Logično se postavlja pitanje – kada i pod kojim uslovima je kondenzator na ulazu nelinearnog pojačavača, moguće zamijeniti inverzno polarisonom diodom?
Ekvivalencija se može postići obezbjeđivanjem odgovarajuće promjene struje u vremenu, u grani sa kondenzatorom, odnosno, diodom. Naime, struja $i(t)$ (slika 3) treba da ima sledeći oblik:

$$i(t) \approx \gamma_i e^{-\beta_i t} \tag{1}$$

gdje je $\gamma_i = \dfrac{\alpha_i i_s}{1-\alpha_i e^{-\beta_i t}}$; $\alpha_i = \dfrac{i(0)}{i(0)+i_s}$ i $\beta_i = \dfrac{i_s}{CV_T}$, pri čemu je $i(0)$ vrijednost struje u početnom trenutku, i_s - inverzna struja zasićenja diode, V_T - termalni napon i C - kapacitet kondenzatora.



Sl. 3. *Uspostavljanje ekvivalencije kondenzatora i inverzno polarisane diode*

Izraz za struju (1) dobijen je na osnovu sledećeg:

(a) Izjednačavanjem napona na kondenzatoru (C) - u_C, sa naponom izmjerenim na inverzno polarisanoj diodi (D) - u_d dobija se

$$u_C = \frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt \Leftrightarrow u_d = -V_T \ln\left(\frac{i(t)+i_s}{i_s}\right), \tag{2}$$

to jeste,

$$\frac{1}{C}\int_0^t i(t)dt = -V_T \ln\left(\frac{i(t)+i_s}{i_s}\right); \tag{3}$$

(b) Diferenciranjem jednačine (3)

$$\frac{i(t)}{C} = -V_T \frac{i'(t)}{i(t)+i_s}; \tag{4}$$

(c) Elementarnim transformacijama (5) – (8)

$$\frac{1}{CV_T} = -\frac{i'(t)}{i(t)} \cdot \frac{1}{(i(t)+i_s)} = -\frac{i'(t)}{i(t)(i(t)+i_s)}, \tag{5}$$

$$\frac{1}{CV_T} = -\frac{i'(t)}{i_s}\left(\frac{1}{i(t)} - \frac{1}{i(t)+i_s}\right), \tag{6}$$

$$\frac{i_s}{CV_T} = -\frac{i'(t)}{i(t)} + \frac{i'(t)}{i(t)+i_s} / \int_0^t, \tag{7}$$

$$\frac{i_s}{CV_T} t = -\ln\frac{i(t)}{i(0)} + \ln\left(\frac{i(t)+i_s}{i(0)+i_s}\right) = \ln\frac{(i(t)+i_s)i(0)}{(i(0)+i_s)i(t)}; \tag{8}$$

(d) Te uvođenjem zamjena $\alpha_i = \dfrac{i(0)}{i(0)+i_s}$ i $\beta_i = \dfrac{i_s}{CV_T}$, struja $i(t)$ dobija konačan oblik:

$$i(t) = \frac{\alpha_i i_s e^{-\beta_i t}}{1-\alpha_i e^{-\beta t}} \approx \gamma_i e^{-\beta_i t} \tag{9}$$

koji je identičan (1). Dakle, obezbjeđivanjem struje u kolu, koje predstavlja modifikovan Hopfield-ov neuron, a koja se mijenja u vremenu u skladu sa (1), odnosno (9), u teorijskom smislu moguće je izvršiti *izjednačavanje* kondenzatora i inverzno polarisane diode. Ovim je zapravo izvršeno izjednačavanje vrijednosti napona na kondenzatoru i diodi, uz pretpostavku da nema velikuh promjena napona na diodi, što je i za očekivati, s obzirom da se radi o malim vrijednostima napona, reda 10-tak mV (i što je u skladu sa rezultatima simulacija, sl. 4 i 5).

