DINAMIČKO PONAŠANJE MOMENTNOG MOTORA SA PERMANENTNIM MAGNETIMA -SIMULACIONI I EKSPERIMENTALNI REZULTATI

Željko Despotović, Institut Mihajlo Pupin, Beograd

Sadržaj - Dinamičko ponašanje servohidrauličkog sistema je u velikoj meri određeno dinamičkim ponašanjem momentnog motora koji se koristi za kontrolu položaja pilot klipa u hidrauličkom pojačavaču. U radu je izvršena analiza dinamičkog ponašanja i određena dinamička prenosna karakteristika momentnog motora sa permanentnim magnetima. Simulacionim i eksperimentalnim rezultatima biće potvrđene teorijske postavke dinamičkog modela.

1. UVOD

Jedan od najbitnijih elemenata elektrohidrauličkog servosistema predstavlja servo ventil. U njemu se vrši pretvaranje električnog signala u otklon pilot klipa u hidrauličkom predpojačavaču posredstvom momentnog motora. Upravljačkim signalom male snage (reda 10mW) može se upravljati velikim snagama od više stotina kilovata [1]. Dinamičko ponašanje celog sistema je u velikoj meri, pored hidrauličkih komponenti, uslovljeno dinamikom procesa u momentnom motoru. U ovom radu je analizirano dinamičko ponašanje momentnog motora i određena je njegova prenosna karakteristika u *s*-domenu. Simulacionim i eksperimentalnim rezultatima su potvrđeni zaključci dobijeni na osnovu dinamičke analize i verifikovan je teorijski postavljen matematički model momentnog motora.



Sl.1. Šema povezivanja momentnog motora

2. DINAMIČKI MODEL MOMENTNOG MOTORA

Konstrukcija, princip rada i matematički model momentnog motora sa permanentnim magnetima su dati u [2]. Ako je i - ukupna signalna struja i ako su armaturni namotaji identični, struja u svakom od namotaja će iznosi i/2. Za svaki od armaturnih namotaja (Sl.1) važi naponska jednačina :

$$E_0 - R_0 \cdot i = R_c \cdot \frac{i}{2} + N_c \cdot \frac{d\Phi_a}{dt}$$
(1)

gde je E_o -izlazni napon pojačavača koji popobuđuje momentni motor, R_o -njegova unutrašnja otpornost, R_c – otpornost svakog od namotaja, N_c – broj navojaka svakog od namotaja i Φ_a – ukupni magnetni fluks koji prolazi kroz armaturu.

Ukupni magnetni fluks Φ_a koji prolazi kroz armaturu je dat realacijom koja je izvedena u [3] i koja se može

predstaviti kao:

$$\Phi_a = 2\Phi_g \frac{x}{g} + \frac{N_c}{\Re_g} \cdot i$$
⁽²⁾

gde je: g – dužina svakog od vazdušnih procepa kad je armatura u neutralnom položaju, x- pomeraj krajeva armature u odnosu na neutralni položaj, $\mathcal{R}_g = g/\mu_o A_g$ - reluktansa svakog od vazdušnih procepa kad je armatura u neutralnom položaju i Φ_g – fluks u svakom vazdušnom procepu kada je armatura u neutralnom položaju.

Iz jednačina (1) i (2), primenom Laplasove transformacije se dobija:

$$E_0 = (R_0 + \frac{R_c}{2}) \cdot i(s) + K_b \cdot s \cdot \theta(s) + L_c \cdot s \cdot i(s)$$
(3)

 K_b je naponska konstanta svakog od namotaja u (V/rad/s), data relacijom :

$$K_b = 2 \cdot \frac{a}{g} \cdot N_c \cdot \Phi_g \tag{4}$$

 L_C je sopstvena induktivnost svakog od namotaja, data relacijom:

$$L_c = \frac{N_c^2}{\Re_a} \tag{5}$$

Jednačina za elektromagnetni momenat za rad u okolini radne tačke se može predstaviti kao [3] :

$$T_d = K_t \cdot i + K_m \theta \tag{6}$$

gde je: θ - ugao zakretanja armature i a – radijus od centra do krajeva armature.

