

## ЕЛЕКТРОМАГНЕТСКО ПОЉЕ ПРОРЕЗАНИХ КОАКСИЈАЛНИХ ВОДОВА У ТУНЕЛИМА И НА МОСТОВИМА - ТЕОРИЈСКА ПОСТАВКА ПРОБЛЕМА

Саша С.Илић, Дијана Г. Зулкић,  
Електронски факултет у Нишу, Београдска 14, 18000 Ниш, Југославија

**Садржај -** У овом раду одређена је нумерички путем приближна расподела електромагнетског поља у околини прорезаних коаксијалних водова који се користе за успостављање радио везе између локомотиве и диспачерског центра, када се воз налази у тунелу или на мосту. Прорачун је заснован на примени метода еквивалентне електроде. Сагледавањем добијених резултата може се проценити где треба поставити пријемну антenu на кр ovу локомотиве.

### 1. УВОД

Да би се остварила стална радио веза између локомотиве и диспачерског центра, када се воз налази у тунелу или на челичном мосту чија конструкција обухвата композицију, користе се директивне антене које се постављају на крајеве тунела или се кроз тунел провлаче прорезани коаксијални водови. Тунели и мостови се тада понашају као метални таласоводи непропусници ниски учестаности.

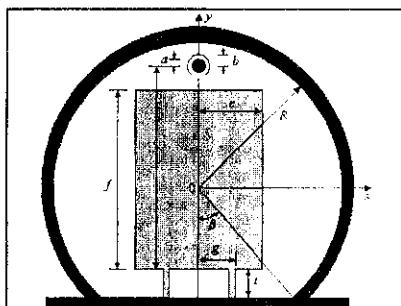
Због тога су прорезани коаксијални водови, као и оклопљени водови са прорезаним правоугаоним кошуљицама били предмет претходних истраживања [1–7]. При прорачунима водова са прорезаним кошуљицама као веома употребљив показао се метод еквивалентне електроде, који је развијен на Електронском факултету у Нишу од стране Проф. др Драгутина М. Величковића.

Овај метод је такође применењен при одређивању електромагнетског поља које прорезани коаксијални водови стварају у тунелима и на мостовима са једним или два колосека. При томе је претпостављено следеће: да се на прорезаном коаксијалном воду простира прогресивни TEM талас и да су видови тунела, воз и тле савршено проводни. Прорачун је заснован на примени метода еквивалентне електроде, који узима у обзир утицај воза, односно тунела на прорезани коаксијални вод и обратно. Развијени програмски пакет TUNNEL [9] омогућава корисницима верно задавање величине и облика воза, односно облика зидова тунела и моста.

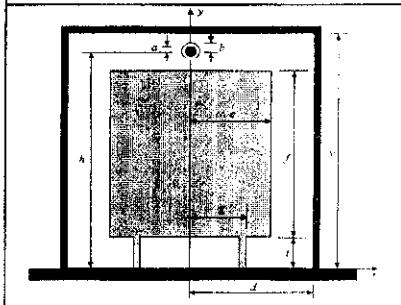
Како резултат прорачуна добијају се следеће вредности: за карактеристичну импедансу и подужну отпорност прорезаног коаксијалног воду; и за потенцијал и јачину електричног и магнетског поља у задатој области од интереса. Такође се може добити мапа еквипотенцијала, као и мапа еквиенергетских кривих, које дефинишу геометријско место тачака сталног интензитета јачине електричног и магнетског поља, односно сталне вредности густине енергије локализоване у пољу.

Овај рад се састоји из два дела због ограниченог броја страна рада, с једне стране, и због великог броја слика, с друге. Теоријска анализа са примени метода еквивалентне електроде приказана је у првом делу. Нумерички резултати приказани су у другом делу [12].

### 2. ТЕОРИЈСКА АНАЛИЗА



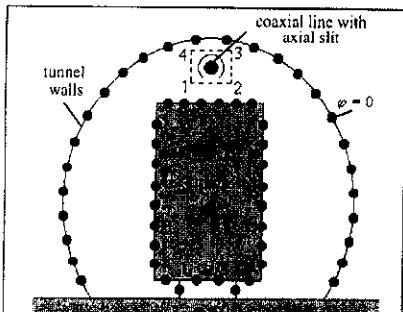
Сл.1. Математички модел тунела у коме се налази воз



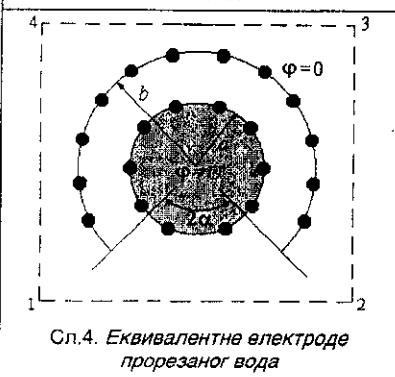
Сл.2. Математички модел моста на коме се налази воз

Циљ овог рада је да се одреди расподела електромагнетског поља у тунелу у тренутку проласка воза или када је тунел празан.

