

ОКЛОПЉЕНИ ПРОРЕЗАНИ ТРОЖИЧНИ ВОДОВИ

Драгутин М. Величковић, Ненад Н. Цветковић, *Електронски факултет у Нишу*

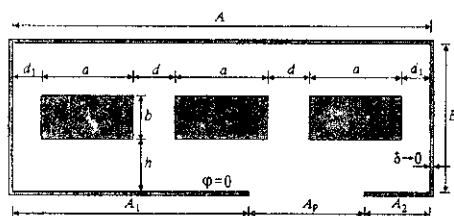
Садржај - Тројични оклопљени прорезани водови са проводницима и кошуљицом правоугаоног попречног пресека решавају се помоћу метода еквивалентне електроде.

1. УВОД

У току неколико претходних година на Електронском факултету у Нишу развијен је један нов нумерички метод за приближно нумеричко решавање статичких и стационарних електромагнетних поља, као и осталих безвртложних поља теоријске физике. Метод, предложен од стране првопотписаног аутора, назван је "метод еквивалентне електроде" (МЕЕ) [1]. Основна идеја при примени овог метода је да се произвољно обликоване електроде замене помоћу система еквивалентних електрода (ЕЕ), чији се облик, димензије и положај одређују тако да оне у потпуности замењују посматрани електродни систем, а да се потенцијал који оне стварају може одредити помоћу једноставних израза и то у затвореном облику. Као ЕЕ користе се танки цилиндрични проводници који замењују равне и овалне траке на површини планпаралелних електрода, мале лоптасте ЕЕ код тродимензионих система и танке тороидалне електроде код система са ротационом симетријом. Поред осталог, МЕЕ је са успехом примењен на прорачун водова правоугаоног попречног пресека проводника, који се налазе изнад проводне равни [3,5], или су оклопљени [2,4]. У овом раду су помоћу овога метода решавају тројични оклопљени прорезани водови правоугаоног попречног пресека проводника и кошуљице. Нацртане су еквивалентне потенцијале и одређене делимичне подужне капацитивности, као и интензитет јачине вектора електричног поља на површини електрода и на унутрашњој и спољашњој површини кошуљице.

2. КРАТАК ТЕОРИЈСКИ ПРИКАЗ

Посматра се оклопљен тројични вод чији су унутрашњи проводници једнаки, правоугаоног попречног пресека страница a и b и смештени унутар правоугаоне кошуљице страница A и B са прорезом ширине A_p начињеним на доњој страници кошуљице занемарљиве дебљине (Сл.1).

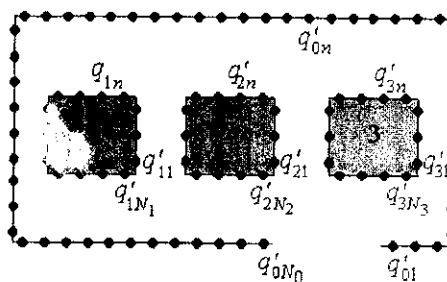


Сл.1 - Оклопљени тројични прорезани вод.

Као што се може видети са Сл.2, при примени МЕЕ унутрашњи проводници тројичног вода се замењују помоћу N_1, N_2 и N_3 ЕЕ, постављених по површини електрода 1, 2 и 3, респективно, док се кошуљица представља помоћу N_0 ЕЕ. При томе су ЕЕ кружног попречног пресека, полупречника

$$a_c = l/4, \tag{1}$$

где је l ширина тракастог дела површине електроде, односно кошуљице.



Сл.2 - Примена МЕЕ.

Потенцијал који ствара овако образован електродни систем може се представити као

$$\phi = \phi_0 + \sum_{m=0}^3 \sum_{n=1}^{N_m} q'_{mn} G(x, y, x_{mn}, y_{mn}), \tag{2}$$

где су са $q'_{mn}, n = 1, 2, \dots, N_m, m = 0, 1, 2, 3$ означена непозната подужна наелектрисања ЕЕ чије се осе налазе на правцима $x = x_{mn}, y = y_{mn}, n = 1, 2, \dots, N_m, m = 0, 1, 2, 3$.

