

SERIJSKI ANTIREZONANTNI KOMPENZATOR SA DIGITALNIM FILTROM

Radojka Krneta, Sanja Milenković, Tehnički fakultet Čačak

Sadržaj - U radu je razmatrana primena serijskog antirezonantnog kompenzatora sa digitalnim filtrom za poništavanje neželjenih efekata torzione rezonancije na osovini motora u sistemu za regulaciju brzine. Antirezonantni kompenzator je realizovan serijskom vezom digitalnog notch filtra i proporcionalnog kompenzatora. Notch filter se koristi za eliminaciju rezonantnog vrha na Bodeovom dijagramu sistema sa otvorenom spregom. Vremenski odziv željenog kvaliteta postiže se dodavanjem proporcionalnog dejstva u direktnu granu.

1. UVOD

Kao posledica konačne krutosti korišćenih mehaničkih komponenti u elektromotornim pogonima dolazi do pojave torzione rezonancije. Ona menja prenosnu funkciju sistema i otežava njegovu stabilizaciju. Izražena je i tendencija ka oscilovanju, što ograničava performanse servo sistema i može dovesti do neželjenih mehaničkih vibracija koje mogu oštetiti mehaničke komponente i pojave tzv. podržanih oscilacija (oscilacija konstantne amplitude), što se može negativno odraziti na pouzdanost čitavog sistema.

Mehaničke komponente imaju konačnu krutost pa se pod dejstvom sila opterećenja elastično deformišu. Stoga se osovine elektromotora torziono uvijaju pod dejstvom obrtnih momenata. Ovo ima za posledicu razliku ugaonih položaja pojedinih tačaka osovine. Relativna ugaona pozicija zavisi od ugaone frekvencije i od parametara sistema. Pri nekim frekvencijama se može desiti da su ugaoni položaji dva različita dela, dve različite tačke osovine, u suprotnim fazama. Ovo omogućuje mehaničkom sistemu da akumulira kinetičku energiju i kao rezultat da povećava veličinu ugaonih pomeraja. Ovaj fenomen se naziva torziona rezonancija, a frekvencije na kojima se ona dešava se nazivaju rezonantnim frekvencijama.

Zbog negativnih efekata koji prate pojavu torzione rezonancije neophodno je preduzeti mere za njeno eliminisanje, ili bar minimizirati njenu pojavu. Jedna od tehnika za minimiziranje efekta torzione rezonancije sastoji se u upotrebi serijskih antirezonantnih kompenzatora u formi filtra (notch filter) koji dodaju imaginarne nule u prenosnu funkciju kako bi privukli grane geometrijskog mesta korena i sprečili njihov prelazak u desnu polovinu kompleksne s ravni. Notch filtrom eliminišu se rezonantni vrhovi na Bodeovim dijagramima sistema u otvorenoj povratnoj sprezi. Dodavanjem proporcionalnog dejstva u direktnu granu postiže se željeni kvalitet odziva u prelaznom stanju.

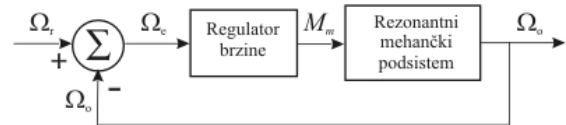
Funkcija povratnog prenosa mnogih sistema upravljanja ima polove koji su bliski imaginarnoj osi. To je i slučaj sa servopogonima kod kojih postoje uslovi za nastanak torzione rezonancije. Upravo ovi polovi mogu uzrokovati da sistem u zatvorenoj povratnoj sprezi bude slabo prigušen, granično stabilan ili pak nestabilan. Za rešavanje nastalog problema u praksi se koriste notch filtri. Naime, nule notch filtra se biraju da budu jednake sa polovima koji se žele eliminisati, čime se jednostavno poništava njihov negativni uticaj na

stabilnost sistema u zatvorenoj povratnoj sprezi. Tehnika poništavanja polova nulama kompenzatora je metod projektovanja notch filtra u s-ravni korišćen u [1].