3. ANALIZA PARAMETARA MODIFIKOVANOG HOPFIELD-OVOG NEURONA

Hopfield-ova mreža se može tretirati kao jednoslojna neuralna mreža, koju čine kontinualni nelinearni elementi međusobno potpuno povezani povratnom vezom. Nelinearno aktivno elektronsko kolo na slici 1 predstavlja jednu aktivnu jedinicu ili neuron Hopfield-ove mreže. Ono se sastoji od otpornika, kondenzatora, idealnog strujnog izvora i nelinearnog pojačavača. Ovdje je izložena ideja zamjene kondenzatora inverzno polarisanom diodom (slika 2). Naime, na taj način je moguće zamijeniti analizu parametara Hopfield-ovog neurona posredstvom linearne diferencijalne jednačine, analizom posredstvom transcendentne, eksponencijalne jednačine, rješive analitički, u zatvorenom obliku. Diferencijalna jednačina koja opisuje kolo na slici 1, ima sledeći oblik:

$$C\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{R} = \frac{u_1}{R_1} + I; x_i = F(u_C), \tag{10}$$

a dobijena je primjenom prvog Kirchoff-ovog zakona na čvor (1) na slici 1. Pri tome je funkcija prenosa obično oblika $F(u_C) = \dfrac{1}{1+\beta_k e^{-u_C}}$, gdje je β_k koeficijent proporcionalnosti, odnosno, korekcioni parametar. Eksponencijalna jednačina koja opisuje kolo na slici 2, sa diodom umjesto kondenzatora, ima nešto drugačiji oblik:

$$i_s\left(e^{\frac{-u_d}{V_T}} - 1\right) + \frac{u_d}{R} = \frac{u_1}{R_1} + I. \tag{11}$$

Pomnožena članom $\dfrac{R}{V_T}$, jednačina (11) dobija formu:

$$\frac{Ri_s}{V_T} \cdot e^{-\frac{u_d}{V_T}} - \frac{Ri_s}{V_T} + \frac{u_d}{V_T} = \frac{R}{V_T} \cdot \frac{u_1}{R_1} + \frac{RI}{V_T}. \tag{12}$$

Nakon uvođenja smjena,

$$y = \frac{u_d}{V_T}; \alpha = \frac{Ri_s}{V_T}; \Omega = \frac{R}{V_T} \cdot \frac{u_1}{R_1}; \beta_{eks} = \frac{RI}{V_T}, \tag{13}$$

dobija se transcendentna jednačina:

$$\alpha e^{-y} - \alpha + y = \Omega + \beta_{eks}. \tag{14}$$

Ukoliko se sada uvede još jedna smjena: $\alpha_1 = \alpha + \Omega$, dobija se nova transcendentnu jednačina oblika:

$$\alpha e^{-y} + y = \alpha_1 + \beta_{eks}. \tag{15}$$

Rješavanjem ove transcendentne jednačine Teorijom specijalnih trans funkcija (TSTF) u analitičkom obliku, postaje moguće analizirati analitički kakav uticaj na napon na ulazu pojačavača ima eksterni strujni ulaz I. Takođe, postaje moguće sprovesti analitičke analize, umjesto numeričkih, uticaja parametara R, R_i, u_i, V_T na napon diode. Upravo, u ovome se ogleda prednost korišćenja transcendentne umjesto diferencijalne jednačine prilikom opisivanju Hopfield-ovog neurona. Diferencijalna jednačina sa pomjerenim argumentom, koja služi za identifikaciju jednačine (15), ima oblik:

$$\varphi'(z) + \alpha\varphi(z-1) - \alpha_2\varphi(z) = 0. \tag{16}$$

Pri tome je $\alpha_2 = \alpha_1 + \beta_{eks}$. Asimptotsko rješenje ove jednačine (16): $\varphi_{as} = e^{yz}$, kada se zamijeni u nju samu, treba da da jednačinu (15). Izjednačavanjem rješenja jednačine za identifikaciju (16), dobijenog Laplasovom transformacijom sa asimptotskim rješenjem dobija se rješenje transcendentne jednačine (15), to jeste vrijednost nepoznate y ($y = \frac{u_d}{V_T}$).

