

MATEMATIČKI MODEL MOMENTNOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA

Mirko Peško, Željko Despotović, Olivera Rakić, Institut Mihajlo Pupin, Beograd

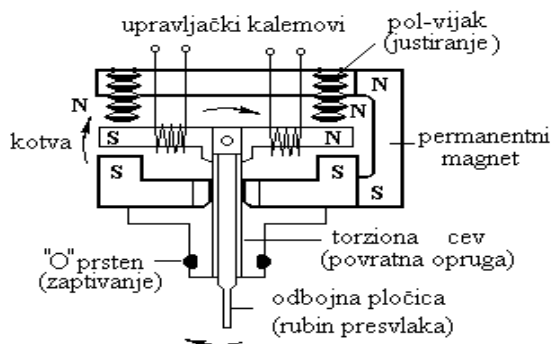
Sadržaj - U radu je opisana konstrukcija i predstavljen matematički model momentnog motora sa permanentnim magnetima, koji se koristi za kontrolu položaja pilot klipa u hidrauličkim pojačavačima i servo ventilima. Takođe je opisana jedna njegova primena u servoventilima pritiska. Izvedene dinamičke diferencijalne jednačine su polazna osnova za formiranje simulacionog modela koji bi mogao da se koristiti u elektronskim šemama. Na kraju su predstavljene statičke karakteristike pogona.

1. UVOD

U mnogim servosistemima hidraulički prenos snage je superiorniji u odnosu na električni. Međutim upravljački motor koji kontroliše položaj pilot klipa u hidrauličkom predpojačavaču je električni. Hidraulički predpojačavač i hidraulički motor čine dvostepeni hidraulički servo pojačavač. Najčešće primenjivan električno upravljani hidraulički predpojačavač je *servoventil*. U njemu se vrši transformisanje električnog ulaznog signala u otklon odnosno hod pilot klipa, koji se preko hidrauličkog pojačavača pretvara u neku hidrauličku veličinu, najčešće protok ili pritisak. Kao pretvarač malog strujnog (ili naponskog) signala u mehaničko kretanje se koristi upravljački elektromotor pod nazivom *momentni motor*. Momentni motor može proizvesti rotaciono ili translatorno kretanje, gde je razvijeni momenat, odnosno sila, proporcionalan ulaznoj struji [1]. U ovom radu su opisani njegova konstrukcija i primena u hidrauličkim jednostepenim pritisnim servoventilima. Nakon toga je predstavljen njegov matematički model u vidu dinamičkih diferencijalnih jednačina, koje bi mogle predstavljati polaznu osnovu za formiranje simulacionog modela. Na kraju su predstavljene statičke karakteristike pogona.

2. KONSTRUKCIJA MOMENTNOG MOTORA

Momentni motor transformiše slabi strujni ili naponski signal u proporcionalno mehaničko kretanje, najčešće rotaciju. Kod većine servohidrauličkih ventila momentni motor je nezavisan uređaj za sebe. Odvojeno se montira i hermetički je zaptiven prema hidrauličkom delu (radnom fluidu). Njegova konstrukcija je data na Sl.1.



Sl.1. Konstrukcija momentnog motora

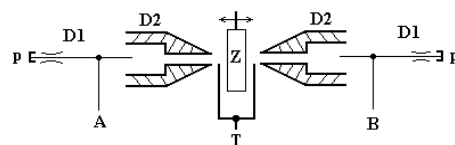
Momentni motor se sastoji od *namotaja* koji su položeni preko kotve i koji vrše njenu magnetizaciju, *polnih nastavaka* (dva "pol-zavrtnja" namagnetisani sa N i njima suprotni polovi namagnetisani sa S), *permanentnih magneta* koji zajedno sa polnim nastavcima formiraju magnetno kolo oko *armature*, koja je smeštena u magnetnom polju vazdušnog procepa kroz koji se zatvara magnetni fluks i *torzione elastične cevi* koja služi kao povratna opruga.

Kad se propusti struja kroz namotaje armature, njeni krajevi se namagnetišu tako da svaki kraj biva privučen od strane jednog polnog nastavka, a odbijen od suprotnog. Momenat proizveden na ovaj način bi obrtao kontinualno armaturu do krajnjih položaja da nema otpornog momenta koji stvara elastična cev, koja u suštini predstavlja jednu povratnu torzionu oprugu [2]. Podešavanjem polnih nastavaka (justiranjem) može se podesiti zazor i optimirati karakteristika motora. Momenat je proporcionalan upravljačkoj struji. Pri njenoj nultoj vrednosti momenat je jednak nuli, pri čemu povratna opruga vraća kotvu, a time i odbojnu pločicu u neutralni položaj.

