XLIV KONFERENCIJA ZA ETRAN, SOKOBANJA, 26 - 29. JUNA, 2000.

ANALIZA RADARSKIH SIGNALA PRIMENOM WIGNEROVE DISTRIBUCIJE

Maksimović Goran, *VF-TEL a Siemens Company, Radoja Dakića 7, 11080 Zemun*
Zejak Boris, Insritut IMTEL, *Bulevar M. Pupina 165-B, 11070 Novi Beograd, e-mail: zboris@azormi.com*

Sadržaj - *Wignerova distribucija, prvobitno definisana za potrebe kvantne mehanike, postala je poslednjih godina važno orudje u oblasti digitalne obrade signala. U ovom radu je prikazana primena ove bilinearne transformacije u analizi nekih značajnih radarskih signala. Takođe se posmatra i upotreba ovog alata za kvalitativnu procenu odziva prilagođenog filtra.*

1. UVOD

Wignerova distribucija je kao koncept nastala 1932. godine u oblasti kvantne mehanike. Ville 1948. godine uvodi ovu distribuciju u digitalnu obradu signala.

Cilj ove distribucije je da predstavi signal u vremensko-frekvencijskoj ravni. Naime, trebalo bi prikazati gustinu energije signala u odnosu na vreme i frekvenciju istovremeno.

Striktno posmatrano poslednji zahtev je nemoguće ispuniti jer formalna matematička korespodencija između kvantne mehanike i digitalne obrade signala uvodi i Hajzenbergov princip neodređenosti [1] u analizu, te za svaki signal važi:

$$\Delta\omega\Delta t \geq \tfrac{1}{2}\,. \qquad (1)$$

Samim tim postavljeno je ograničenje za kvalitet rezolucije distribucije i jasno je da se postavljenom cilju može samo težiti. U tom smislu predložene su pored Wignerove i brojne druge distribucije. Sve one imaju zanimljive matematičke osobine koje predodređuju njihovu namenu.

Definicioni izraz za Wignerovu distribuciju dva signala je:

$$W_{f,g}(t,\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega\tau} f(t+\tau/2)\, g^*(t-\tau/2)\, d\tau\,. \qquad (2)$$

U specijalnom slučaju kada je $f=g$ govorimo o auto-distribuciji signala.

Wignerova distribucija ima niz korisnih matematičkih osobina:

- uvek je realna,
- integral auto-distribucije po vremenu ili frekvenciji daje spektralnu gustinu energije odnosno trenutnu snagu signala (marginalna svojstva),
- u vremenskom i frekvencijskom domenu auto-distribucija signala postoji samo u oblastima u kojima postoji i signal,
- pomeranje signala po vremenu (kašnjenje) i frekvenciji (modulacija) dovode do odgovarajuceg pomeraja distribucije,
- distribucija vremenske konvolucije dva signala jednaka je jednodimenzionalnoj konvoluciji po vremenu auto-distribucija pojedinačnih signala,
- distribucija proizvoda dva signala u vremenskom domenu jednaka je jednodimenzionalnoj konvoluciji po frekvenciji auto-distribucija pojedinačnih signala,
- zapremina ispod auto-distribucije jednaka je energiji signala,
- ako se posmatra analitički signal prvi lokalni moment distribucije po frekvenciji daje trenutnu frekvenciju a prvi lokalni moment po vremenu grupno kašnjenje signala,
- karakteristična funkcija Wignerove distribucije je funkcija neodređenosti (vezane su dvodimenzionalnom Furijeovom transformacijom)

Nedostatci ove distribucije ogledaju se u sledećem:

- ona, iz ranije navedenih razloga, nije tačka po tačka gustina energije signala u vremensko-frekvencijskoj ravni,
- nije uvek pozitivna (pozitivna je samo za Gausovski signal),
- distribucija složenog signala sadrži kros-komponente u oblastima vremensko-frekvencijske ravni u kojima signal realno ne postoji.

2. DISKRETNA WIGNEROVA DISTRIBUCIJA

Wignerova distribucija definisana izrazom (2) obuhvata vremenski kontinualne signale i zahteva rešavanje integrala Furijeovog tipa. Mi želimo da koristimo metode digitalne obrade signala, a ovo pak zahteva prebacivanje distribucije u oblast diskretnih signala.