Bilinearnom transformacijom preslikava se dobijena analogna funkcija prenosa u svoj diskretni ekvivalent, pri čemu se ne menjaju karakteristike vremenskog odziva sistema i ne povećava red sistema [6]. Dobijeni digitalni filter je IIR strukture.

2. DINAMIČKI MODEL MEHANIČKOG PODSISTEMA

Na sl.1. je prikazan brzinski regulisan servopogon sa rezonantnim mehaničkim podsistemom koga čini jednosmerni motor i opterećenje koji su spregnuti posredstvom osovine konačne krutosti.



Sl.1. Uprošćen brzinski regulisan servopogon sa mehaničkim podsistemom

Matematički model posmatranog mehaničkog podsistema u formi diferencijalnih jednačina se može predstaviti u obliku:

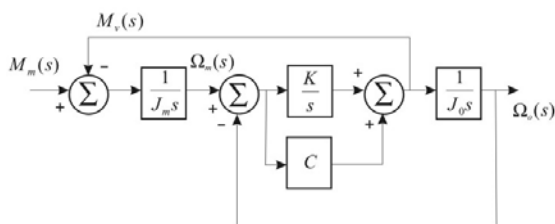
$$\begin{aligned} M_v(t) &= J_o \frac{d\Omega_o}{dt}, \\ M_v(t) &= K(\Theta_m - \Theta_o) + C(\Omega_m - \Omega_o), \\ M_v(t) &= J_o \frac{d\Omega_o}{dt}. \end{aligned} \quad (1)$$

gde su: $M_m(t)$ - pokretački moment motora; $M_v(t)$ - moment na osovini; J_m - moment inercije motora; J_o - moment inercije opterećenja i reduktora; K - koeficijent krutosti osovine; C - koeficijent trenja; Θ_m , Ω_m - ugaoni položaj i ugaona brzina motora, respektivno; Θ_o , Ω_o - ugaoni položaj i ugaona brzina opterećenja, respektivno.

Funkcija prenosa mehaničkog podsistema modeliranog sa (1), uz nulte početne uslove je

$$\begin{aligned} W_m(s) &= \frac{\Omega_o(s)}{M_m(s)} = \\ &= \frac{Cs + K}{s[J_m J_o s^2 + C(J_m + J_o)s + K(J_m + J_o)]} \end{aligned} \quad (2)$$

a odgovarajući blok dijagram prikazan je na sl. 2.



Sl.2. Blok dijagram mehaničkog podsistema sa dva elastično spregnuta kruta tela

Podaci za konkretan motor sa opterećenjem spregnutim preko osovine konačne krutosti dati su u Tabeli 1. Sa podacima iz Tabele 1. prenosna funkcija mehaničkog podsistema je

$$W_m(s) = \frac{\Omega_o(s)}{M_m(s)} = \frac{7.6503(s + 1.519 \cdot 10^5)}{s(s^2 + 5.225 \cdot 10^{-2}s + 7935)} \quad (3)$$

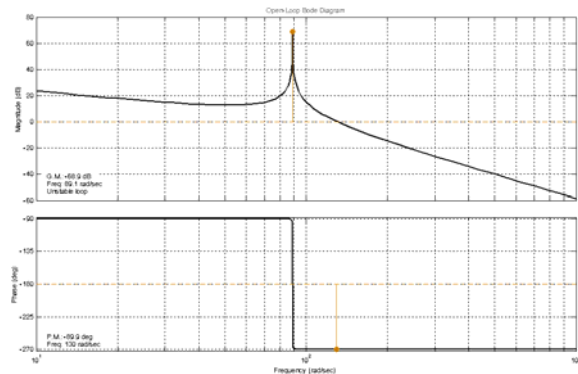
Tabela 1

Simbol	Naziv	Vrednost
J_m	Moment inercije motora	$1.83 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
J_o	Moment inercije opterećenja	$5 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$
K	Koeficijent krutosti osovine	10.63 Nm/rad
C	Koeficijent prigušenja osovine	$7 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/rad/s}$

Regulator brzine servopogona prikazanog na sl.1., je u formi jediničnog proporcionalnog pretvarača signala greške brzine u pokretački moment motora, sa pojačanjem $K_a = 1 \text{ Nm/rad/s}$.