Да би се то остварило, формиран је математички модел тунела са урађеним прорезаним коаксијалним водом, као на Сл.1. При томе се сматра да је тунел кружног попречног пресека полуупречника  $R$ . Треба напоменути да је могућа и друга апроксимација попречног пресека тунела, на пример помоћу елипса, или помоћу равних и заобљених делова који формирају сложеније попречне пресеке. Усвојено је да су видови тунела, кас и подлога, савршено проводни.



Сл.3. Кавезасти системи еквивалентних електрода



Сл.4. Еквивалентне електроде прорезаног вода

Усвојен је правоугаони попречни пресек тунела, при чему се узимају у обзир тачкови и процеп који постоји испод воза. Прорезани коаксијални вод постављен је симетрично, при врху тунела. Полупречник његовог унутрашњег проводника означен је са  $a$ , кошуљице са  $b$ , а угаона ширина прореза на кошуљици са  $2\alpha$ . Сличан математички модел је изведен и за случај када се воз налази на мосту (Сл.2). Кружни попречни пресек тунела замењен је сада правоугаоним попречним пресеком моста. Затим су зидови тунела и воз, као и унутрашњи проводник вода и његова кошуљица, замењени кавезастим системом еквивалентних електрода (Сл.3). Увеличинан део 1234 приказан је на Сл.4.

Ове еквивалентне електроде представљају равне и овалне тракасте елементе велике дужине и занемарљиве дебљине. Како је то показано у [8], равна трака велике дужине и занемарљиве дебљине замењује се цилиндричним проводником круглог попречног пресека чији је полупречник једнак еквивалентном полупречнику траке,

$$a_e = d/4, \quad (1)$$

где је са  $d$  означена ширина траке. Оса овог еквивалентног проводника поклапа се са са средњом изводницом равне траке.

Еквивалентни полупречник у случају овалне траке, полупречника  $a$  и угаоне ширине  $2\alpha$ , је

$$a_e = a \sin(\alpha/2). \quad (2)$$

Оса овог еквивалентног проводника поклапа се и у овом случају са средњом изводницом овалне траке.

Утицај подлоге узима се у обзир помоћу ликова еквивалентних електрода у односу на равно огледало које се поклапа са површином подлоге. Тада се потенцијал може представити изразом

$$\phi = \sum_{n=1}^N q'_n G(r, r_n) + \sum_{n=1}^M Q'_n G(r, r_n), \quad (3)$$

где је:

$q'_n, n = 1, 2, \dots, N$  подужно наелектрисање  $N$  еквивалентних електрода које представљају унутрашњи проводник прорезаног вода;

$Q'_n, n = 1, 2, \dots, M$  подужно наелектрисање  $M$  еквивалентних електрода које представљају кошуљицу, воз и зидове тунела;

$$G(r, r_n) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{|r - r'_n|}{|r - r_n|} \quad (4)$$

Гринова функција за потенцијал еквивалентне електроде и њеног лика у равном огледалу;

$r$  – вектор положаја тачке у којој се одређује потенцијал;

$r_n$  – вектор положаја оса еквивалентних електрода;

$r'_n$  – вектор положаја ликова еквивалентних електрода; и

$\epsilon_0$  – диелектрична константа слободног простора.

Број непознатих величина које треба одредити је

$$K = N + M. \quad (5)$$

Потенцијал унутрашњег проводника прорезаног вода је  $U$ . Користећи услов да се еквивалентне електроде налазе на истом потенцијалу као и унутрашњи проводник који представљају, добија се  $N$  једначина,

$$2\pi\epsilon_0 U = \sum_{n=1}^N q'_n \ln \frac{|r_m - r'_n|}{\sqrt{|r_m - r_n|^2 + \delta_{nm} a_{en}^2}} + \sum_{n=1}^M Q'_n \ln \frac{|r_m - r_n|}{\sqrt{|r_m - r_n|^2 + \delta_{nn} a_{en}^2}}, \quad m = 1, 2, \dots, N. \quad (6)$$

Зидови тунела, воз и кошуљица прорезаног вода су на нултом потенцијалу. Користећи услов да је потенцијал еквивалентних електрода које представљају зидове тунела, воз и кошуљицу једнак нули, добија се још  $M$  једначина,

$$\sum_{n=1}^N q'_n \ln \frac{|r_m - r'_n|}{\sqrt{|r_m - r_n|^2 + \delta_{nm} a_{en}^2}} +$$

$$+\sum_{n=1}^M Q'_n \ln \frac{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'_n|}{\sqrt{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}'_n|^2 + \delta_{nm} a_{en}^2}} = 0, \\ m = N+1, N+2, \dots, N+M = K. \quad (7)$$

У овим једначинама  $a_{en}$  је полу пречник еквивалентних електрода, а  $\delta_{nm}$  је Кронекер-ов симбол.