Laplasovom transformacijom dobijeno rješenje diferencijalne jednačine za identifikaciju (16), je sledeće:

$$\varphi(z) = \varphi(0) e^{\alpha_2 z} \sum_{n=0}^{[z]} (-1)^n \left(\alpha e^{-\alpha_2}\right)^n \cdot \frac{(z-n)^n}{n!}.$$

Na osnovu principa jedinstvenosti rješenja jednačine (16), slijedi da je:

$$\lim_{z\to\infty} \left(\frac{\varphi(z)}{\varphi_{as}(z)} \right) = 1, \tag{17}$$

odnosno,

$$\lim_{z\to\infty} \frac{\varphi(z+1)}{\varphi(z)} = \frac{\varphi_{0as} e^{y(z+1)}}{\varphi_{0as} e^{yz}} = e^y. \tag{18}$$

Iz poslednje jednakosti proizilazi da je:

$$\begin{aligned} y &= \lim_{z\to\infty} \left[\ln\left(\frac{\varphi(z+1)}{\varphi(z)} \right) \right] = \\ &= \lim_{z\to\infty} \left[\ln\left(\frac{e^{\alpha_2 (z+1)}}{e^{\alpha_2 z}} \cdot \frac{\varphi_0(z+1)}{\varphi_0(z)} \right) \right] \end{aligned} \tag{19}$$

Na poslijetku, jednostavno se određuje vrijednost nepoznate y, kao:

$$\begin{aligned} y &= \alpha_2 + \lim_{z\to\infty} \left[\ln\left(\frac{\varphi_0(z+1)}{\varphi_0(z)} \right) \right] = \\ &= \alpha_2 + trans_N(\alpha, \Omega, \beta_{eks}) \end{aligned} \tag{20}$$

Pri tome je, dakle,

$$\varphi_0(z) = \sum_{n=0}^{[z]} (-1)^n \left(\alpha e^{-\alpha_2}\right)^n \cdot \frac{(z-n)^n}{n!}, \tag{21}$$

odnosno,

$$\varphi_0(z+1) = \sum_{n=0}^{[z+1]} (-1)^n \left(\alpha e^{-\alpha_2}\right)^n \cdot \frac{(z+1-n)^n}{n!}. \tag{22}$$

Funkcija greške se definiše na sledeći način:

$$G = \alpha e^{-y} + y - \alpha_1 - \beta_{eks}, \tag{23}$$

za y određeno uz pomoć (20). Pri tome mora biti zadovoljena nejednakost $G \le g_0$, gdje je g_0 dovoljno mali realan pozitivan broj. Napon na diodi, se dakle, može odrediti, osim klasičnom linearnom diferencijalnom jednačinom i uz pomoć specijalne trans funkcije na način:

$$u_d = V_T\left(\alpha_2 + trans_N(\alpha, \Omega, \beta_{eks})\right), \tag{24}$$

gdje je

$$trans_N(\alpha, \Omega, \beta_{eks}) = \\ = \lim_{z\to\infty} \left[\ln\left(\frac{\sum_{n=0}^{[z+1]} (-1)^n \left(\alpha e^{-\alpha_2}\right)^n \cdot \frac{(z+1-n)^n}{n!}}{\sum_{n=0}^{[z]} (-1)^n \left(\alpha e^{-\alpha_2}\right)^n \cdot \frac{(z-n)^n}{n!}} \right) \right], \tag{25}$$

pod uslovom da je $\alpha = \frac{R i_s}{V_T} < 1$.

4. ANALIZA REZULTATA

U okviru ovog odjeljka su dati rezultati simulacija sprovedenih u MathCAD-u (Standard, ver. 8.0), na osnovu prethodno izvedenih teorijskih analiza. Tako su u tabeli 1 date vrijednosti nepoznate y, dobijene na osnovu jednačine (20), odnosno, vrijednosti napona u_d, dobijene sa greškom G za različite vrijednosti parametra $[z]$ koji kontroliše tačnost rješenja [1]. Vrijednosti ostalih veličina koje figurišu u modifikovanom modelu Hopfield-ovog neurona su unapred zadate i imaju vrijednosti kao u primjeru koji slijedi.