ϕ_0 је адитивна константа, а $G(x, y, x_{mn}, y_{mn})$ је Гринава функција за потенцијал усамљеног сталног подужног наелектрисања,

$$G(x, y, x_{mn}, y_{mn}) = -\frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \sqrt{(x - x_{mn})^2 + (y - y_{mn})^2}. \tag{3}$$

Непозната подужна оптерећења ЕЕ одређују се решавањем система линеарних једначина које се образују помоћу теорије логаритамских потенцијала и граничног услова да је потенцијал на површини унутрашњих електрода и кошуљице познат. Тако је на унутрашњим електродама 1, 2 и 3 $\phi = \phi_1, \phi = \phi_2$ и $\phi = \phi_3$, док је потенцијал кошуљице једнак нули.

Адитивна константа ϕ_0 одређује се из услова неутралности вода,

$$\sum_{m=0}^3 \sum_{n=1}^{N_m} q'_{mn} = 0. \tag{4}$$

При томе се укупна подужна наелектрисања унутрашњих проводника,

$$Q'_m = \sum_{n=1}^{N_m} q'_{mn}, \quad m = 1, 2, 3, \quad (5)$$

могу приказати као

$$\begin{aligned} Q'_1 &= C'_{11}\varphi_1 + C'_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C'_{13}(\varphi_1 - \varphi_3), \\ Q'_2 &= C'_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) + C'_{22}\varphi_2 + C'_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) \text{ и } (6) \\ Q'_3 &= C'_{13}(\varphi_3 - \varphi_1) + C'_{23}(\varphi_3 - \varphi_2) + C'_{33}\varphi_3. \end{aligned}$$

где су C'_{mn} , $m, n = 1, 2, 3$ делимичне подужне капацитивности.

Како се код примене МЕЕ површинска густина наелектрисања на електроди може одредити као

$$\eta_{mn} = q'_{mn}/l_{mn}, \quad (7)$$

где је l_{mn} ширина тракастог дела електроде, то се за интензитет електричног поља на том делу површине електроде добија