По решавању линеарних једначина (6) и (7) и одређивању непознатих подужних наелектрисања еквивалентних електрода, подужна капацитивност прорезаног коаксијалног вода се одређује као

$$C' = q'/U, \quad (8)$$

где је

$$q' = \sum_{n=1}^N q'_n \quad (9)$$

укупно подужно наелектрисање на унутрашњем проводнику прорезаног коаксијалног вода.

Карakterистична импеданса прорезаног вода затим се израчунава као

$$Z_c = \sqrt{\epsilon_0 \mu_0 / C'}, \quad (10)$$

где је  $\mu_0$  магнетска пропустљивост слободног простора.

Вектори јачине електричног и магнетског поља имају само попречне компоненте и могу се приказати у облику

$$\mathbf{E} = E_0 e^{-\gamma z} \quad (11)$$

и

$$\mathbf{H} = H_0 e^{-\gamma z}, \quad (12)$$

где је  $\gamma$  константа простирања прорезаног вода, а  $z$ -оса је усмерена дуж тунела.

$E_0$  и  $H_0$  се добијају као

$$\mathbf{E}_0 = -\text{grad } \phi = \\ = \sum_{n=1}^N q'_n \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_n) + \sum_{n=1}^M Q'_n \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}'_n) \quad (13)$$

и

$$\mathbf{H}_0 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \mathbf{E}_0 \times \hat{z} \quad (14)$$

где је

$$\mathbf{E}_0 = -\text{grad } \phi = \\ = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left( \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_n}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_n|^2} - \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'_n|^2} \right) \quad (15)$$

а  $\hat{z}$  јединични вектор придружен  $z$ -оси.

Израчунавања показују да се утицаји тунела или моста, као и воза у тунелу или на мосту, могу занемарити када се одређује карактеристична им-

педанса прорезаног коаксијалног вода. Вредности карактеристичне импедансе усамљеног прорезаног коаксијалног вода када је однос  $b/a$  различит, угаона ширина прореза на кошуљици различита и кошуљица занемарљиве дебљине приказане су у Таблици I. Ови резултати показују да већим прорезима на кошуљици одговарају веће вредности карактеристичне импедансе. Вредност карактеристичне импедансе је утолико већа уколико је већи однос полу пречника кошуљице и унутрашњег проводника,  $b/a$ .

Таблици I ( $Z_c [\Omega]$ )

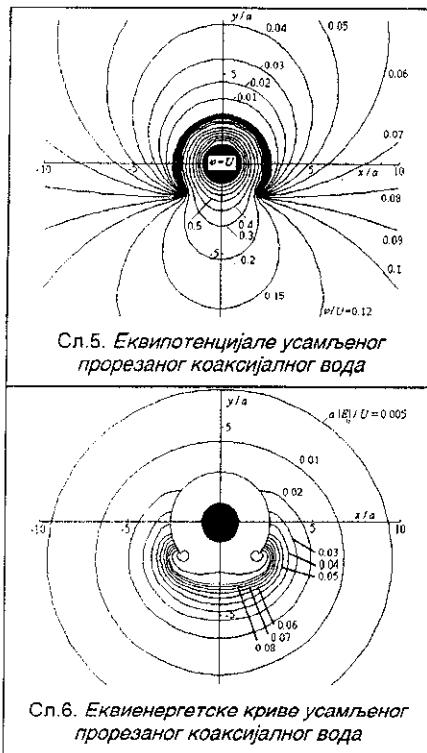
$\alpha^0$	$b/a = 2$	$b/a = 3$
0	41.589	65.917
5	41.646	65.974
15	42.095	66.430
25	42.967	67.337
35	44.224	68.690
45	45.848	70.492
55	47.839	72.756
65	50.221	75.512
75	53.047	78.814
85	56.359	82.742
95	60.382	87.417
105	65.180	93.010
115	71.043	99.776
125	78.361	108.099
135	87.766	118.593
145	100.369	132.326
155	118.385	151.425
165	147.372	181.302
175	212.364	246.817
$\alpha^0$	$b/a = 4$	$b/a = 5$
0	83.178	96.586
5	83.235	96.623
15	83.692	97.081
25	84.607	98.000
35	85.986	99.388
45	87.838	101.261
55	90.185	103.644
65	93.063	106.577
75	96.527	110.116
85	100.660	114.344
95	105.581	119.379
105	111.458	125.390
115	118.540	132.619
125	127.204	141.438
135	138.047	152.438
145	152.119	166.656
155	171.516	186.180
165	201.620	216.375
175	267.257	282.062

На Сл.5 приказане су еквипотенцијалне криве усамљеног прорезаног коаксијалног вода код кога је

$$b/a = e \text{ and } \alpha = 50^\circ.$$

Сматра се при томе да је кошуљица на нултом потенцијалу, а да је потенцијал унутрашњег проводника једнак  $U$ .