Primjer 1:

$$R = 0.1M\Omega; R_1 = 0.5M\Omega; i_s = 1\mu A;$$
$$V_T = 25mV; u_1 = 0.5V; \beta_k = 1; I = 1nA$$

Tabela 1. *Vrijednosti y, u_d i $|G|$ dobijene analitički primjenom TSTF u MathCAD-u*

$[z]$	y	$u_d\,[mV]$
5	1.20502516381988	30.125629095497
10	1.20398526249551	30.099631562388
15	1.20398516473426	30.099629118356
20	1.20398516603802	30.099629150950
25	1.20398516603764	30.099629150941
$[z]$	$\|G\|$	
5	2.28733096933276 E-03	
10	2.12205883757394 E-07	
15	2.86742806929197 E-09	
20	8.27563712002544 E-13	
25	2.89004931097736 E-15	

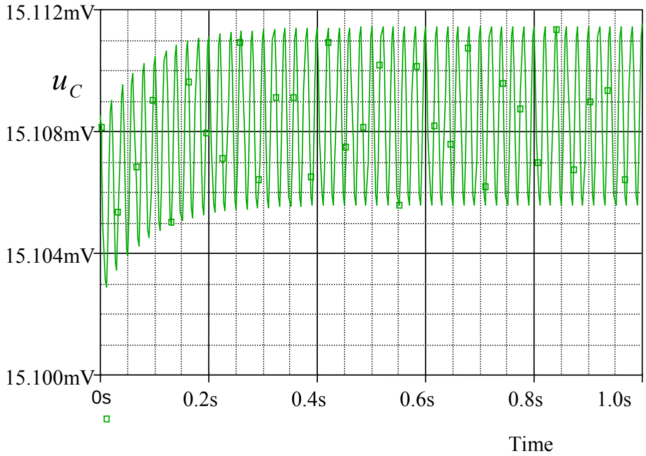
Na osnovu prethodnog primjera, za različite vrijednosti otpora R_1 i korekcionog parametra β_k, načinjena je uporedna analiza rezultata dobijenih u MathCAD-u i Pspice-u. Gotovo identične vrijednosti napona na diodi u_d dobijene su u MathCAD-u i Pspice-u za odgovarajuće vrijednosti korekcionog parametra u prenosnoj funkciji neurona β_k (tabela 2).

Tabela 2. *Vrijednosti napona na diodi dobijene simulacijama u MathCad-u i Pspice-u*

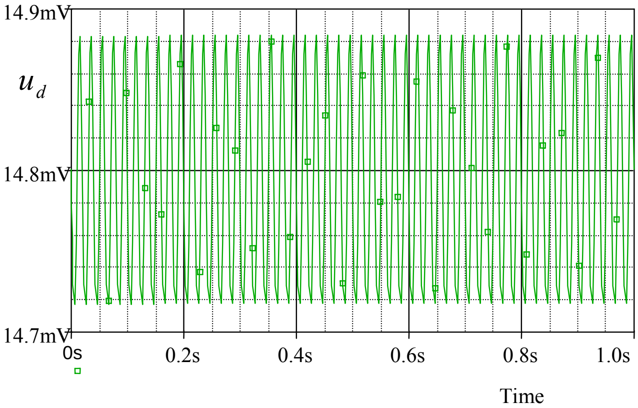
$R_1\,[k\Omega]$	$u_d\,[mV]$ MathCad	$u_d\,[mV]$ Pspice	β_k
500	14.87	14.88	2.356
550	14.25	14.24	2.156
600	13.63	13.69	2.000
650	13.12	13.23	1.856
700	12.53	12.82	1.656

Na osnovu rezultata iz tabele 2, evidentno je da su dobijene vrijednosti napona na diodi sa ulaza neurona, veoma slične u slučajevima realizacije modela u MathCAD-u i Pspice-u. Ovim je, na izvjestan način, potvrđena eksperimentalno, validnost u radu predloženog analitičkog metoda analize parametara Hopfield-ovog neurona.

Kako se ponašaju naponi na ulazu klasičnog i modifikovanog Hopfield-ovog neurona prikazano je na slikama 4 i 5, na osnovu simulacija odgovarajućih elektronskih kola u Pspice-u (sa vrijednostima parametara identičnim onima iz predhodno korišćenog primjera 1).