Pokazuje se [3] da se diskretna Wignerova distribucija može izraziti u obliku:

$$W_{f,g}\left(n, m\frac{\pi}{M}\right) = 2\sum_{k=-N+1}^{N-1} e^{-j2km(\pi/M)} f(n+k)\, g^*(n-k)\,. \qquad (3)$$

Desna strana jednačine se može interpretirati kao DFT sekvence $f(n+k)g^*(n-k)$ u M tačaka za fiksno n. To znači da je izračunavanje distribucije konačne sekvence moguće izvršiti koristeći FFT algoritam za svako n.

Pri primeni formule (3) treba obratiti pažnju na sledeće:

- dužina računate DFT mora biti bar dva puta veća od dužine sekvenci,
- ako radimo sa realnim signalima učestanost odabiranja mora biti bar dva puta veća od Nikvistove da bi se eliminisao aliasing (naime diskretizacija Wignerove distribucije daje spektre sa peiodom π umesto 2π),
- ako radimo sa analitičkim signalom prethodno nije potrebno pošto on ima nenulte vrednosti samo u intervalu dužine π, pa se aliasing u ovom slučaju ne može desiti.

3. WIGNEROVA DISTRIBUCIJA RADARSKIH SIGNALA

Jedan od ključnih problema radarske tehnike je povećanje energije signala uz istovremeno zadržavanje dobre rezolucije po daljini. Put za rešenje ovog problema je u povećanju TB (vreme-frekventni opseg) proizvoda signala uz primenu kompresionog prijemnika. Da bi se povećao TB proizvod koriste se različite vrste unutarimpulsne modulacije.

Ako se frekvencija unutar impulsa menja linearno sa vremenom govorimo o linearnoj frekvencijskoj modulaciji (čirp signalu). Analitički oblik čirpa može se prikazati u obliku:

$$f(t) = Ae^{j\alpha t^2/2}, \tag{4}$$

pa je Wignerova distribucija za ovakav signal:

$$W_f(t,\omega) = |A|^2 2\pi\delta(\omega - \alpha t), \tag{5}$$

što je lep rezultat i znači da je za signal koji nije ograničen u vremenu Wignerova distribucija u svakom trenutku koncentrisana oko trenutne frekvencije.

U radarskoj primeni mi vršimo modulaciju impulsa tj. imamo signal ograničen u vremenu.

Za impuls :

$$g(t) = \begin{cases} 1 & |t| \le T \\ 0 & |t| > T \end{cases}, \tag{6}$$

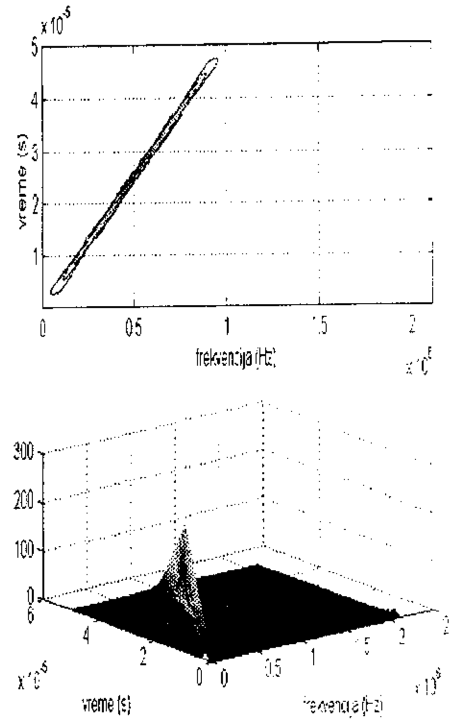
Wignerova distribucija je oblika:

$$W_g(t,\omega) = \begin{cases} \frac{2}{\omega}\sin 2\omega(T - |t|) & |t| \le T \\ 0 & |t| > T \end{cases}. \tag{7}$$

