

MERENJE SIMETRIČNIH KOMPONENTI REKURZIVNOM FOURIER-OVOM METODOM

Milenko Đurić, Elektrotehnički fakultet, Beograd

Kratak sadržaj - U radu je razvijen algoritam za merenje simetričnih komponenti trofaznih signala zasnovan na rekurzivnoj Fourier-ovoj metodi. Fourier-ov algoritam greši pri izračunavanju kosinusne i sinusne komponente signala ako stvarna i pretpostavljena frekvencija nisu jednake. Zato simetrične komponente izračunate sa takvim komponentama faznih signala nisu tačne. U radu je rekurzivni Fourier-ov algoritam modifikovan tako da promena frekvencije signala u opsegu od nekoliko Hz malo utiče na tačnost određivanja amplituda simetričnih komponenti.

1. UVOD

Za signal oblika

$$a(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (1)$$

parametri su: A - maksimalna vrednost, $\omega = 2\pi f$ - ugaona frekvencija, f - frekvencija, t - vreme i ϕ - početna faza.

Ako je tačna kružna frekvencija (ω) nepoznata i aproksimirana pretpostavljenom ω_f , primenom REKURZIVNOG Fourier-ovog algoritma [2] mogu se odrediti procene kosinusne (AC_f) i sinusne (AS_f) komponente:

$$\underline{A} = AC_f + jAS_f \quad (2a)$$

gde je: $A_f^2 = AC_f^2 + AS_f^2$, $\text{tg } \phi_f = AS_f / AC_f$.

Rekurzivni Fourier-ov algoritam detaljno je opisan u [2], te se zbog ograničenog prostora ovde ne ponavlja. Relacija (2a) daje stacionaran vektor signala (1) ako je $\omega = \omega_f$. Ako je $\omega < \omega_f$ ili ($\omega_f > \omega$) komponente AC_f i AS_f se menjaju sa frekvencijom klizanja ($\omega - \omega_f$) uz prisustvo značajnog izobličenja frekvencije 2ω . Pri tome su amplitude obe komponente jednake i odstupaju od tačnih vrednosti.

2. ALGORITAM ZA MERENJE SIMETRIČNIH KOMPONENTI

Nesimetričan trofazni sistem vektora može se izraziti preko veličina u fazama (A) direktnog (d), inverznog (i) i nultog (o) komponentnog sistema relacijom:

$$\underline{[U]} = \underline{[F]} \cdot \underline{[F_k]} = \begin{bmatrix} \underline{U_A} \\ \underline{U_B} \\ \underline{U_C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U_o} \\ \underline{U_d} \\ \underline{U_i} \end{bmatrix} \quad (3)$$

gde su: $a = e^{j2\pi/3} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{3}$; $\underline{U_o}$ - nulta, $\underline{U_d}$ - direktna i $\underline{U_i}$ - inverzna komponenta napona.

Trofazni asimetričan sistem napona razlaže se na simetrične komponente pomoću inverzne transformacije:

$$\underline{[U_k]} = \underline{[F]}^{-1} \underline{[U]} = \begin{bmatrix} \underline{U_o} \\ \underline{U_d} \\ \underline{U_i} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U_A} \\ \underline{U_B} \\ \underline{U_C} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Koristeći (4) slede vektori simetričnih komponenti:

$$\underline{U_o} = \frac{\underline{U_A} + \underline{U_B} + \underline{U_C}}{3} = \frac{AC + BC + CC}{3} + j \frac{AS + BS + CS}{3} = C_o + jS_o; \quad U_o = \sqrt{C_o^2 + S_o^2} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \underline{U_{d(i)}} &= \frac{\underline{U_A} + a \cdot \underline{U_B} + a^2 \cdot \underline{U_C}}{3} = \\ &= \frac{2AC - BC - CC - (+)\sqrt{3}(BS - CS)}{6} + \\ &+ j \frac{2AS - BS - CS + (-)\sqrt{3}(BC - CC)}{6} = \\ &= C_{d(i)} + jS_{d(i)}; \quad U_d = \sqrt{C_{d(i)}^2 + S_{d(i)}^2} \end{aligned} \quad (6)$$