$$E_{mn} = \eta_{mn}/\epsilon. \quad (8)$$

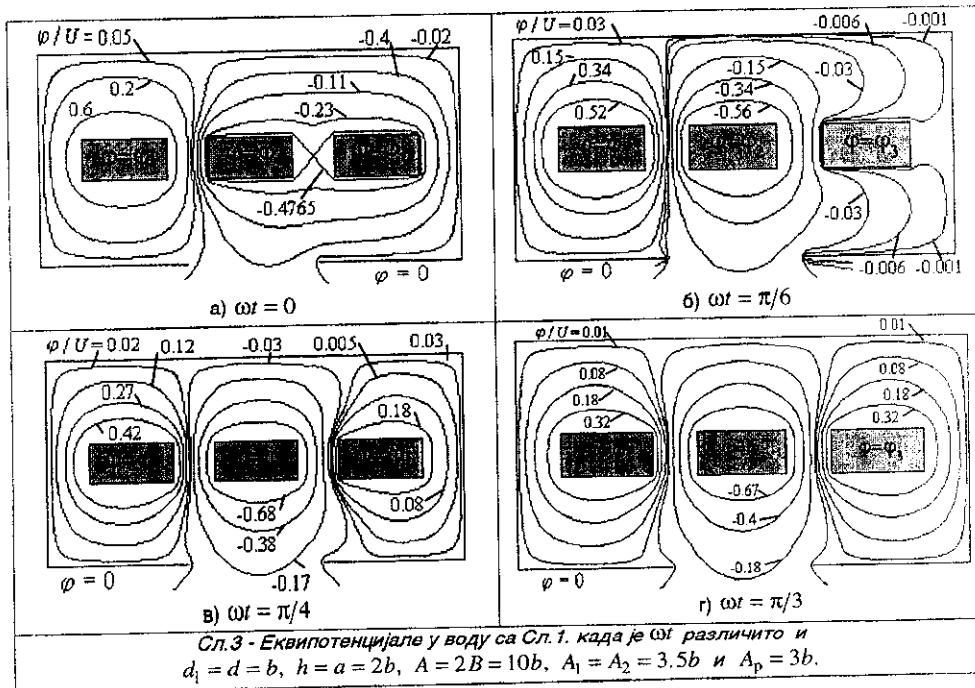
3. НУМЕРИЧКИ РЕЗУЛТАТИ

Нумерички резултати за расподелу потенцијала и јачине електричног поља на површинама електрода биће приказани у случају трожишног оклопљеног прорезаног вода код кога су унутрашњи проводници доведени у односу на кошуљицу на простопериодичне потенцијале

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= U \cos(\omega t), \\ \varphi_2 &= U \cos(\omega t + 2\pi/3) \text{ и } (9) \\ \varphi_3 &= U \cos(\omega t - 2\pi/3). \end{aligned}$$

На Сл.3.а-г приказане су екипотенцијале за прорезани вод попречног пресека са Сл.1, када ωt узима различите вредности и када је

$$\begin{aligned} d_1 &= d = b, \quad h = a = 2b, \quad A = 2B = 10b, \\ A_1 &= A_2 = 3.5b \text{ и } A_p = 3b. \end{aligned}$$



Сл.3 - Екипотенцијале у воду са Сл.1, када је ωt различито и $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2B = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.

На Сл.4.а-б приказана је зависност делимичних подужних капацитивности непрорезаног вода попречног пресека са Сл.2 од односа d/b , када је

$$d_1 = a = b, \quad h = 2b \text{ и } A = 2B = 10b.$$

На Сл.5.а-б приказана је зависност делимичних подужних капацитивности прорезаног вода попречног пресека са Сл.2 од односа d/b , када је

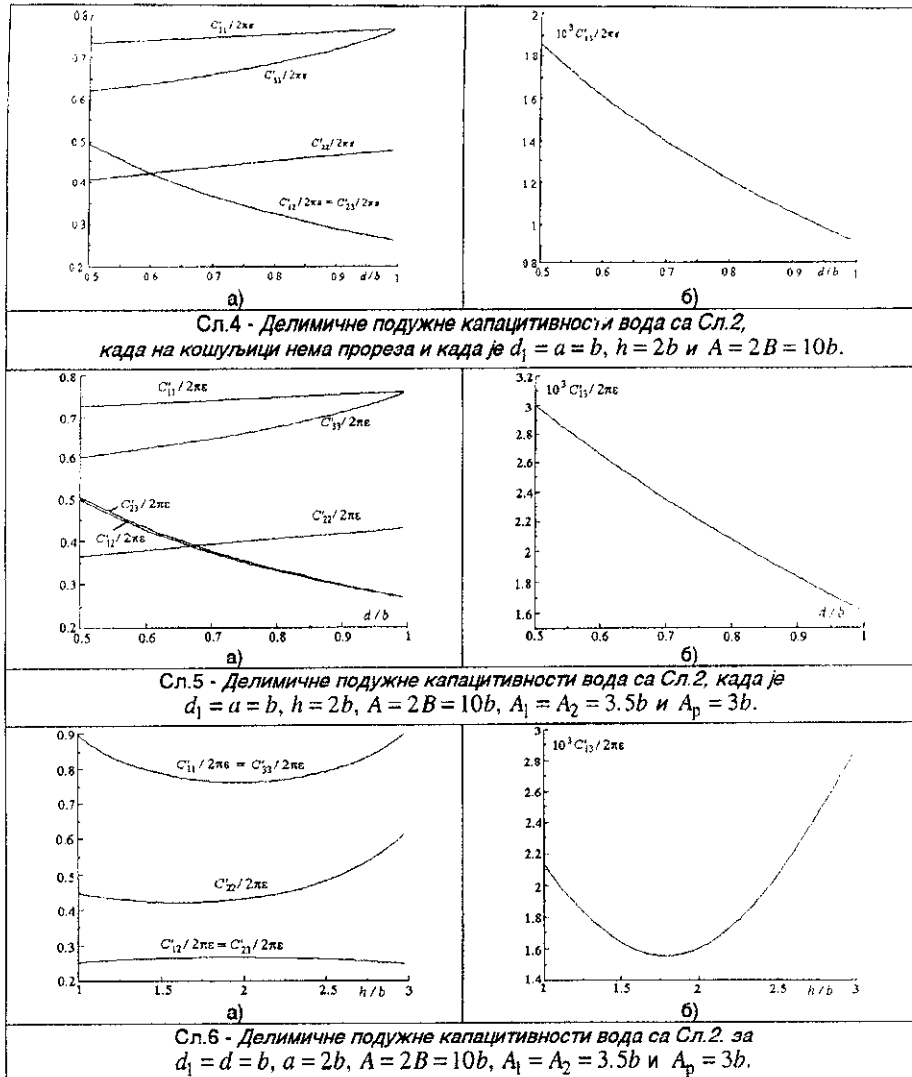
$$\begin{aligned} d_1 &= a = b, \quad h = 2b, \quad A = 2B = 10b, \\ A_1 &= A_2 = 3.5b \text{ и } A_p = 3b. \end{aligned}$$