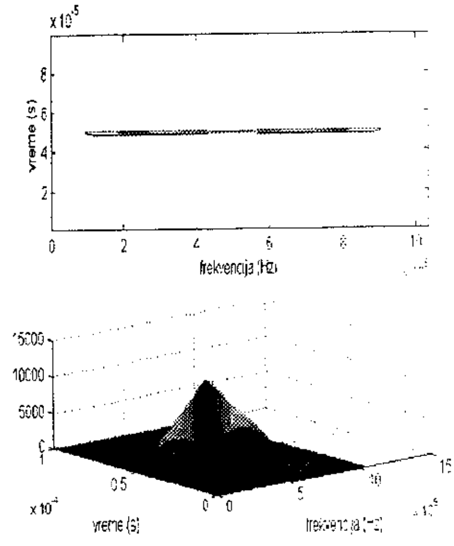
Uz pomoć jednačina (5),(7) i ranije navedene osobine koja govori o distribuciji proizvoda signala može se doći do analitičkog oblika Wignerove distribucije za čirp modulisani impuls u kontinualnom slučaju.

Za nas je zanimljivo direktno izračunavanje distribucije metodama digitalne obrade signala. U programskom paketu **MATLAB** napravili smo program koji izračunava Wignerovu distribuciju koristeći relaciju (3). Na slici 1 prikazan je rezultat dejstva Wignerove distribucije na impuls modulisan čirpom (napominjemo da se radi o apsolutnoj vrednosti distribucije). U ovom slučaju konturni crtež daje dosta jasnu sliku trenutne frekvencije signala.

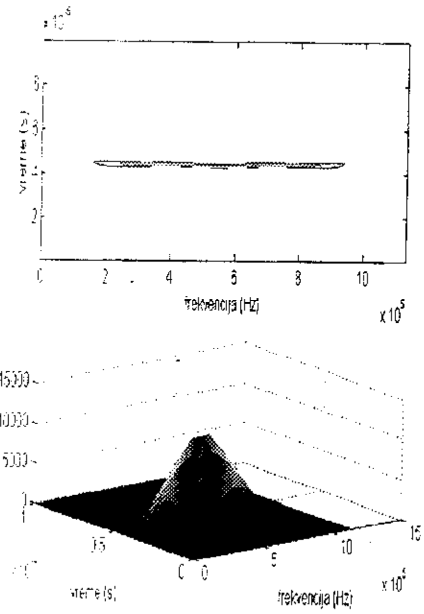
Posmatrajmo sada odziv prilagođenog filtra na signal sa slike 1. Očigledno je da je izvršena kompresija po vremenu, dok se frekvencijski sadržaj signala nije promenio. To bi moglo da navede na zaključak da nam ovaj signal može dati jako dobru rezoluciju po daljini. Ovo, međutim, važi samo za nepokretne ciljeve. Ako se cilj kreće, odnosno, u povratnom signalu postoji Doplerov pomak, dolazi pored frekvencijskog i do vremenskog pomaka. Slika (3) ilustruje iskazanu tvrdnju (ubačen je Doplerov pomak fd=10kHz). Prikazana je Wignerova distribucija odziva prilagođenog filtra za doplerovski pomeren signal. Takođe dolazi i do gubitka odnosa signal/šum, kao i do povećanja najbližih bočnih lobova.



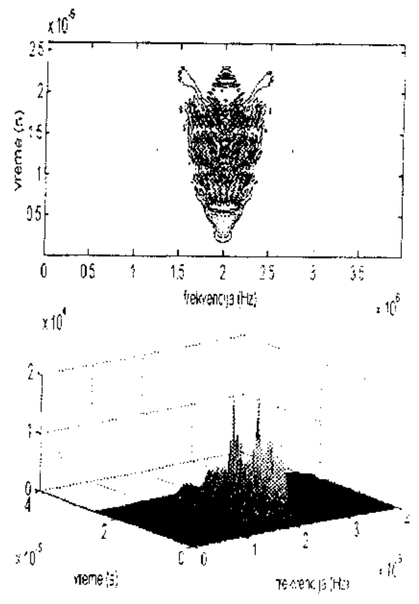
Sl. 1 Wignerova distribucija impulsa modulisanog čirpom za TB=50 (konturni i 3D prikaz).