gde su vektori faznih veličina definisani kao u (2a):

$$\underline{U_A} = AC + jAS, \quad \underline{U_B} = BC + jBS \quad \text{i}$$

$$\underline{U_C} = CC + jCS,$$

a vektori simetričnih komponenti kao:

$$\underline{U_o} = C_o + jS_o, \quad \underline{U_d} = C_d + jS_d \quad \text{i}$$

$$\underline{U_i} = C_i + jS_i.$$

Drugo slovo (C) u komponentama faznih vektora i prvo slovo u komponentama vektora simetričnih komponenti označava kosinusnu a (S) sinusnu komponentu.

Komponente simetričnih komponenti su sume komponenti faznih vektora te se i one pogrešno određuju kada frekvencija signala odstupa od pretpostavljene. Amplitude simetričnih komponenti osnovnog harmonika osciluju između maksimalnih i minimalnih vrednosti sa frekvencijom 2ω . Ovo je iskorišćeno za modifikaciju algoritma. Za dobijanje boljih rezultata dovoljno je vršiti usrednjavanje rezultata na periodu dužine jedne poluperiode osnovnog harmonika. Ako se signali obrađuju sa (m) tačaka u periodu osnovnog harmonika dovoljno je naći srednju vrednost ($m/2$) rezultata. Usrednjavanje izaziva kašnjenje rezultata obrade signala od jedne poluperiode osnovnog harmonika. Svako filtriranje izaziva kašnjenje rezultata, te se mora prihvatiti kompromis između stepena filtriranja i kašnjenja rezultata.

Kada su stvarna i pretpostavljena frekvencija različite ($m/2$) odbiraka ne definiše tačno poluperiodu osnovnog harmonika, te rezultat usrednjavanja nije konstantan, već i on

osciluje sa 2ω , ali sa znatno manjom amplitudom u odnosu na rezultat bez usrednjavanja. Može se izvršiti još jedno usrednjavanje srednjih vrednosti na polovini periode osnovnog harmonika. Ovo unosi dodatno kašnjenje od jedne poluperiode osnovnog harmonika. Kašnjenje algoritma sa dva usrednjavanja jednako je periodu osnovnog harmonika. Dvostruko usrednjavanje daje veoma "mirnu" amplitudu simetričnih komponenti sa malom greškom, ako se frekvencija signala menja u opsegu od 47Hz do 53Hz, što je dovoljan opseg, jer frekvencija u mreži ne izlazi iz opsega (47Hz-53Hz). Kašnjenje od jedne periode je prihvatljivo za releje koji rad baziraju na simetričnim komponentama.

Za određivanje simetričnih komponenti trofaznih signala potrebno je primeniti relaciju (2a) i na signale faza (B i C):

$$\underline{B} = BC_f + jBS_f, \quad (2b) \quad \underline{C} = CC_f + jCS_f, \quad (2c)$$

Za praktičnu primenu relacija (2a, 2b i 2c) potrebno je formirati pomoćne vektore kosinusa, sinusa i odbiraka dužine (m) i pomoćne vektore komponenti simetričnih komponenti i srednjih vrednosti komponenti simetričnih komponenti dužine ($m/2$). Vektor kosinusa je:

$$\underline{CO} = \frac{2}{m} \left[\cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m}\right), \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} \cdot 2\right), \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} \cdot 3\right), \dots, \cos\left(\frac{\omega_f T_f}{m} (n-1)\right), 1 \right]^T, \quad (7)$$

vektor sinusa je:

$$\underline{SI} = \frac{2}{m} \left[\sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m}\right), \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} \cdot 2\right), \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} \cdot 3\right), \dots, \sin\left(\frac{\omega_f T_f}{m} (n-1)\right), 0 \right]^T, \quad (8)$$

vektori odbiraka su:

$$\underline{A(B,C)OD} = [a(b,c)_1 \dots a(b,c)_m]^T, \quad (9a,b,c)$$

Nakon uzimanja novih odbiraka a_{novi} , b_{novi} i c_{novi} treba aktualizovati vektore (9) reindexiranjem članova na sledeći način:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2, a_2 = a_3, \dots, a_m = a_{\text{novi}}; \\ b_1 &= b_2, b_2 = b_3, \dots, b_m = b_{\text{novi}}; \\ c_1 &= c_2, c_2 = c_3, \dots, c_m = c_{\text{novi}}. \end{aligned}$$