Зависност делимичних подужних капацитивности посматраног вода од односа h/b , када је

$$\begin{aligned} d_1 &= d = b, \quad a = 2b, \quad A = 2B = 10b, \\ A_1 &= A_2 = 3.5b \text{ и } A_p = 3b. \end{aligned}$$

приказана је на Сл.6.а-б.

Интензитет вектора јачине електричног поља на површини електрода, односно унутрашњој и спољашњој површини кошуљице, а у тренутку $t = 0$, приказан је на Сл.7-11.



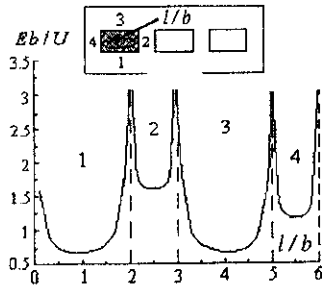
Како се може видети са Сл.10 и 11, на левој ивици прореза на доњем зиду кошуљице постоји сингуларна тачка, тако да је ту јачина електричног поља једнака нули, иако се ради о оштрој ивици где би, због ефекта шилка, јачина електричног поља требало да буде веома велика.

4. ЗАКЉУЧАК

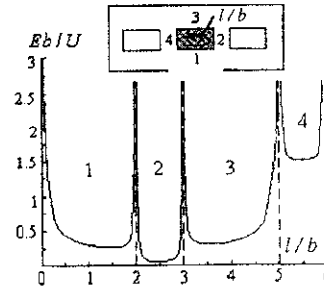
У раду су применом МЕЕ решавани оклопљени тројични прорезани водови чији су унутрашњи проводници и кошуљица правоугаоног попречног пресека. Одређене су делимичне подужне капацитивности, нацртане еквипотенцијале и приказана расподела јачине електричног поља на површинама електрода.