Sl. 2 Wignerova distribucija odziva prilagođenog filtra na signal sa slike 1.



Sl.3 Wignerova distribucija odziva prilagođenog filtra za čirp signal sa Doplerovim pomakom.



Sl.4 Wignerova distribucija odziva prilagođenog filtra na Barkerovu sekvencu dužine 13.

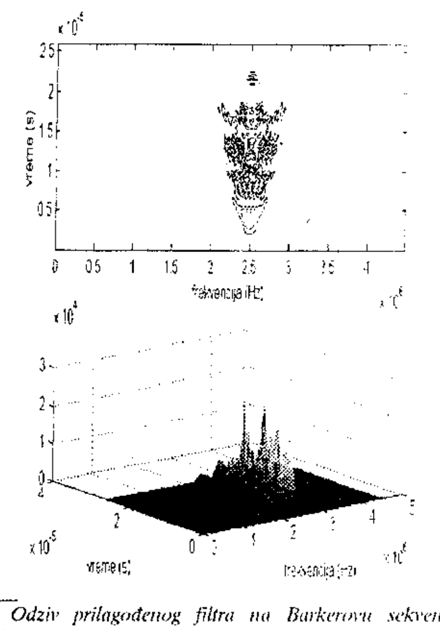
Pored već predstavljenog čirp signala u radarskoj primeni se koristi i unutarimpulsna modulacija fazno kodiranim sekvencama. Razlikujemo bifazne i polifazne sekvence.

Najpoznatije bifazne sekvence su Barkerove sekvence. One su zgodne, pošto na izlazu prilagođenog filtra daju relativno niske bočne lobove. Sa druge strane one ne mogu da daju velike TB proizvode pošto je njihova maksimalna dužina 13.

Na slici 4 je prikazana Wignerova distribucija odziva prilagođenog filtra na Barkerovu sekvencu dužine 13. Posmatran je impuls dužine 0.013ms a slika je pomerena po frekvenciji za 2MHz iz osnovnog opsega radi bolje preglednosti. Može se primetiti da se maksimum distribucije nalazi na pravoj koja seče t-osu u tački 0.013ms, što je očekivani rezultat. U odnosu na frekvencijsku osu maksimumi su pomereni za 0.25MHz. Pik je jasno izražen a uočljiva je i pojava bočnih lobova.

Primenimo sada distribuciju na odziv prilagođenog filtra pri čemu je u prethodni signal unet određeni Doplerov pomak (konkretno 0.5MHz). Na slici 5 se jasno vidi da dolazi do pomeranja distribucije za iznos pomaka.

Slike 4 i 5 govore nam da Barkerove sekvence imaju jasno izražene pikove i nizak nivo najbližih bočnih lobova što ukazuje na dobru rezoluciju po vremenskoj i frekvencijskoj osi istovremeno. Za razliku od čirpa ovde se Doplerov pomak lepo vidi i on ne dovodi do pomeraja distribucije po vremenskoj osi. Nedostatak ovih sekvenci je relativno visok nivo daljih bočnih lobova koji mogu da maskiraju slabije odjeke.

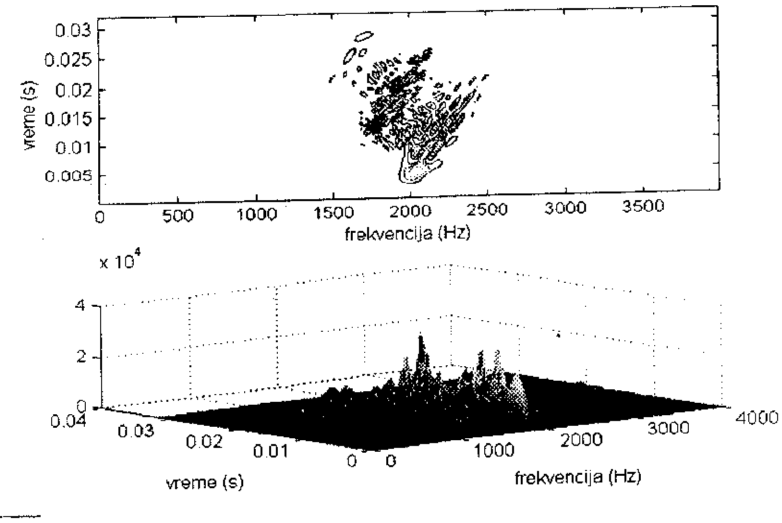


Sl.5 Odziv prilagođenog filtra na Barkerovu sekvencu dužine 13 sa Doplerovim pomakom.