Prenos momenta kod ove vrste konstrukcije (od kotve ka odbojnoj pločici) ima opšte poznate prednosti [3]: oslobođenost uticaja trenja, mali histerezis, zaptivenost upravljačkog motora prema radnoj tečnosti i odsustvo magnetnog polja u radnoj tečnosti.

3. JEDNA PRIMENA MOMENTNOG MOTORA

Servoventili pritiska se uglavnom primenjuju u sistemima automatske regulacije kočenja vozila. Pored toga mogu da se primene i u drugim sistemima kod kojih se traži upravljanje pritiskom ili silom [4]. Objašnjenje rada momentnog motora je moguće predstaviti na jednom tipu jednostepenog pritisnog servoventila, koji se koristi kao predpojačavač u višestepenim servo sistemima. Pritisni ventil se sastoji iz dve funkcionalno povezane, fizički odvojive celine: momentnog motora i hidrauličkog pojačavača [3]. Hidraulički pojačavač je izveden kao ventil sa blendama i odbojnom pločicom, kao što je prikazano na Sl.2.



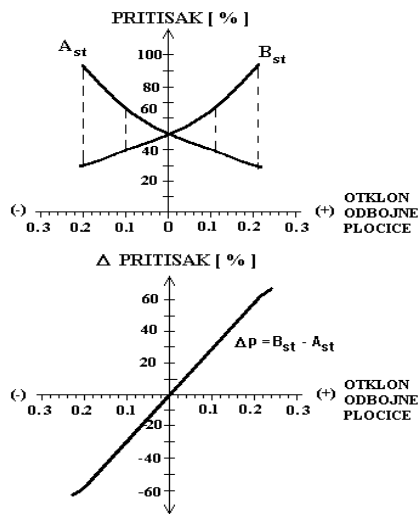
Sl.2. Princip sistema blenda- odbojna pločica

U njemu se vrši pretvaranje otklona odbojne pločice u jednu hidrauličku veličinu – diferencijalni pritisak. Ako se dovede električni upravljački signal na kalem, tada se ostvaruje istovremeno otklon kotve i otklon odbojne pločice.

Sistem se sastoji iz dve konstantne blende D1 i dve regulacione blende D2. Upravljački pritisak p koji deluje sa obe strane se redukuje preko blendi D1 i D2. Ako su poprečni preseki blendi jednake veličine, dobija se jednak pad pritiska na blendama. Sa otklonom odbojne pločice se menjaju odstojanja prema regulacionim blendama. U obrnutoj srazmeri menjaju se pritisci. Kao upotrebljivi signal koristi se razlika

pritisaka $A_{st}-B_{st}$ koja je proporcionalana električnom ulaznom signalu[3].

Dijagram na Sl.3 prikazuje zavisnost pritiska od otklona. Između konstantnih i regulacionih blendi uvek postoji pritisak A_{st} i B_{st} . Ova razlika pritiska je proporcionalna električnom ulaznom signalu koji se vodi na razvodni klip drugog stepena.



Sl.3. Promena pritiska u zavisnosti od otklona odbojne pločice

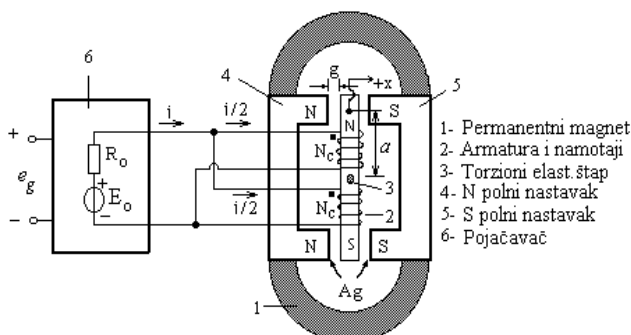
3. MATEMATIČKI MODEL MOMENTNOG MOTORA

Način povezivanja momentnog motora i električno kolo koje je korišćeno u analizi su dati na Sl.4. Dva armaturna namotaja mogu biti vezana u “push-pull” sprezi i ovaj slučaj je razmatran u [2]. Paralelna veza armaturnih namotaja je opšte prihvaćena u praksi, jer je pouzdanija u odnosu na pomenutu “push-pull” i serijsku vezu, pošto je u tom slučaju rad moguć kad je jedan od armaturnih namotaja u prekidu. Pri nultom upravljačkom naponu na svakom od namotaja momentnog motora je nulta struja i nema aktivnog momenta.