На Сл.6 приказане су еквиенергетске криве усамљеног прорезаног коаксијалног вода наведених димензија, на којима је стална запреминска густина енергије локализована у електричном, односно магнетском пољу, па су ту стапне јачине како електричног,  $E_0$ , тако и магнетског поља,  $H_0$ .



### 3. ЗАКЉУЧАК

Применом метода еквивалентне електроде одређено је електромагнетско поље у тунелу и на мосту, када се прорезани коаксијални водови користе за успостављање радио везе и када је на њима побуђен прогресивни ТЕМ талас. Утицај воза на расподелу поља такође је испитан. Такође је могуће извести одређене закључке са становишта где треба поставити пријемну антenu на крову локомотиве.

### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Duncan, J. W.; Minerva, V. P.: *Bandwidth Balun Transformer*. Proc. IRE, vol.48, pp.156-164, Feb. 1960.
  - [2] Gunston, M. A. R.: *Microwave Transmission - Line Impedance Data*. Van Nostrand Reinhold Company LTD. New York, Cincinnati, Toronto, Melbourne, 1972.
  - [3] Veličković, D. M.: *Slit Cable Calculation*, EUROEM. Bordeaux, pp. THp-04-06, 30 May-June 4, 1994.
  - [4] Veličković, D. M.: *Calculation of Characteristic Impedance of Coax with Axial Slit*, RAILWAYS, No. 11-12, pp. 669-671, 1996.
  - [5] Veličković, D. M.: *TEM Analysis of Transmission Lines Using Equivalent Electrodes Method*. TELSIKS97, Niš/Yu. Vol. I, pp. 64-74, 8-10 October 1997.
  - [6] Veličković, D. M.; Mančić, Ž. J.; Zulkić, D. G.: *Rectangular Coax with Axial Slit and with Rectangular or Circular Center Conductor*, EMC'98 ROMA. Roma, September 1998.
  - [7] Veličković, D. M.; Mančić, Ž. J.; Zulkić, D. G.: *Axial Slit on Two Wire Line with Rectangular Shield*. ANALELE UNIVERSITATII DIN ORADEA, Fascicola ELECTROTEHNICA, Baile Felix, Romania, pp. 18-23, 30 may - 1 june, 1998.
  - [8] Veličković, D. M.: *Equivalent Electrodes Method*. SCIENTIFIC REVIEW, pp. 207-248. Belgrade, 1996.
  - [9] Veličković, D. M.; Ilić, S. S.; Zulkić, D. G.: *Computer Program TUNNEL*, Technical Report, Department of Theoretical Electrotechnics, Faculty of Electronic Eng., University of Niš/Yu, 1998.
  - [10] Veličković, D. M.: *General Numerical Program for Plan-parallel Electrostatic Fields Solving*. 2th International Conference on Electrostatics ELSTAT 1990. Wrocław, Poland, 17-22 September 1990 (MATERIALS SCIENCE, Vol. XVI, No 4, pp. 89-94, 1990.).
  - [11] Veličković, D. M.: *General Computer Program for Microstrip Transmission Lines Analysis*. ELECTRONIC TECHNOLOGY SYMPOSIUM, Budapest, 17-21 September 1990.
  - [12] Dragutin M. Veličković, Saša S. Ilić, Dijana G. Zulkić: *Electromagnetic Field of Coaxial Lines With Axial Slit in a Tunnel or on an Enclosed Bridge-Theoretical Analysis*, rad prihvaćen za konferenciju ICATE 2000, 25-28 may, Romania, 2000.
- \* Због поштовања пропозиција ЕТРАН-а да се једном може бити аутор а други пут ко-аутор, Проф. др Драгутин М. Величковић је као један од аутора изостављен мада је он такође са назма аутор овог рада.

**Abstract** - The electromagnetic field distribution in a tunnel and on a bridge is determined by means of the equivalent electrodes method, when the slit coaxial lines are used for realizing a radio link between a locomotive and a dispatcher center and a progressive TEM wave is excited on them. The influence of the train on the field distribution is also investigated.

### Electromagnetic Field of Coaxial Lines with Axial Slit in Tunnel and on Bridge - Theoretical Analysis

Саша С.Илић, Дијана Г. Зулкић