

ПОРЕЂЕЊЕ RLS И LMS АЛГОРИТМА ЗА АДАПТИВНО УОБЛИЧАВАЊЕ АНТЕНСКОГ СНОПА НА БАЗНОЈ СТАНИЦИ МОБИЛНОГ КОМУНИКАЦИОНОГ СИСТЕМА

Иван Покрајац, ВП 6812, Ужиче
 Милан Шуњеварић, Војнотехнички институт ВЈ, Београд
 Бојан Зрнић, Војнотехничка академија ВЈ, Београд

Садржај - У овом раду истраживане су могућности примене различитих адаптивних алгоритама (LMS и RLS) за уобличавање дијаграма зрачења антенских низова на базним станицама у мобилним комуникационим системима. Показано је да се дијаграм зрачења брже формира применом RLS алгоритама.

1. УВОД

У савременим мобилним комуникационим системима који користе CDMA (Code Division Multiple Access) расподелу канала, више мобилних уређаја користи исти фреквенцијски канал. Капацитет CDMA, тј. максималан број корисника који могу бити истовремено активни, ограничен је нивоом сметњи од других активних мобилних уређаја у мрежи (MAI-Multiple Access Interference). У [1] је показано да је могуће остварити повећање капацитета применом адаптивних антенских низова. У том коришћен је алгоритам најмање средње квадратне грешке LMS (Least Mean Square), за адаптирање тежинских коефицијената различитих антенских низова, односно за уобличавање дијаграма зрачења тих низова. У овом раду уобличавање дијаграма зрачења четворо-елементног циркуларног низа је вршено применом LMS и RLS (Recursive Least Squares) алгоритама.

Перформансе ова два адаптивна алгоритама анализиране су преко излазног односа сигнал/шум+интерференција (SNIR_{из}), у зависности од улазног односа сигнал/шум+интерференција (SNIR_{ул}). Такође су приказани дијаграми зрачења адаптивног антенског низа у зависности од броја итерација за оба примењена алгоритама.

2. МОДЕЛОВАЊЕ ПРЕНОСНОГ КАНАЛА И ИЗЛАЗА АНТЕНСКОГ НИЗА

Претпоставимо да сигнал *k*-тог мобилног уређаја има следећи облик:

$$\xi_k(t) = m_k(t) \cdot c_k(t) \cdot \cos(2\pi ft) \quad (1)$$

где су $m_k(t)$ дигитални биполарни низ података који се преноси, $c_k(t)$ је биполарна кодна секвенца из псеудослучајног генератора, а f је носећа фреквенција. Сваки мобилни уређај емитује сигнал облика приказаног једначином (1). У урбаним срединама, зграде и други објекти изазивају вишеструко простирање сигнала, зато на базну станицу са истог мобилног уређаја може доћи више сигнала са различитим кашњењем, амплитудом и фазом [2]. Модел вишеструког простирања приказан је на слици 1.

Примљени сигнал на базној станици може се апроксимирати као сума коначног броја (нека је то број L) рефлектованих таласа са случајном фазом и

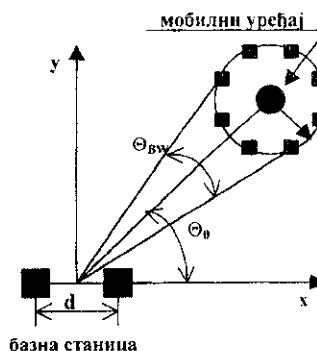
амплитудом. Нека $\xi_k(t)$ за $k=1, \dots, K$, означава оригиналан облик сигнала послатог са *k*-тог мобилног уређаја. Ако је K активних мобилних уређаја у исто време у једном сектору, и ако сваки шаље на *i*-ту антену антенског низа по L рефлектованих таласа, тада је излаз са *i*-те антене дат следећим изразом [3]:

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^L a_i(\theta_{k,j}) \cdot h_{k,j} \otimes \xi_{k,j}(t) + n_i(t) \quad (2)$$