Ako je i - ukupna signalna struja i ako su armaturni namotaji identični, struja u svakom od namotaja iznosi $i/2$. Ako je izlazni napon pojačavača koji popobuđuje momentni motor E_o i ako je njegova unutrašnja otpornost R_o , tada je napon na oba namotaja jednak $E_o - R_o \cdot i$, tako da je naponska jednačina za svaki od armaturnih namotaja:

$$E_o - R_o \cdot i = R_c \cdot \frac{i}{2} + N_c \cdot \frac{d\Phi_a}{dt} \quad (1)$$

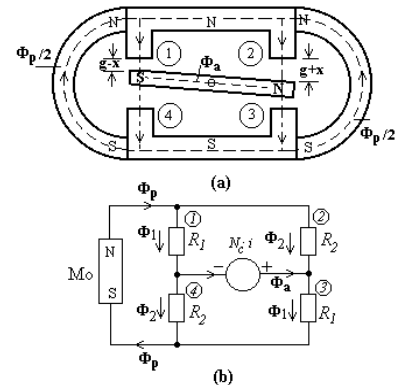
gde je R_c - otpornost svakog od namotaja, N_c - broj navojaka svakog od namotaja i Φ_a - ukupni magnetni fluks koji prolazi kroz armaturu.



Sl.4. Šematski prikaz povezivanja momentnog motora

Analizirajmo magnetni fluks koji prolazi kroz vazdušni procep i armaturu. Magnetno kolo sa pripadajućim fluksevima i magnetopobudnom silom (amper navojima) je prikazano na Sl.5.

Učinićemo neke aproksimacije koje bitno ne utiču na tačnost i adekvatnost analize. Pretpostavićemo da su magnetni otpori u procepima mnogo veći od onih u magnetnom materijalu.



Sl.5 Prikaz flukseva u magnetnom kolu momentnog motora

Zbog simetričnosti smatramo da su reluktanse dijagonalno suprotnih vazdušnih procepa jednake i date kao:

$$\mathcal{R}_1 = \frac{g-x}{\mu_o A_g} \quad (2)$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{g+x}{\mu_o A_g} \quad (3)$$

gde je: \mathcal{R}_1 - reluktansa procepa 1 i 3, \mathcal{R}_2 - reluktansa procepa 2 i 4, g - dužina svakog od vazdušnih procepa kad je armatura u neutralnom položaju, x - pomeraj krajeva armature u odnosu na neutralni položaj, A - površina pola prema vazdušnom procepu i μ_o - magnetna permeabilnost vazduha. Sa ovim aproksimacijama magnetno kolo se može predstaviti kao na Sl.5b. Pošto je magnetno kolo simetrično očigledno je da je fluks u dijagonalnim vazdušnim procepima jednak. Kako u svakoj konturi ukupna magnetopobudna sila mora biti jednaka nuli, izabraćemo konture koje se sastoje od suprotnih grana mosta i obe magnetopobudne sile. Za ove dve konture možemo pisati :

$$\Phi_1 = \frac{M_o + N_c \cdot i}{2\mathcal{R}_1} = \frac{M_o + N_c \cdot i}{2\mathcal{R}_g (1 - \frac{x}{g})} \quad (4)$$

$$\Phi_2 = \frac{M_o - N_c \cdot i}{2\mathcal{R}_2} = \frac{M_o - N_c \cdot i}{2\mathcal{R}_g (1 + \frac{x}{g})} \quad (5)$$

gde je: Φ_1 - magnetni fluks kroz procepe 1 i 3, Φ_2 - magnetni fluks kroz procepe 2 i 4, Φ_p - magnetni fluks kroz permanentne magnete, M_o - ukupna mps svih permanentnih magneta, $\mathcal{R}_g = g/\mu_o A_g$ - reluktansa svakog od vazdušnih procepa kad je armatura u neutralnom položaju i ampernavoji $N_c \cdot i$ -mps koju stvara ukupna struja u samoj armaturi.