Za svaki odbirak signala relacije (5 i 6) daju U_{of} , U_{df} i U_{if} . Za određivanje srednjih vrednosti amplituda simetričnih komponenti treba formirati pomoćne vektore dužine ($m/2$):

$$\underline{Uk} = [U_{kf1} \ U_{kf2} \ U_{kf3} \ \dots \ U_{kf(m/2)}]^T, \quad k=o,d,i \quad (10o,d,i)$$

Nakon izračunavanja novih vrednosti amplituda $U_{of \text{ novo}}$, $U_{df \text{ novo}}$, $U_{if \text{ novo}}$ pomoću (2a, 2b i 2c) i (5, 6 i 7) treba

aktualizovati vektore (10) odbacivanjem prvih članova i dodavanjem novih:

$$U_{kf1} = U_{kf2}, U_{kf2} = U_{kf3}, \dots, U_{kf(m/2)} = U_{kf \text{ novo}}.$$

Nakon ove procedure nađu se:

$$US_k = 2(U_{kf1} + U_{kf2} + \dots + U_{kf(m/2)})/m, \quad (11a,b,c)$$

Postupak dalje teče na isti način za svaki novi odbirak. Za usrednjavanje srednjih vrednosti amplituda simetričnih komponenti treba formirati vektore srednjih vrednosti srednjih vrednosti amplituda simetričnih komponenti dužine ($m/2$):

$$\underline{USS}_k = [US_{k1} \ US_{k2} \ \dots \ US_{k(m/2)}]^T, \quad (12o,d,i)$$

Nakon izračunavanja novih srednjih vrednosti amplituda $US_{o \text{ novo}}$, $US_{d \text{ novo}}$ i $US_{i \text{ novo}}$ pomoću (11) treba aktualizovati vektore (12) odbacivanjem prvih članova i dodavanjem novih:

$$US_{k1} = US_{k2}, US_{k2} = US_{k3}, \dots, US_{k(m/2)} = US_{k \text{ novo}}.$$

Nakon ove procedure nađu se

$$USS_k = 2(US_{k1} + US_{k2} + \dots + US_{k(m/2)})/m, \quad (13)$$

Postupak dalje teče na isti način za svaki novi odbirak. Za proračun simetričnih komponenti potrebno je pet vektora dužine (m) i šest vektora dužine ($m/2$). Algoritam je jednostavan (skalarni proračuni) i dovoljno brz za primenu u zaštiti.

3. TESTIRANJE ALGORITMA

Prikazani algoritam testiran je pomoću računarski generisanih signala i signala snimljenih akvizicionom karticom ED-300 u laboratoriji.

Računski generisani signali imali su sledeće parametre: -faza (A): amplitude osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: 100, 5 i 5. Početne faze osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: 0° , 23° i 53° . - faza (B): amplitude osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: 80, 5 i 5. Početne faze osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: -90° , 113° i 123° . - faza (C): amplitude osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: 20, 5 i 5. Početne faze osnovnog, trećeg i petog harmonika redom su: -190° , 200° i 220° . Svi računski signali su izračunavani sa vremenskim korakom $T=20\text{ms}/22=0,90909\text{ms}$. Pri obradi ovih signala Fourier-ov algoritam radi sa 22 odbiraka u periodu i periodom odabiranja T .

Na sl.1 dat je trofazni signal sa definisanim parametrima i frekvencijom osnovnog harmonika od 50Hz. Vreme na apscisi je izraženo brojem perioda odabiranja. Vreme u (s) je proizvod broja odbiraka i $0,90909\text{ms}$ (100 na dijagramu je 90,9ms).