Funkcija prenosa u otvorenoj sprezi $W_s(s)$ predstavlja proizvod pojačanja regulatora i funkcije prenosa mehaničkog podsistema i brojno je jednaka $W_m(s)$.

Bodeovi dijagrami funkcije prenosa $W_s(s)$ dati su na sl.3.



Sl.3. Bodeovi dijagrami sistema u otvorenoj vezi

Na Bodeovim dijagramima primetno je postojanje rezonantnog vrha kao posledica polova funkcije povratnog prenosa koji su bliski imaginarnoj osi. Ovi polovi su posledica konačne krutosti osovine koja povezuje motor i opterećenje tj. posledica su torzione rezonancije na njoj i uzrok su nestabilnosti posmatranog pogona. Za dati sistem ovi polovi iznose: $-0.0261 \pm j89.1$;

3. PROJEKTOVANJE ANALOGNOG NOTCH FILTRA

Neka su željene performanse sistema specificirane sledećim zahtevima:

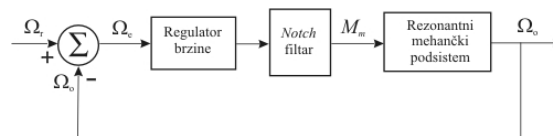
- greška stacionarnog stanja, ako je na ulaz dovedena jedinična usponska funkcija $e(\infty) \leq 0.1 = 10\%$
- maksimalni preskok $P\% \leq 5\%$
- vreme uspona $T_u < 0.1 \text{ s}$
- vreme smirenja $T_s < 0.2 \text{ s}$

Da bi se izvršila kompenzacija efekta torzione rezonancije potrebno je eliminisati kompleksne polove $-0.0261 \pm j89.1$, projektovanjem serijskog antirezonantnog kompenzatora u vidu notch filtra, sl.4. Dakle, prenosna funkcija notch filtra treba da je oblika

$$W_{notch} = \frac{s^2 + 5.225 \cdot 10^{-2}s + 7935}{s^2 + 2\zeta_p \omega_n s + \omega_n^2} \quad (4)$$

Funkcija prenosa u otvorenoj sprezi kompenzovanog sistema na osnovu (3) i (4) je

$$W(s) = W_s(s)W_{notch}(s) = \frac{7.6503 \cdot (s + 1.519 \cdot 10^5)}{s(s^2 + 2\zeta_p \omega_n s + \omega_n^2)} \quad (5)$$



Sl.4. Servopogon sa notch filtrom sa kompenzacijom efekata torzione rezonancije

Na osnovu zahteva za grešku stacionarnog stanja, ako je na ulaz sistema doveden jedinični usponski signal, $e(\infty) \leq 0.1 = 10\%$, može se odrediti ograničenje za neprigušenu prirodnu učestanost notch filtra, ω_n .

Naime, brzinska konstanta sistema je

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sW(s) = \frac{7.6503 \cdot 1.519 \cdot 10^5}{\omega_n^2} = \frac{1.162 \cdot 10^6}{\omega_n^2} \quad (6)$$

Pošto je

$$e(\infty) = \frac{1}{K_v} = \frac{\omega_n^2}{1.162 \cdot 10^6}, \quad (7)$$

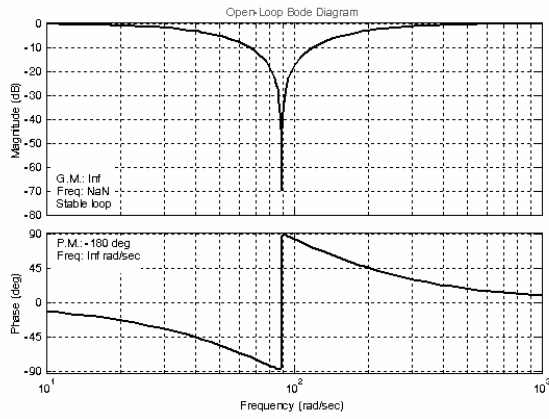
sledi da je

$$\omega_n \leq 341. \quad (8)$$

Neka je $\omega_n = 90$ i $\zeta_p = 0.9$. Jednačina notch filtra postaje

$$W_{notch} = \frac{s^2 + 5.225 \cdot 10^{-2}s + 7935}{s^2 + 162s + 8100} \quad (9)$$

Bodeovi dijagrami notch filtra definisanog sa (9) prikazani su na sl.5.