Povoljnije je da M_o izrazimo u funkciji od fluksa u procepu kad je armatura u neutralnom položaju (tada je $i=0$ i $x=0$, tako da se jednačine (4) i (5) redukuju na:

$$\Phi_{1o} = \frac{M_o}{2\mathcal{R}_g} = \Phi_{2o} \equiv \Phi_g \quad (6)$$

gde je Φ_g fluks u svakom vazdušnom procepu kada je armatura u neutralnom položaju. Tada su fluksevi u

pojedini vazdušnim procepima:

$$\Phi_1 = \frac{\Phi_g + \Phi_c}{1 - \frac{x}{g}} \quad (7)$$

$$\Phi_2 = \frac{\Phi_g - \Phi_c}{1 + \frac{x}{g}} \quad (8)$$

gde je fluks Φ_c fluks koji potiče od upravljačke struje i i jednak je:

$$\Phi_c = \frac{N_c \cdot i}{2\mathfrak{R}_g} \quad (9)$$

Sabirajući magnetne flukseve u dva čvora prema Sl.5b dobijamo:

$$\Phi_p = \Phi_1 + \Phi_2 \quad (10)$$

$$\Phi_a = \Phi_1 - \Phi_2 \quad (11)$$

Relacija za fluks kroz armaturu je od posebnog interesa i može se kombinovati sa (7), (8), (9), (10) i (11), te dobijamo:

$$\Phi_a = \frac{2\Phi_g \frac{x}{g} + 2\Phi_c}{1 - \frac{x^2}{g^2}} \quad (12)$$

Momentni motor se projektuje tako da je zadovoljen uslov $x/g < 1$ (obično je manje od 1/3 tako da je $x^2/g^2 < 0.1$), pa se jednačina (12) može uprostiti :

$$\Phi_a = 2\Phi_g \frac{x}{g} + \frac{N_c}{\mathfrak{R}_g} \cdot i \quad (13)$$

Iz geometrijskih odnosa se dobija:

$$tg \theta = x/a \approx \theta \quad (14)$$

gde je: θ - ugao zakretanja armature i a - radijus od centra do krajeva armature. Aproksimacija je potpuno opravdana jer se radi o veoma malim odklonima armature.

Sada ćemo odrediti momenat koji deluje na armaturu. Fundamentalna jednačina za silu je [4]:

$$F = \frac{1}{2} \cdot \frac{B^2 \cdot A}{\mu_o} = \frac{\Phi^2}{2\mu_o A} \quad (15)$$

gde je: F - privlačna sila između dve paralelne magnetizacione površine odvojene vazduhom, $\Phi = B \cdot A$ magnetni fluks u zazoru, A - površina normalna na put fluksa i B - gustina fluksa u vazdušnom procepu.

Pošto su razvijeni momenti u dva vazdušna procepa na svakom od krajeva armature u opoziciji, rezultujući momenat biće proporcionalan razlici kvadrata fluksa. Koristeći prethodne relacije određujemo ukupni momenat koji deluje na armaturu:

$$T_d = \frac{2a \cdot (\Phi_1^2 - \Phi_2^2)}{2\mu_o A_g} \quad (16)$$

Zamenjujući (7) i (8) u datu jednačinu dobijamo da je ukupni razvijeni momenat, koji deluje na armaturu:

$$T_d = \frac{(1 + \frac{x^2}{g^2})K_t \cdot i + (1 + \frac{\Phi_c^2}{\Phi_g^2})K_m \cdot \theta}{(1 - \frac{x^2}{g^2})^2} \quad (17)$$

K_t je momentna konstanta motora u (Nm/A) koja je data relacijom:

$$K_t = 2 \frac{a}{g} N_c \Phi_g \quad (18)$$

K_m je konstanta magnetne elastičnosti motora u (Nm/rad) koja je data relacijom:

$$K_m = 4 \left(\frac{a}{g}\right)^2 \mathfrak{R}_g \Phi_g^2 \quad (19)$$

Pošto je konstruktivno postignuto da je $x^2/g^2 \ll 1$ i $\Phi_c/\Phi_g \ll 1$ (što poboljšava linearnost, statičku stabilnost i sprečava slabljenje permanentnog magneta), za rad u okolini radne tačke jednačina (17) postaje:

$$T_d = K_t \cdot i + K_m \theta \quad (20)$$

Primenom drugog Njutnovog zakona možemo napisati :

$$T_d = J_a \frac{d^2 \theta}{dt^2} + B \frac{d\theta}{dt} + K_a \theta + T_L \quad (21)$$

gde je: J_a - moment inercije armature i svih pokretnih delova, B - koeficijent viskoznog trenja armature, opterećenja i ostalih pokretnih masa, K_a - mehanička konstanta torziona opruge armature i T_L - spoljašnji momenat opterećenja na armaturi.