где \otimes -означава конволуцију, а управљачки вектор антенског низа је $a(\theta) = [a_1(\theta), \dots, a_P(\theta)]^T$, где је P број елемената низа. Он представља одзив антенског низа на јединични планарни талас из правца под углом θ . Модел Рејлијевог канала кроз који пролази сигнал са мобилног уређаја означен је са $h_{k,j}$, а $n_i(t)$ је бели Гаусов шум. Ако је испуњен услов да је растојање између мобилног уређаја и базне станице довољно велико, онда рефлектовани сигнали од *k*-тог мобилног уређаја долазе под угловима $\theta_{k,j}$, из интервала $[\theta_k - \theta_{BW}/2, \theta_k + \theta_{BW}/2]$ чије су вредности одређене изразом [4]:

$$\theta_{k,j} = \theta_k + \frac{1}{2} \cdot \theta_{BW} \cdot \sin\left(\frac{2\pi(j-1)}{L}\right) \quad (3)$$

за $k=1, \dots, K, j=1, \dots, L$, где је θ_{BW} угаона област ширења рефлектованих таласа, приказана на сл. 1.



Сл. 1. Модел пријема сигнала на базној станици

3. LMS АЛГОРИТАМ

У овом раду коришћена је метода формирања снопа антенског низа применом референтног сигнала. За дати скуп референтних сигнала, тежински коефицијенти

антенског низа w_i , $i=1, \dots, P$, могу се подесити тако да минимизују средњу квадратну грешку између одређеног референтног сигнала и излаза антенског низа. Минимизовање средње квадратне грешке остварено је применом LMS и RLS алгорита.

Ако се у $(n+1)$ тренутку одмеравања одбирци сигнала на излазу елемената антенског низа прикажу вектором

$x(n+1) = [x_1, x_2, \dots, x_P]^T$, тада је излаз антенског низа представљен на следећи начин:

$$y(n+1) = w^H(n) \cdot x(n+1) \quad (4)$$

где је $w(n+1) = [w_1, w_2, \dots, w_P]^T$ вектор чији су елементи тежински коефицијенти антенског низа, *H-Hermitian*. Грешка се одређује као разлика излаза антенског низа $y(n)$ и референтног сигнала $r(n)$:

$$e(n) = y(n) - r(n) = w^H(n) \cdot x(n) - r(n) \quad (5)$$

а вредности нових тежинских коефицијената се одређују према изразу [4]:

$$w(n+1) = w(n) - \mu \cdot g(w(n)) \quad (6)$$

где $w(n+1)$ означава израчунате коефицијенте у $n+1$ итерацији, μ је тзв. *step-size* параметар којим се контролише брзина конвергенције алгорита док $g(w(n))$ представља непомерену процену градијента средње квадратне грешке (Mean Squared Error-MSE) у односу на $w(n)$:

$$MSE(w(n)) = E \left[|r(n+1) - y(n+1)|^2 \right] + w^H(n) \cdot R \cdot w(n) - 2 \cdot w^H(n) \cdot z \quad (7)$$

где је $z = x(n+1) \cdot r(n+1)$, а R матрица корелације излаза елемената антенског низа, $R = E \left[x(n+1) x^H(n+1) \right]$. Процена градијента се остварује према формули:

$$\nabla_w MSE(w) \Big|_{w=w(n)} = 2 \cdot R \cdot w(n) - 2 \cdot z \quad (8)$$

односно,

$$g(w(n)) = 2 \cdot x(n+1) \cdot x^H(n+1) \cdot w(n) - 2 \cdot x(n+1) \cdot r(n+1) \quad (9)$$

$$g(w(n)) = 2 \cdot x(n+1) \cdot e^*(w(n)) \quad (10)$$

Конвергенција LMS алгорита зависи од *step-size* параметра, који мора испуњавати следећи услов:

$$0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{\max}} \quad (11)$$

где λ_{\max} представља максималну сопствену вредност матрице R .