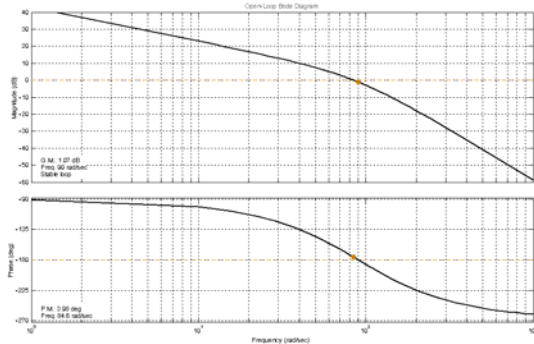


Sl.5. Bodeovi dijagrami notch filtra sa prenosnom funkcijom (10)

Na osnovu (3) i (9) funkcija prenosa u otvorenoj sprezi kompenzovanog sistema je oblika

$$W(s) = W_s(s)W_{notch}(s) = \frac{7.6503 \cdot (s + 1.519 \cdot 10^5)}{s(s^2 + 162s + 8100)} \quad (10)$$

Sa Bodeovih dijagrama funkcije povratnog prenosa na sl.6. vidi se da je korišćenjem *notch* filtra eliminisan rezonantni vrh što je uzrokovalo i kvalitetnije ponašanje sistema u vremenskom domenu.

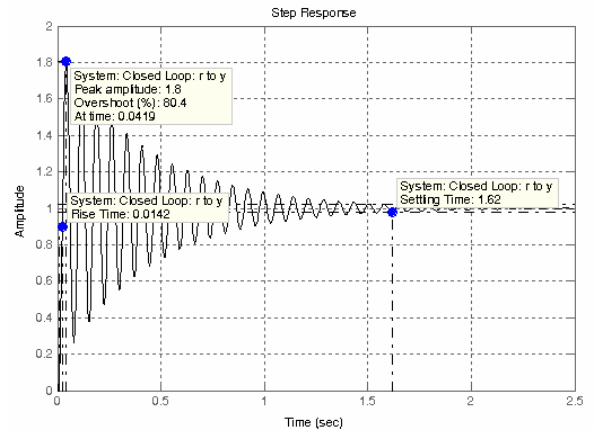


Sl. 6. Bodeovi dijagrami funkcije povratnog prenosa kompenzovanog servopogona

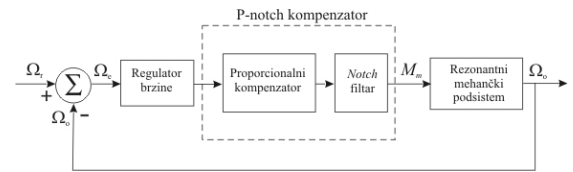
Odskočni odziv servopogona sa serijskim antirezonantnim kompenzatorom prikazan je na sl.7. Sistem je stabilan, ali performanse sistema nisu ostvarene. Za ostvarivanje željenog ponašanja sistema kao jedno od mogućih projektnih rešenja se nameće sinteza serijskog proporcionalnog kompenzatora. Sa dodatkom rednog proporcionalnog kompenzatora funkcije prenosa $W_c(s) = K_P$ servopogon se može predstaviti kao na sl.8.