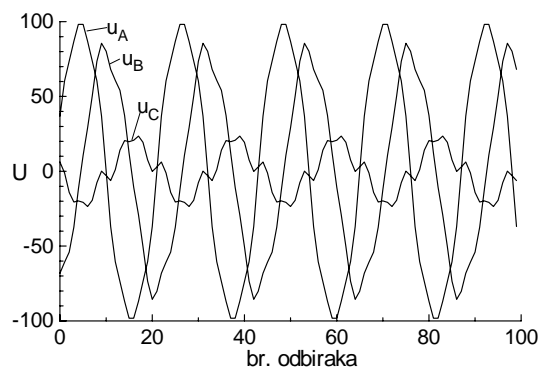
Na sl.2 dati su izlazi algoritma bez i sa usrednjavanjem. Nakon konvergencije oba izlaza daju iste vrednosti simetričnih komponenti jer je frekvencija signala 50Hz. Ove vrednosti ($d=14,377$, $i=63,45$, $o=36,97$) smatraće

se tačnim pri izračunavanju greške pri odstupanju učestanosti.

Na sl.3 prikazan je trofazni signal sa definisanim parametrima i frekvencijom od 47Hz.

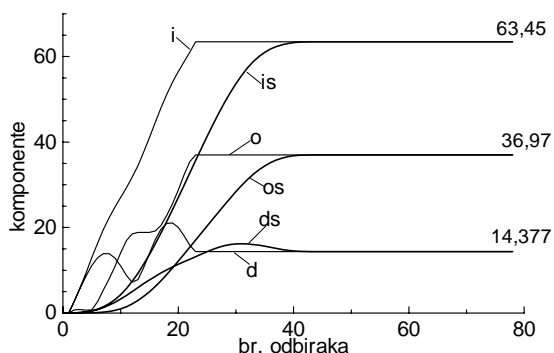
Na sl.4 prikazane su simetrične komponente dobijene primenom algoritma bez i sa usrednjavanjem. U ovom slučaju rezultati bez usrednjavanja su neprigušeno oscilatorni, dok su rezultati sa usrednjavanjem glatki i bez oscilacija.

Konvergencija algoritma sa usrednjavanjem je skoro monotona što je dobro za primenu u relejnoj zaštiti, jer ne dovodi do kolebanja releja. Vrednosti



Sl.1 Trofazni signal sa osnovnim harmonikom od 50Hz.

$i=63,45$, $o=36,97$) smatraće se tačnim pri izračunavanju greške pri odstupanju učestanosti.



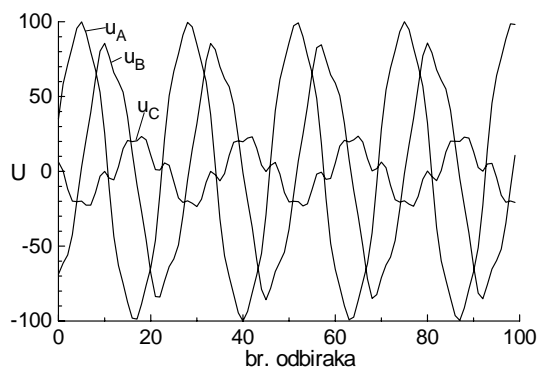
Sl.2 Simetrične komponente 50Hz signala dobijene bez (d, i, o) i sa usrednjavanjem (ds, is, os).

simetričnih komponenti su: $d=14,363$, $i=63,08$, $o=36,76$. Određene su sa greškama: direktna (-0,1%), inverzna (-0,58%) i nulta (-0,58).

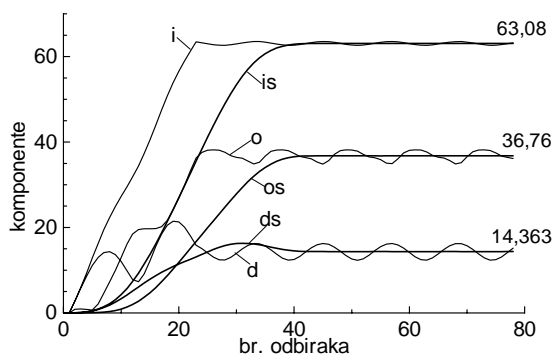
Za signal datih parametara i frekvencije 53Hz dobijaju se isti rezultati kao za signal frekvencije 47Hz. Zbog ograničenja nisu prikazani.