4. RLS АЛГОРИТАМ

Конвергенција LMS алгорита зависи од сопствених вредности матрице R . У окружењу са великим ширењем сопствених вредности, алгорита конвергира спорије. Тај проблем се у RLS алгориту решава тако што се *step-size* параметар замењује са вектором појачања (*gain vector*) $k(n)$ [6]:

$$k(n) = \frac{\varepsilon^{-1}(n) \cdot P(n-1) \cdot x(n)}{1 + \varepsilon^{-1}(n) \cdot x^H(n) \cdot P(n-1) \cdot x(n)} \quad (12)$$

Матрица $P(n)$ је матрица која садржи информацију о поузданости процене тежинских коефицијената $w(n)$ и рачуна се према изразу:

$$P(n) = \varepsilon^{-1}(n) \cdot P(n-1) - \varepsilon^{-1}(n) \cdot k(n) \cdot x^H(n) \cdot P(n-1) \quad (13)$$

а почетна вредност за $P(0)$ је:

$$P(0) = \delta \cdot I \quad (14)$$

где је δ позитивна константа већа од један, I је јединична матрица. У изразима (12) и (13) са ε је означен "фактор заборављања", који утиче на брзину конвергенције и чија је вредност блиска или једнака јединици, у зависности од апликације.

Вредности нових тежинских коефицијената добија се помоћу израза:

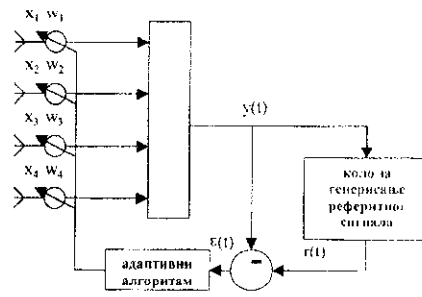
$$w(n) = w(n-1) + k(n) \cdot \alpha^*(n) \quad (15)$$

где је $\alpha(n)$ процена априорне грешке дата изразом:

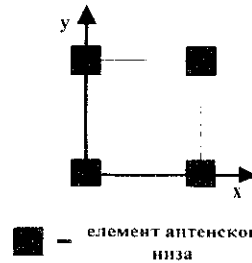
$$\alpha(n) = r(n) - w^H(n-1) \cdot x(n) \quad (16)$$

5. СИМУЛАЦИОНИ МОДЕЛ

У формирању симулационог модела предпостављено је да је ћелија подељена у три сектора и да имамо пет или десет мобилних уређаја, зависно од примера, који емитују истовремено сигнале према базној станици, и да од сваког корисника има по $L=10$ рефлектованих сигнала различитих снага. Коришћени су широко појасни сигнали, пренос у проширеном спектру, са процесним појачањем $G=500$. Симулациони модел адаптивног антенског низа заснованог на примени адаптивних алгорита и референтног сигнала приказан је на слици 2. На слици 3 је приказан облик коришћеног антенског низа.



Сл.2. Блок шема симулационог модела



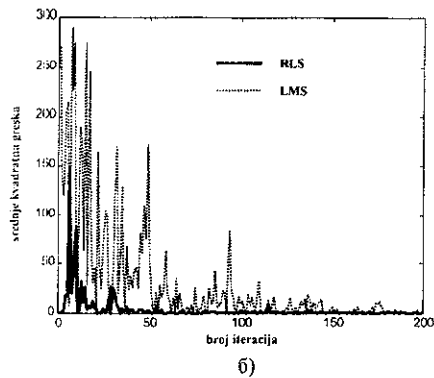
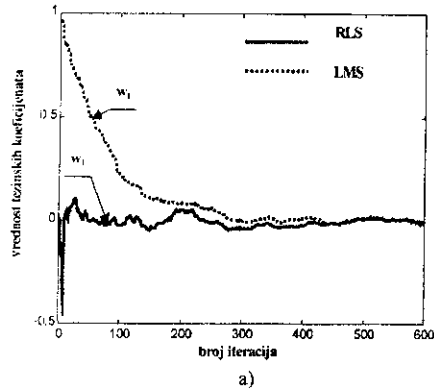
Сл.3. Циркуларни антенски низ са четири елемента