Funkcija prenosa u otvorenoj sprezi je sada oblika

$$W(s) = W_c(s)W_s(s)W_{notch}(s) = K_P \frac{7.6503 \cdot (s + 1.519 \cdot 10^5)}{s(s^2 + 162s + 8100)} \quad (11)$$



Sl.7. Odskočni odziv kompenzovanog servopogona



Sl.8. Servopogon sa notch filtrom i proporcionalnim kompenzatorom

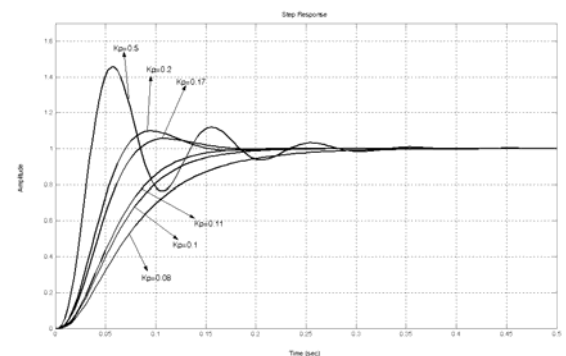
Primenom Routh-ovog kriterijuma [5] može se odrediti ograničenje faktora pojačanja kompenzatora, K_P , da bi sistem bio stabilan.

$$0 < K_P < 1.129 \quad (12)$$

Dodatno ograničenje za faktor pojačanja K_P predstavlja postavljeni zahtev za grešku stacionarnog stanja ako je na ulaz dovedena jedinična usponska funkcija. Na osnovu (6.), (7) i (11) sledi da je

$$K_P \geq 0.0682 \quad (13)$$

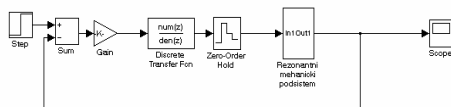
Na sl.9. prikazani su odskočni odzivi sistema pri raznim vrednostima faktora pojačanja kompenzatora K_P . Porastom faktora pojačanja kompenzatora K_P vreme uspona opada ali preskok raste.



Sl.9. Odskočni odzivi sistema pri različitim vrednostima faktora pojačanja proporcionalnog kompenzatora

4. PROJEKTOVANJE DIGITALNOG *NOTCH* FILTRA

Blok šema servopogona sa serijskim antirezonantnim kompenzatorom koji sadrži digitalni notch filter i proporcionalni kompenzator data je na slici 10.



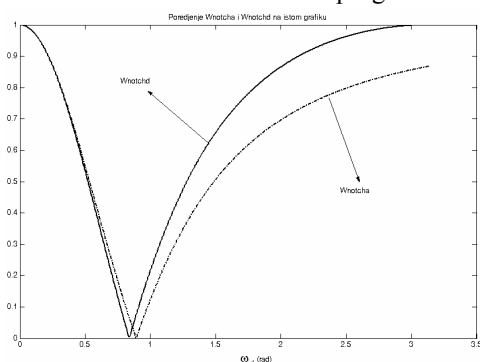
Sl.10. Servopogon sa digitalnim serijskim antirezonantnim kompenzatorom

Prenosna funkcija digitalnog notch filtra dobijena je diskretizacijom prenosne funkcije analognog notch filtra (9). Diskretizacija je izvršena primenom bilinearne transformacije sa periodom odabiranja T koja se bira na osnovu teoreme o odmeravanju i maksimalne granične učestanosti sistema. Za analizirani sistem granična učestanost je maksimalna pri $K_p = K_{p_{\max}} = 1.13$ i iznosi $\omega_{g_{\max}} = 129 \text{ rad/s}$, pa je perioda odmeravanja odabrana sa vrednošću $T = 0.01 \text{ s}$. Digitalni notch filter je IIR filter sa funkcijom prenosa

$$W_{notch}(z) = \frac{0.5924z^2 - 0.7924z + 0.5921}{z^2 - 0.7924z + 0.1845} \quad (14)$$

Pošto bilinearna transformacija nije povećala red funkcije prenosa notch filtra, on se može realizovati softverski direktnom realizacionom strukturom [6], [7]

Na sl.11 su predstavljene amplitudne karakteristike analognog i diskretnog *notch* filtra. Amplitudna karakteristika notch filtra u diskretnom domenu periodična je funkcija sa periodom 2π , [4]. Zbog njene osobine "parnosti" najčešće se crta za diskretne kružne učestanosti u opsegu od $0 \div \pi$ rad.