Sl. 4. *Vremenska karakteristika napona na kondenzatoru klasičnog Hopfield-ovog neurona* ($C = 1\mu F$)



Sl. 5. *Vremenska karakteristika napona na diodi modifikovanog Hopfield-ovog neurona*

Kapacitet kondenzatora u klasičnom modelu Hopfield-ovog neurona je ovdje $C = 1\mu F$, što približno odgovara kapacitivnosti biološkog neurona. Na osnovu vremenskih karakteristika napona, na kondenzatoru i inverzno polarisanoj diodi kod modifikovanog neurona, uočava se da je odstupanje u vrijednosti napona zanemarljivo malo. Stoga je za očekivati da bi se pravim izborom karakteristika diode u modifikovanom modelu, ili pak blagom korekcijom kapacitivnosti C u klasičnom modelu neurona, ovo odstupanje moglo u potpunosti izbjeći.

5. ZAKLJUČAK

U radu je teorijski realizovana ideja hardverske modifikacije Hopfield-ovog neurona, na način što je kondenzator na ulazu pojačavača zamijenjen inverzno polarisanom diodom. Kapacitivnost inverzno polarisane diode pri tome treba da bude relativno velika i približno jednaka kapacitivnosti biološkog neurona. Predložena modifikacija Hopfield-ovog neurona, odnosno čitave Hopfield-ove mreže, koja će biti predmet budućeg detaljnijeg istraživanja, omogućuje izmiještanje analize dinamike neurona iz domena linearnih diferencijalnih jednačina u domen eksponencijalnih transcendentnih jednačina, rješivih primjenom teorije specijalnih trans funkcija (TSTF). Ovo, dakle, obezbjeđuje mogućnost analitičke analize parametara neurona i mreže, što je značajna prednost u odnosu na do sada eksploatisane u ovu svrhu, numeričke metode. Naime, rješavanje sistema diferencijalnih jednačina redukuje se na rješavanje sistema transcendentnih jednačina uz stvaranje mogućnosti direktnog uspostavljanja analitičke međuzavisnosti pojedinih parametara Hopfield-ovog neurona .

LITERATURA

[1] S.M. Perovich, Research monograph – The Special Trans Function Theory (1991-2004): University of Montenegro, 2004.

[2] S.M. Perovich, S. Bauk, “The STFT Time Signal Analysis to the Nonlinear Greatz’s Circuits”, *7th ISSPA/IEEE Conference*, Paris, France, 2003.

[3] S.M. Perovich, S. Bauk, N. Vujanović, “Concerning the Improvement of the Error Function of the AM Detector Transfer Factor Numerical Calculations by Special Trans Function Theory”, *ISSAT Conference*, Anaheim, California, 2002.

[4] S.M. Perovich, S. Bauk, R. Kulić, “The Special Trans Function Theory of the AM Detector Transfer Factor Analytical Analysis”, *ICECS 9th IEEE ConferenceProceedings*, Dubrovnik, Croatia, pp 991-994, 2002.

[5] S.M. Perovich, S. Bauk, I. Đurović, “Calculating Conductive Fluid High Level with Special Trans Function Theory”, *Electronics in Marine*, vol. 46, pp 519-523, Jun 2004.

[6] S. Bauk, S.M. Perovich, et al., “The Linear Approximation Method to the Modified Hopfield Neural Network Parameters Analysis”, *ICANNGA*, Coimbra, Portugal, 2005. (prihvaćeno)

[7] S.M. Perovich, S. Bauk, et al., “The Analytical Analysis of Hopfield Neuron Parameters by the Application of Special Trans Function Theory”, *ICANNGA*, Coimbra, Portugal, 2005. (prihvaćeno)

Abstract – The subject of the theoretical analysis presented in the paper is Hopfield neuron electronic model modification based upon capacitor replacement by an inverse polarized diode with relatively high capacity. The purpose of the proposed modification is to make possible analyzing neuron parameters by the transcendental exponential equation, instead of the linear differential equation. Namely, this modification enables the Hopfield neuron parameters analytical analysis by the Special trans function theory. Besides the theoretical analysis, the results of the appropriate simulations realized in MathCAD and Pspice, have been given, as well.

THE HOPFIELD NEURON ELECTRONIC MODEL MODIFICATION

Sanja Bauk, Slavica M. Perović, Ranka Kulić