Jednačine (1), (20), i (21) predstavljaju osnovne diferencijalne jednačine koje opisuju ponašanje momentnog motora sa paralelnom spregom upravljačkih namotaja

5. STATIČKE KARAKTERISTIKE

Nakon nekoliko algebarskih operacija momenat dat jednačinom (17) se može napisati u sledećem obliku:

$$\frac{Td}{a K_m} = \frac{(\alpha + \beta)(1 + \alpha\beta)}{(1 - \beta^2)^2} \quad (22)$$

Gde su koeficijenti α i β dati relacijama :

$$\alpha = \frac{\Phi_c}{\Phi_g} = \frac{N_c}{2\Phi_g \mathfrak{R}_g} \cdot i \quad (23)$$

$$\beta = \frac{x}{g} = \frac{a}{g} \theta \quad (24)$$

U statičkom režimu je $T_d = K_a \theta + T_L$ što u kombinaciji sa (22) daje:

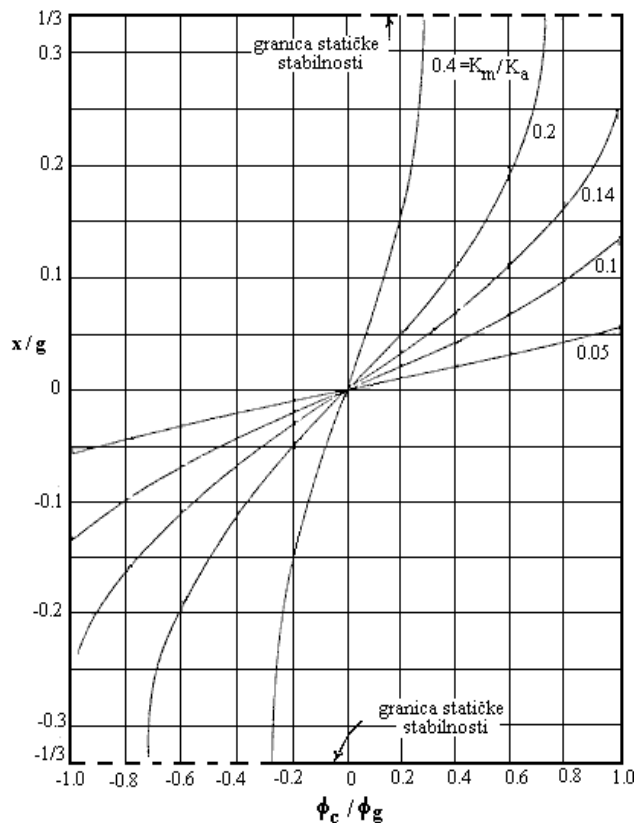
$$\frac{K_m}{K_a} (\alpha + \beta)(1 + \alpha\beta) = (1 - \beta^2)^2 \beta + \frac{(1 - \beta^2)^2}{\left(\frac{g}{a}\right) K_a} T_L \quad (23)$$

Ova jednačina ustvari predstavlja statičku karakteristiku opterećenog momentnog motora. Sa praktičnog stanovišta su interesantnije karakteristike neopterećenog motora. Uzimajući da je $T_L = 0$ i rešavanjem po α iz jednačine (23) se dobija da je :

$$\alpha = \frac{1 + \beta^2}{2\beta} \left\{ \left[1 + \frac{K_a}{K_m} \cdot \left[\frac{2\beta \cdot (1 - \beta^2)}{1 + \beta^2} \right]^2 - \left(\frac{2\beta}{1 + \beta^2} \right)^2 \right]^{1/2} - 1 \right\} \quad (24)$$

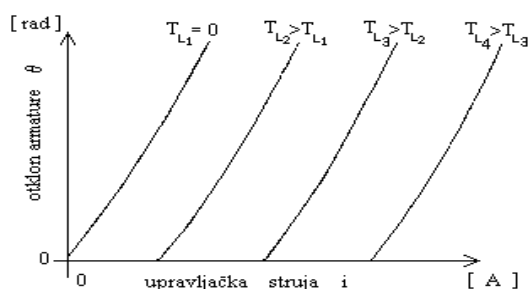
a dijagram zavisnosti odnosa x/g u funkciji α je dat na Sl.6 za razne vrednosti količnika K_m/K_a kao parametra.