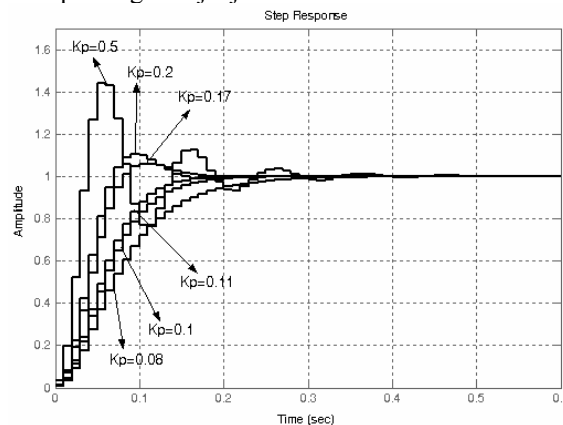
Sl.11. Amplitudne karakteristike analognog i diskretnog notch filtra dobijenog primenom bilinearne transformacije

Odskočni odzivi servopogona sa serijskim antirezonantnim kompenzatorom koji je realizovan sa digitalnim notch filtrom i proporcionalnim kompenzatorom (sl.10) za različite vrednosti faktora pojačanja K_p dati su na sl.12.

5. ZAKLJUČAK

Neželjeni efekti torzione rezonancije na osovini motora mogu se eliminisati upotrebom serijskog antirezonantnog kompenzatora koji se realizuje sa notch filtrom. Karakteristike vremenskog odziva popravljaju se dodavanjem

proporcionalnog dejstva (P-notch kompenzator). Kako bilinearna transformacija ne menja odziv digitalnog sistema na proizvoljnu pobudu, to se projektovanje digitalnog notch filtra vrši primenom ove metode na prethodno isprojektovanom analognom notch filtru. Kako se radi o IIR filtru drugog reda, za implementaciju se može odabrati direktna realizacija koja je dobra sa stanovišta minimizacije transportnog kašnjenja.



Sl.12. *Odskočni odzivi servopogona sa digitalnim P-notch kompenzatorom*

LITERATURA

- [1] R. Kmeta, S. Milenkovic, Serial Antiresonance Compensator with Notch Filter, Symposium of Electronics and telecommunications «ETC 2004», October 22-23, Timisoara, Scientific Bulletin of the «Politehnica» University of Timisoara, Romania, Transactions on Electronics and Communications, Tom 49(63), Fascicola 1, 2004, ISSN 1583-3380
- [2] S. N. Vukosavić, M. R. Stojić, Suppression of Torsional Oscillations in a High-Performance Speed Servo Drive, IEEE Transactions on Industrial Electronocs, Vol. 45, No. 1., February 1998
- [3] Benjamin C. Kuo, Farid Golnaraghi, *"Automatic Control Systems"*, John Wiley & Sons, Inc, 2003.
- [4] Slobodan N. Vukosavić, *"Digitalno upravljanje električnim pogonima"*, Akademska misao, Beograd, 2003.
- [5] Danilo M. Stojanović, *"Uvod u sisteme automatskog upravljanja"*, Tehnički fakultet Čačak, 1995.
- [6] Miodrag V. Popović, "Digitalna obrada signala", Nauka, Beograd, 1994.
- [7] M. R. Stojić, "Digitalni sistemi upravljanja", Akademska misao, Beograd, 2004

Abstract – The application of serial antiresonance compensator with digital notch filter in the speed control system for the cancellation of the undesirable effects of torsion resonance on the motor shaft has been discussed in this paper. Antiresonance compensator is realized as a serial connection of the digital notch filter and the proportional compensator. The notch filter is used to eliminate the resonant picks on the Bode diagrams of the open loop system response. More efficient time response is attained by adding the proportional effect in the direct loop.

SERIAL ANTIRESONANCE COMPENSATOR WITH DIGITAL NOTCH FILTER

Radojka Krneta, Sanja Milenković