 K_t je momentna konstanta motora u (Nm/A) data relacijom:

$$K_t = 2\frac{a}{g}N_c\Phi_g \tag{7}$$

 K_m je konstanta magnetne elastičnosti motora u (Nm/rad) data relacijom:

$$K_m = 4 \left(\frac{a}{g}\right)^2 \Re_g \Phi_g^2 \tag{8}$$

Primenom drugog Njutnovog zakona možemo napisati :

$$T_{d} = J_{a} \frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} + B_{a} \frac{d\theta}{dt} + K_{a}\theta + T_{L}$$
(9)

gde je : J_a - moment inercije armature i svih pokretnih delova, B_a – ukupni koeficijent viskoznog trenja armature, opterećenja i ostalih pokretnih masa, K_a - mehanička konstanta torzione opruge armature i T_L - momenat opterećenja.

Kombinujući (6) i (9) i primenom Laplasove transformacije dobijamo:

$$K_t \cdot i(s) = J_a s^2 \theta(s) + B_a s \theta(s) + (K_a - K_m) \theta(s) + T_L$$
(10)

Primetimo da magnetna elastična konstanta K_m mora biti manja od mehaničke elastične konstante K_a da bi sistem bio stabilan. Jednačine (3) i (10) zajedno sa parametrima momentnog motora definisanim sa (4), (5), (7), (8) kompletno opisuju njegovo dinamičko ponašanje. Parametri se računaju na osnovu konstruktivnih podataka za \mathcal{R}_g , N_c , g, a i ϕ_g . Veličina ϕ_g se često izražava kao proizvod gustine fluksa B_g u vazdušnom procepu i površine A_g ($\phi_g=B_gA_g$). Jasno je da za definisane parametre postoje relacije:

$$\vec{K}_{t} = \vec{K}_{b} \tag{11}$$

$$K_{m}L_{a} = K_{b}K_{b} \tag{12}$$

Zanemarujući mehaničko prigušenje B_a , kombinovanjem (3) i (10) se dobija:

$$\theta(s) = \frac{K_{o}e_{g}(s) - \frac{1 + \frac{S}{\omega_{a}}}{K_{a}\left(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}}\right)} \cdot T_{L}(s)}{\frac{S}{\omega_{a}\omega_{m}^{2}\left(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}}\right)} + \frac{S}{\omega_{m}^{2}\left(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}}\right)} + \frac{S}{\omega_{a}\left(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}}\right)} + 1}$$
(13)

gde su :

$$K_o = \frac{K_t \mu}{(R_0 + \frac{R_c}{2})K_a (1 - \frac{K_m}{K_a})}$$
-statičko pojačanje u (rad / V),

 $\omega_a = \frac{2R_0 + R_c}{2L_c}$ - prelomna učestanost za namotaj armature u (rad/s),

u (lau/s),

 $\omega_m = \sqrt{\frac{K_a}{J_a}}$ - mehanička prirodna učestanost u (rad/sec),

 e_g – upravljački napon na ulazu pojačavača
i $\mu=E_o/e_g$ - naponsko pojačanje pojačavača

Imenilac jednačine (13) se može faktorizovati ako su poznate numeričke vrednosti koeficijenata. Koeficijenti su u takvom odnosu da možemo dobiti opšti oblik sa korenima jednačine, što se može predstaviti i grafički. Krajnja jednačina dinamičkog ponašanja momentnog motora sa upravljačkim naponom e_g i momentom opterećenja T_L je:

$$\theta(s) = \frac{K_o e_g(s) - \frac{1 + \frac{s}{\omega_a}}{K_a (1 - \frac{K_m}{K_a})} \cdot T_L(s)}{\left(1 + \frac{s}{\omega_r}\right) \left(\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\delta_o}{\omega_o}s + 1\right)}$$
(14)