ЛИТЕРАТУРА

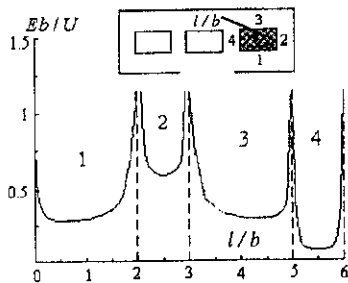
- [1] D. M. Veličković, "Equivalent Electrodes Method". *Scientific Review*, pp. 207-248, Belgrade, 1996.
- [2] D. M. Veličković, "TEM Analysis of Transmission Lines Using Equivalent Electrodes Method". *3rd International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services, TELSIKS '97*, Niš, Yugoslavia, October 8-10 1997., Proc. of Papers, pp. 64-73.
- [3] D. M. Veličković, N. N. Cvetković, I. Mladenović, "Potential and electric field strength calculation of bus-bars". *First Conference on Electrical Engineering & Electronics-EE'98*, Gabrovo, Bulgaria, December 3-5 1998, pp. 37-42.
- [4] Н. Н. Цветковић, Д. М. Величковић, "Оклопљени водови са проводницима правоугаоног попречног



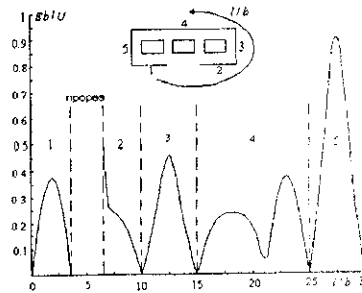
Сл.7 - Интензитет електричног поља на електроди 1 вода са Сл.2, за $\omega t = 0$, $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2V = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.



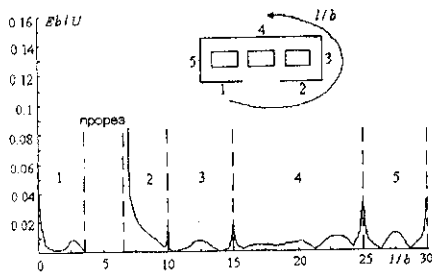
Сл.8 - Интензитет електричног поља на електроди 2 вода са Сл.2, за $\omega t = 0$, $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2V = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.



Сл.9 - Интензитет електричног поља на електроди 3 вода са Сл.2, за $\omega t = 0$, $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2V = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.



Сл.10 - Интензитет електричног поља на унутрашњем зиду кошуљице вода са Сл.2, за $\omega t = 0$, $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2V = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.



Сл.11 - Интензитет електричног поља на спољашњем зиду кошуљице вода са Сл.2, за $\omega t = 0$, $d_1 = d = b$, $h = a = 2b$, $A = 2V = 10b$, $A_1 = A_2 = 3.5b$ и $A_p = 3b$.

пресека", XLIII Конференција ЕТРАН-а, Златибор, 20-23. септембра 1999. године, Зборник радова, Свеска II, стр. 176-179.

- [5] Д. М. Величковић, Н. Н. Цветковић, "Прорачун расподеле електричног поља и потенцијала код сабирница", 24. Саветовање ЈУКО - CIGRE, Врњач-

ка Бања, 17.-20. октобар 1999. године, Зборник радова, Књига II, R23-14/01 - R23-14/06.

- [6] Н. Н. Мирољубов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев, *Методи расчета электростатических полей*, ВШШАЯ ШКОЛА, Москва 1963, стр. 178-199.
 [7] J. Binns, P. J. Lawrenson, *Analysis of electric and magnetic field problems*, PERGAMON PRESS, Oxford, pp. 124-136, 1963.
 [8] F. Bowman, PROC. LOND. MATH. SOC., 1935, v. 39, p. 211; 1936, v. 41, p. 271.
 [9] M. A. R. Gunston, *Microwave Transmission - Line Impedance Data*, VAN NOSTRAND REINHOLD COMPANY LTD, New York, Cincinnati, Toronto, Melbourne, 1972.

Abstract - The three wire shielded line with slit having rectangular conductors are observed using equivalent electrodes method (EEM). The partial capacitance per unit length and potential distribution are determined, as well as electric field distribution on the electrode's and shield's surface. Equipotential curves are also presented.

THREE WIRE SHIELDED LINE WITH SLIT

Dragutin M. Veličković, Nenad N. Cvetković