Kako bi se prevazišao problem dužine sekvenci koji je uočen kod Barkerovih sekvenci moguće je upotrebiti neke polifazne sekvence kod kojih taj problem ne postoji. Na slici 6 je prikazan odziv prilagođenog filtra na signal koji je modulisan Frankovom sekvencom dužine 16 (Uzet je impuls trajanja 0.016 ms, a distribucija je takođe pomerena po frekvenciji za 2MHz radi preglednosti). Frankove sekvence pripadaju polifaznim sekvencama izvedenim iz diskretizovanog čirpa i one postoje za one dužine koje predstavljaju kvadrat celog broja.

Vidimo da je situacija slična kao i kod ranije analiziranih Barkerovih sekvenci. Imamo jasno izražen glavni pik i daleke, ali i dalje relativno visoke bočne lobove. Zbog veće dužine sekvence rezolucija je bolja.

Uobičajeni načini analize, pojedinačno u vremenskom i frekvencijskom domenu lako se mogu dobiti iz Wignerove distribucije tako što se za određeni vremenski trenutak vrši integracija po svim frekvencijama odnosno za svaku frekvenciju integracija po svim vremenskim trenucima. Na ovaj način očigledno gubimo na mogućnostima razdvajanja elemenata signala. Sa druge strane treba uvek imati u vidu da važe ograničenja navedena u uvodu i da je Wignerova distribucija bilinearna transformacija koja samo pokušava da predstavi signal u vremensko-frekvencijskoj ravni



Sl.6 Odziv prilagođenog filtra na signal modulisan Frankovomsekvencom dužine 16.

4.ZAKLJUČAK

Wignerova distribucija se pokazuje kao dobar alat za analizu radarskih signala. Ona vrši istovremeno razdvajanje signala u dve dimenzije (vremenskoj i frekvencijskoj). Razmatranja u radu su bila kvalitativne prirode i imala su za cilj da pokažu da ova distribucija lepo otkriva neke osobine koje su svojstvene radarskim signalima. Distribucija je bila posebno pogodna za analizu čirpa gde je u konturnom prikazu jasno otkrila trenutnu frekvenciju signala, a pri svom dejstvu na odziv prilagođenog filtra pokazala zašto čirp modulisani signal ima dobru rezoluciju po daljini. Signali modulisani faznim sekvencama imaju znatno složeniju frekvencijsku strukturu pa je samim tim i interpretacija rezultata primene distribucije na iste znatno teža. I pored ove činjenice osnovne karakteristike ovih signala su se mogle uočiti.

LITERATURA

[1] Leon Cohen. Time-Frequency Distributions-A Rewiew. Proc. of the IEEE. Vol 77. No. 7. July 1989.

[2] T.A.C.M. Classen. W.F.G. Mecklenbraeuker. The Wigner Distribution-A Tool For Time-Frequency Signal Analysis. Philips Journal of Research Vol. 35 No.3 Part I 1980.

[3] T.A.C.M. Classen. W.F.G. Mecklenbraeuker. The Wigner Distribution-A Tool For Time-Frequency Signal Analysis. Philips Journal of Research Vol. 35 No.3 Part II 1980.

[4] J. A. Johnston. Wigner Distribution and FM Radar Signal Design. Proc. of the IEE. Vol. 136 Pt. F. No. 2. April 1989.

Abstract - Wigner distribution, primarily developed for use in quantum mechanics, has recently became a very important tool in the field of digital signal processing. In this paper we show an application of this bilinear transformation for analysis of some important radar signals. It is also considered the use of this tool in qualitative evaluation of matched filter response.

RADAR SIGNAL ANALISYSS BY WIGNER DISTRIBUTION

Goram Maksimović, Boris U. Zejak