gde su ω_r , $\omega_o i \delta_o$, dati u zavisnosti ω_a/ω_m na dijagramima – (Sl.2,3,4) respektivno. Sa dijagrama se vidi da karakteristična jednačina trećeg reda ima jedan linearni i subprigušne kvadratne korene. Ovi faktori su posledica električne vremenske konstante $1/\omega_a$ i mehaničke rezonantne učestanosti armature. Međutim prelomne učestanosti karakteristične jednačine trećeg reda su niže, odnosno $\omega_r < \omega_a i \omega_o < \omega_m$. Pošto je $K_m/K_a < 1/2$ kod praktično realizovanih momentnih motora, za proračun su pogodne sledeće aproksimacije:

$$\omega_r \approx \omega_a; \omega_o \approx \omega_m; \delta_o \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{K_m}{K_a}$$



Sl.2. Normalizovan dijagram realnih korena u prenosnoj funkciji momentnog motora



Sl.3. Normalizovane krive prirodne učestanosti momentnog motora



Sl.4. Dijagram prigušnog faktora momentnog motora

Prenosna funkcija neopterećenog momentnog motora u odnosu na ulazni napon e_g je:

$$\frac{\theta(s)}{e_g(s)} = \frac{K_o}{\left(1 + \frac{s}{\omega_r}\right) \left(\frac{s^2}{\omega_o^2} + \frac{2\delta_o}{\omega_o}s + 1\right)} \quad (15)$$

Obično se ova prenosna funkcija daje često u odnosu na



Sl.5. Simulaciona šema momentnog motora

upravljačku struju *i(s)* u obliku :

$$\frac{\theta}{i} = \frac{\frac{K_{i}}{K_{a}(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}})}}{\frac{s^{2}}{\omega_{m}^{2}(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}})} + \frac{B_{a}}{K_{a}(1 - \frac{K_{m}}{K_{a}})}} (16)$$

Dobija se prenosna funkcija drugog reda sa prirodnom učestanošću neznatno nižom od ω_m . Prigušenje je veoma malo i zavisi od strukturnog prigušenja torzione opruge.

3. SIMULACIONI MODEL

U ovom poglavlju je predstavljen simulacioni model momentnog motora, koji se koristi u jednom od tipova servoventila serije 770-proizvodnje MOOG. Model je urađen u programskom paketu PSPICE.

Jednačine (1), (2), (3), (9) i (10) su osnova za formiranje modela. Napomenimo da su korišćene direktne elektromehaničke analogije [4] na osnovu kojih su mehanički elementi predstavljeni ekvivalentnim električnim. Na osnovu njih je data funkcionalna simulaciona šema momentnog motora prikazana na Sl.5. Ulazni pojačavač je modeliran naponski kontrolisanim naponskim izvorom E_o , unutrašnje otpornosti R_o . Izlazne veličine su ostvareni momenat koji je uravnotežen momentom opterećenja $T_L(t)$ i izlazni otklon $\theta(t)$. Ekvivalentna krutost je data kao razlika mehaničke torzione krutosti K_a i magetne elastičnosti K_m .

4. REZULTATI SIMULACIJE

U ovom poglavlju su prikazani karakteristični talasni oblici jednog konkretnog momentnog motora koji se koristi u servoventilima proizvođača MOOG – *serije* 770. Podaci za dati momentni motor su dobijeni iz kataloga proizvođača:

Električni podaci:

otpor svakog od namotaja na 25°C	$R_c = 22\Omega$
sopstvena induktivnosti namotaja	$L_c = 0.06 \text{ H}$
magnetna konstanta	$K_m = 0,833 \text{ A/Wb}$
momentna konstanta	$K_t = 0.05 \text{ Nm/rad}$
naponska konstanta	$K_b = 0.05 \text{ V/rad/s}$

<u>Mehanički podaci:</u>

moment inercije armature torziona elastična konstanta ekvivalentno prigušenje poluprečnik torzionog štapa $J = 2 \cdot 10^{-6} \text{ kgm}^2$ $K_a = 1 \dots 4 \text{ Nm} / \text{ rad}$ $B_a = 0,0001 \text{ N/m/s}$ a = 0.02 m