Napomenimo da sistem prestaje da bude statički stabilan kada je $|x/g| > 1/3$, bez obzira na vrednost K_m/K_a . Ova granica se povećava ako je reluktansa magnetnog materijala znatna. Premda je ova granica nezavisna od karakteristika opruge, potrebna struja pokazuje pojavu statičke nestabilnosti sa porastom količnika K_m/K_a .



Sl.6. Normalizovan dijagram neopterećenog momentnog motora

Takođe treba naglasiti da nagib i pojačanje ove krive rastu sa porastom količnika K_m/K_a . Međutim zahtev linearnosti nameće ograničenje oba odnosa Φ_c/Φ_g i K_m/K_a .



Sl. 7 – Tipične statičke krive momentnog motora

Zbog slabljenja permanentnog magneta, Φ_c/Φ_g treba da ima vrednosti manje od jedinice, pa se linearnost kontroliše uglavnom odnosom K_m/K_a . Krive statičkih karakteristika sa delovanjem opterećenja su takođe od interesa. Familija ovih karakteristika sa momentom opterećenja T_L kao parametrom je data na Sl.6.

5. ZAKLJUČAK

U radu je opisana konstrukcija jednog opšte prihvaćenog tipa momentnog motora sa permanentnim magnetima i paralelnom spregom upravljačkih namotaja, formiran je matematički model i izvršena analiza njegovog rada. Pored toga, dat je jedan primer primene elektromehaničkog pretvaranja energije posredstvom momentnog motora u hidrauličkim jednostepenim pritisnim servoventilima. Dati primer omogućuje da se jasnije prikaže uloga momentnog motora kao inkrementalnog konvertora u jednom kompleksnom okruženju kao što je servohidraulički predpojačavač. Na osnovu jednačine za elektromagnetni momenat dobijene su statičke karakteristike neopterećenog motora u zavisnosti od odnosa konstante magnetne elastičnosti kao karakteristike magnetnog kola i konstante torzije elastičnosti kao karakteristika mehaničkog sistema. Na ovim karakteristikama je prikazana granica statičke stabilnosti. Pored toga su grafički predstavljene statičke karakteristike (zavisnost otklona od upravljačke struje) pri različitim momentima opterećenja. Postavljeni matematički model momentnog motora u vidu dinamičkih diferencijalnih jednačina predstavlja osnovu za generisanje simulacionog modela. Ovaj model se može koristiti kao polazna osnova za generisanje subkola u simulacionim elektronskim šemama.

LITERATURA

- [1] Л.И.Столов, А.Н.Афанасев, “Моментные Двигатели Постоянного Тока“, ЭНЕРГОАТОМИЗДАТ, Москва 1989.
- [2] H.E. Merritt “Hydraulic Control Systems” John Willey and Sons Inc., New York 1967.
- [3] F.Liedhenger “Servoventili, tehnika uređaja“ HIDRAULIK TRENER, Vol.II-G, Mannesmann Rexroth GmbH, Lohr am Main, 1986.
- [4] V. Dimić, V.Pstrocki, “Elektrohidraulički servoventili-razvoj i primena“ Zbornik radova XX HIPNEF-a, pp.139-146, Beograd 1984.
- [5] S.Seely “Electromechanical energy conversion“ McGraw Hill book, New York, 1961.

Abstract- In this paper is described construction and mathematical model for permanent magnet torque motor that is utilized for control displacement of the pilot piston in hydraulic amplifiers and servo valves. Application for pressure servo valve is also described. Derived dynamical differential equations are fundamental for generating simulation model. This model may be usefull in electric schemes. Static characteristics of drive are presented at the end of this paper.

MATHEMATICAL MODEL OF PERMANENT MAGNET TORQUE MOTOR

Mirko Peško, Željko Despotović, Olivera Rakić