6. РЕЗУЛТАТИ СИМУЛАЦИЈЕ

Анализиране су перформансе адаптивног антенског низа када се уобличавање дијаграма зрачења остварује применом LMS и RLS алгоритма. На слици 4а је приказана зависност тежинског коефицијената првог елемента антенског низа од броја итерација, која показује брзину конвергенције тежинских коефицијената антенског низа. Са слике се види да тежински коефицијенти много брже конвергирају ка својим оптималним вредностима, када се примењује RLS алгоритам, него LMS алгоритам. Потребно је напоменути да је RLS алгоритам нумерички сложенији од LMS алгоритма. Вредност step size μ параметра била је константна у свакој итерацији, док се код RLS алгоритма вредност ткз. фактора заборављања мењала у свакој итерацији према изразу (15):

$$\varepsilon(n) = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon(n-1) + (1 - \varepsilon_0) \quad (17)$$

где је узето: $\varepsilon_0 = 0.99$, а $\varepsilon(0) = 0.95$.

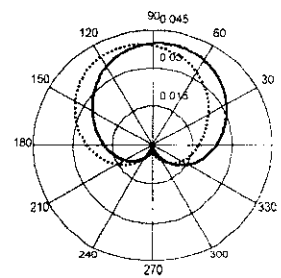
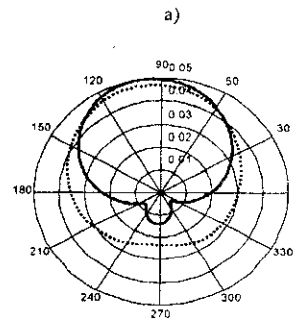
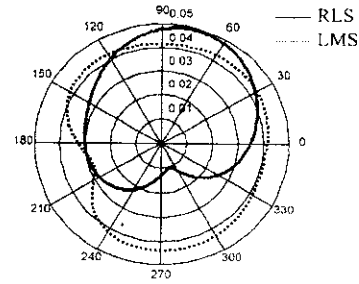


Сл.4 а) проценена вредност тежинског коефицијента са првог елемента антенског низа, б) средња квадратна грешка између референтног сигнала $r(t)$ и излаза антенског низа $y(t)$

На сл. 4б је приказана средње квадратна грешка између референтног сигнала $r(t)$ и излаза антенског низа

$y(t)$, при параметру $SNIR_{ul} = -30$ dB на сваком елементу антенског низа. Са сл. 4б види се да средње квадратна грешка брже достиже своју минималну вредност употребом RLS алгоритма него LMS алгоритма.

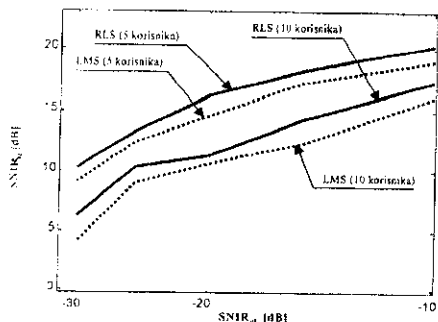
На сл. 5 су приказани дијаграми зрачења антенског низа у зависности од броја извршених итерација алгоритма. И овде је параметар $SNIR_{ul} = -30$ dB на сваком елементу антенског низа, а активно је пет мобилних уређаја у једном сектору, при чему корисни сигнал долази под углом од 90° , а $\Theta_{BW} = 5^\circ$. И са ових дијаграма може се закључити да RLS адаптивни алгоритам (пуна линија) брже уобличава антенску карактеристику низа, него LMS алгоритам (испрекидана линија). На овим сликама се види да после довољног броја итерација и LMS алгоритам даје жељени дијаграм зрачења.



Сл. 5 Дијаграм зрачења антенског низа после: а) 100 итерација, б) 200 итерација, в) 600 итерација

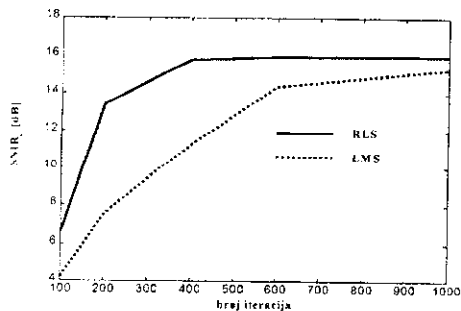
Резултати оцене перформанси четворо-елементног циркуларног антенског низа адаптираног RLS и LMS алгоритмом приказани су на сл. 6 и сл. 7.