Sl.6. Karakteristični talasni oblici za $K_m/K_a=0.2$



Sl.7. Karakteristični talasni oblici za $K_m/K_a=0.8$

Na Sl.6 i Sl.7 su dati karakteristični talsni oblici u tranzijentnom režimu, dok su na Sl.8 dati odgovarajući Bodeovi dijagrami, za slučaj dva granična odnosa K_m/K_a . Prigušenje raste sa porastom ovog odnosa. Međutim statička linearnost i histerezis ograničavaju ovaj odnos, tako da ta veličina mora biti kompromis između ova dva zahteva. U praktičnim slučajevima ovaj odnos se kreće $K_m/K_a=0.1...0.5$.



Sl.7. Bodeovi dijagrami momentnog motora

Na Sl.8 su dati karaktersitični talsni oblici za slučaj sinusne strujne pobude momentnog motora, kada je $K_{m'}K_a=0.8$. Podešena učestanost pobude je iznosila $f_p=20Hz$.



Sl.8. Karakteristični talasni oblici pri sinusnoj pobudi; $f_p=20Hz$

Na Sl.9 je dat odziv otkona mentnog motora, pri impulsnom delovanju momenta opterećenja $T_L=2 \cdot 10^{-3}$ Nm, za slučaj odnosa $K_m/K_a=0.2$, koji je najčešći u realnim slučajevima. Vreme smirenja iznosi oko 100ms, što predstavlja jako dobar dinamički odziv.



S1.9. Odziv momentnog motora pri impulsnom dejstvu opterećenja

5. EKSPERIMENTALNI REZULTATI

U ovom delu je predstavljen deo eksperimentalnih rezultata koji se odnose na električnu šemu pobude momentnog motora na Sl.1. Ova šema je realizovana u sklopu upravljačkog dela hidrauličkog pulzatora primenjenog u sistemu ispitne instalacije koja se koristi za vibraciona testiranja. U ovom sistemu su korišćeni prethodno pomenuti hidraulički servoventili. Izmerene su struja momentnog motora i hod pilot klipa, pri sinusnoj pobudi (Sl.10), pri čemu je pobudna učestanost $f_{pob}=2Hz$ i pri pravougaonoj pobudi (Sl.11), pri čemu je pobudna učestanost $f_{pob}=10Hz$.



Sl.10. Osciloskopski snimci pri sinusnoj pobudi



Sl.11. Osciloskopski snimci pri pravougaonoj pobudi

6. ZAKLJUČAK

U radu je izvršena analiza dinamičkog ponašanja momentnog motora koji se koristi u servohidraulićkim sistemima. Dinamičko ponašanje je u velikoj meri uslovljeno odnosom mehaničke torzione i magnetne konstante. Simulacionim modelom, simulacionim i eksperimentalnim rezultatima su potvrđeni zaključci dobijeni analitički.

LITERATURA

- [1]F.Liedhenger "Servoventili, tehnika uređaja" HIDRAULIK TRENER, Vol.II-G, Mannesmann Rexroth GmbH, Lohr am Main, 1986.
- [2] H.E. Merritt "Hydraulic Control Systems" John Willey and Sons Inc., New York 1967.
- [3] M.Peško, Ž.Despotović, O.Rakić, "Matematički model momentnog motora sa permanentnim magnetima" *Rad prijavljen za XLIX konferenciju ETRAN*, 12-17 Juna, Budva 2005.
- [4] S.Seely "Electromechanical energy conversion" McGraw Hill book, New York, 1961.

Abstract- Dynamical behavior of servo hydraulic system is defined by permanent magnet motor's behavior in a great criterion. This motor is used in hydraulic amplifier, for position of pilot piston control. In this paper is given analysis and dynamical transfer characteristic of permanent magnet torque motor. Theoretic fundamentals of dynamical model are confirmed by simulation and experimental results.

DYNAMICAL BEHAVIOR OF PERMANENT MAGNET TORQUE MOTOR- SMULATIONS AND EXPERIMETAL RESULTS

Željko Despotović