Na sl.5 prikazan je trofazni signal, frekvencije oko 50Hz (signali POTIČU iz NN mreže. Tačna frekvencija nije poznata jer nije merena), snimljen akvizicionom karticom ED-300. Frekvencija odabiranja bila je 2500Hz (50 odbiraka u periodu). Vreme na sl.5 je proizvod broja odbiraka i $20/50=0,4ms$. U prvom delu signala postoje dve fazne veličine (treća je nula). Kod 238. odbirka dolazi do prelaznog režima. Javlja se treća fazna veličina a prve dve smanjuju amplitude. Nakon nastanka poremećaja sve tri fazne veličine

sadrže opadajuće jednosmerne komponente. Na istoj slici date su i simetrične komponente dobijene algoritmom sa usrednjavanjem. Izlazi algoritam su stabilni, pri promeni asimetrije konvergiraju brzo, uz male oscilacije.

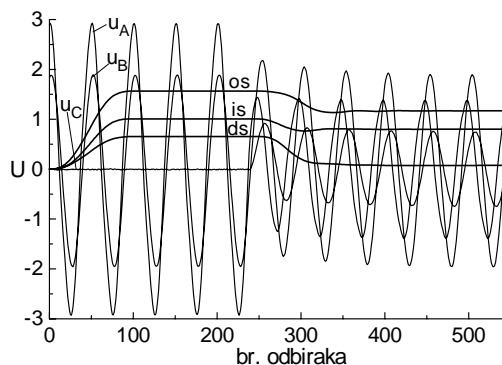


Sl.3 Trofazni signal sa osnovnim harmonikom od 47Hz.



Sl.4 Simetrične komponente 47Hz signala dobijene bez (d, i, o) i sa usrednjavanjem (ds, is, os).

Na sl.5 dati su zajedno signali i estimirane simetrične komponente radi sagledavanja procesa konvergencije. Pouzdane vrednosti novih simetričnih komponenti dobijaju se nakon 30ms (1,5 period 50Hz signala), što je dovoljno za primenu algoritma u funkcijama relejne zaštite.



Sl.5 Zajednički prikaz trofaznih signala sa sl.7 i estimiranih simetričnih komponenti sa sl.8.

4. ZAKLJUČAK

Rekurzivni Fourier-ov algoritam, uz dodatak dvostrukog usrednjavanja, izračunava simetrične komponente trofaznih signala frekvencije različite od pretpostavljene sa

greškom manjom od 0,6%, ako frekvencija leži u opsegu 47Hz do 53Hz. Ova tačnost omogućava da se algoritam upotrebi u mernim i zaštitnim digitalnim uređajima. Brzina algoritma je dovoljna za njegovu primenu u relejnoj zaštiti.

5. LITERATURA

- [1] M. Đurić "Relejna zaštita", Beopres, Beograd, 2003.
- [2] M.Đurić "Modifikovani Furijeov algoritam za merenje osnovnog harmonika signala", Elektroprivreda br.2, pp.51-56, Beograd, 2004.
- [3] M. Đurić "Merenje snage modifikovanom rekurzivnom Furijeovom metodom" Elektrodistribucija, br. 3 Beograd, 2004.

Abstract – A recursive Fourier algorithm for the symmetrical components measurement is presented. Fourier algorithm is

known, widely applied in signal processing and requests that signal frequency must be equal as assumed frequency. If these frequencies are different the output of Fourier algorithm has error. The outputs of algorithm change around exact values with 2ω . It is possible to get symmetrical components as average values of $m/2$ algorithm outputs (m is number of samples in period of signal fundamental harmonic). The average values are not sensitive on signal frequency changing. The rate of signal frequency changing (50Hz + or - 3Hz) is defined so that outputs of algorithm to be accurate.

SYMMETRICAL COMPONENTS MEASUREMENT USING RECURSIVE FOURIER ALGORITHM

Milenko Đurić