Као перформанса система коришћен је параметар $SNIR_{iz}$ на излазу демодулатора базне станице у зависности од параметра $SNIR_{ul}$. Параметар $SNIR_{ul}$ на сваком елементу антенског низа је мењан у опсегу од -10 до -30 dB, а број итерација је био увек исти (600 итерација). Посматрана су два примера: са пет или десет активних мобилних уређаја. Са слике 6 се види да RLS адаптивни алгоритам даје нешто бољи параметар $SNIR_{iz}$, што проузрокује мању вероватноћу грешке на пријему, од LMS алгоритма.



Сл.6. Зависност параметра $SNIR_{iz}$ од параметра $SNIR_{ul}$ за пример са пет или десет активних мобилних уређаја

На слици 7 је приказано како се мења вредност параметра $SNIR_{iz}$, у зависности од броја итерација адаптивног алгоритма, за пример са пет активних мобилних уређаја и при константној вредности параметра $SNIR_{ul} = -20$ dB. Може се приметити да се са већим бројем итерација оба алгоритма повећава вредност параметра $SNIR_{iz}$, а самим тим смањује вероватноћа грешке.



Сл.7. Зависност параметра $SNIR_{iz}$ од броја итерација адаптивног алгоритма, за пример са пет активних мобилних уређаја

Оно што RLS адаптивни алгоритам чини бољим јесте да се његовом применом добија боља усмереност са мањим бројем итерација односно параметар $SNIR_{iz}$ пре достиже своју могућу максималну вредност што се може закључити са слике 7.

7. ЗАКЉУЧАК

Из приказаних резултата види се да се дијаграм зрачења брже формира применом RLS алгоритма, јер тежински коефицијенти брже конвергирају својим оптималним вредностима, него када се примењује LMS алгоритам.

Уобличавањем антенског снопа у правцу одређеног мобилног уређаја смањује се сметња од осталих активних мобилних уређаја што је потврђено одређивањем зависности излазног од улазног односа SNIR. Жељена вредност излазног SNIR брже се постиже RLS него LMS алгоритмом.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] М.Шуњеварић, И.Покрајац и Б.Зрнић, "Анализа перформанси различитих антенских низова у мобилним комуникацијама", *Зборник радова ТЕЛФОР 99*, стр. 178-181, 1999.
- [2] P.M.Grant, J.S.Thompson, B.Mulgrew, "Antena Arrays for cellular CDMA systems", *In Proc. IEEE*, 1998.
- [3] М.Шуњеварић, И.Покрајац и Б.Зрнић, "Примена четворо-елементног квадратног низа антенских елемената у мобилним комуникацијама", *Научно технички преглед*, vol. XLIX, No 4, str. 4-11, 1999.
- [4] R.Kohn, "Smart Antennas", *IEEE Personal Communications Magazine*, VOL.5, February 1998.
- [5] S.Haykin, "Adaptive Filter Theory", Prentice Hall, New Jersey, 1986.
- [6] L.C.Godara, "Applications of Antena Arrays Mobile Communications", *In Proc. IEEE*, July 1997, vol.88, p.1029-1060.

Abstract – In this paper the possibility of application of two adaptive algorithms (RLS and LMS) for antenna array beam forming in the mobile system base station is considered. Using adaptive antenna array due to improved output SNIR increases the capacity of the CDMA mobile system. It is show that antenna weights convergates faster at RLS than at LMS algorithms.

THE COMPARISON OF LMS AND RLS ALGORITHM FOR ADAPTIVE ANTENNAS BEAM FORMING IN THE BASE STATION OF A MOBILE SYSTEM

Иван Покрајац, Милан Шуњеварић, Бојан Зрнић