

**OPTIMIZACIJA KOEFICIJENATA ANTENSKOG NIZA  
PRIMENOM IRLS ALGORITMA**

Igor Dotlić, Aleksa Zejak.

Institut IMTEL, Bul. M. Pupina 165-B, 11070 N. Beograd; zejak@zorni.com

**Sadržaj** – U radu su postavljene teorijske osnove primene IRLS algoritma za minimaksno potiskivanje bočnih lobova dijagrama zračenja antenskih nizova. Takođe su dati i numerički rezultati uz poređenje IRLS metoda sa ECF pristupom.

**1. UVOD**

Teorija antenskih nizova se već duže vreme bavi optimizacijom koeficijenata antenskog niza da bi se maksimizirali različiti parametri dijagrama zračenja pomenutog niza. Ti parametri mogu biti direktivnost, efikasnost zračenja, osetljivost na slučajne varijacije koeficijenata, odnos signal/šum itd. Pri tome se zadaju različita ograničenja kao što su mesto nula dijagrama zračenja, Q faktor, širina glavnog loba, srednjekvadratni i maksimalni nivo bočnih lobova. Ovdje nas interesuje minimizacija maksimalnog nivoa bočnih lobova pri zadatoj širini glavnog loba i pri tome ostvarena direktivnosti. Od metoda koje se have takvom optimizacijom ili optimizacijom koja može da se svede na ovakvu, izdvojili bi smo tri kao najvažnija i to su Dolf-Čebiševljevi, Sanzgiri-Batler i filter sa zadatom ovojnicom. Hronološki prvi je Dolf-Čebiševljev metod [1], koji za uniformni linearni antenski niz sa omnidirekcionim elementima dokazano daje minimalni širinu glavnog loba pri zadatom nivou bočnih lobova. Nedostatak ovog metoda je što je optimalan jedino za nizove sa omnidirekcionim elementima, dok za nizove čiji elementi nisu omnidirekcionni ne daje dobre rezultate. Sledeći metod, Sanzgiri-Batler [2] dođuše nije ograničen na omnidirekcionne elemente, međutim, ima nedostatak što pri optimizaciji kao uslov zadaje konstantnu faznu razliku između maksimuma glavnog loba i maksimuma bočnih lobova. Poslednji metod je filter sa zadatom ovojnicom (ECF-Envelope Constrained Filter) [3]. Ovaj metod je našao primenu u različitim oblastima osim antenskih nizova, kao što su ekvalizacija, kompresija radarskog impulsa sa unutarimpulsnom modulacijom, itd. Njegovo glavno ograničenje je što može da radi jedino sa signalima koji uzimaju realne vrednosti, što se u oblasti antenskih nizova ogleda u tome da faza koeficijenata niza mora imati linearnu raspodelu.

Sa druge strane, u literaturi koja se bavi potiskivanjem bočnih lobova kod kompresije radarskog impulsa sa složenom unutarimpulsnom modulacijom, ističe se IRLS metod (Iterative Reweighted Least Squares) i njegova varijanta koja vrši optimizaciju po Doplerovom pomaku dolazećeg signala DIRLS (Doppler optimized Iterative Reweighted Least Squares) [4]. Ovaj metod se pokazao efikasnim u potiskivanju bočnih lobova kod kompresionih prijemnika za široku klasu sekvenci za unutarimpulsnu modulaciju radarskog signala. Kako se problem potiskivanja bočnih lobova u oblasti kompresije radarskog impulsa kao i u oblasti antenskih nizova definiše u obliku linearne forme i kako ćemo uskoro pokazati, IRLS metod nema ograničenja koje imaju gore navedeni metodi, došlo se na ideju da se ovaj metod primeni za potiskivanje bočnih lobova dijagrama zračenja antenskog niza. U ovom radu je prvo matematički formulisano problem optimizacije dijagrama zračenja

antenskog niza sa minimaksnim potiskivanjem bočnih lobova, zatim je dat opis IRLS metoda za rešavanje ovog problema i na kraju su upoređeni rezultati koji se dobijaju primenom IRLS metoda sa onim koji se dobijaju primenom ECF metoda na linearni antenski niz sa uniformnim rastojanjem između elemenata u pogledu nivoa bočnih lobova i direktivnosti.

**2. POSTAVKA PROBLEMA**

Posmatrajmo antenski niz jednakih i jednako orjentisanih elemenata, sa vektorima položaja u odnosu na neku referentnu tačku  $\vec{r}_k$ . Obeležimo kompleksni odnos struje napajanja k-tog elementa i referentne struje napajanja sa  $I_k/I_0 = a_k$ . Po teoremi o transformaciji karakteristične funkcije zračenja pri translaciji i promeni referentne struje, dobija se karakteristična funkcija zračenja za referentnu tačku i referentnu struju  $I_0$  kao:

$$f_k(\vec{r}_r) = f_0(\vec{r}_r) a_k \exp(j\beta \vec{r}_k \cdot \vec{r}_r) \quad (1)$$

Gde je  $\vec{r}_r$  ort pravca za koji se računa karakteristična funkcija zračenja, a  $f_0(\vec{r}_r)$  karakteristična funkcija zračenja pojedinačnog elementa. Pa je rezultujuća karakteristična funkcija zračenja ovakvog niza od  $N$  elemenata:

$$f_N(\vec{r}_r) = \sum_{k=1}^N f_k(\vec{r}_r) = f_0(\vec{r}_r) f_N(\vec{r}_r) \quad (2)$$

Gde je  $f_N(\vec{r}_r)$  takozvani faktor niza:

$$f_N(\vec{r}_r) = \sum_{k=1}^N a_k \exp(j\beta \vec{r}_k \cdot \vec{r}_r) \quad (3)$$

Ako posmatramo karakterističnu funkciju zračenja za proizvoljnih  $M$  ortova  $\vec{r}_r^{(m)}$ , gde je  $m = 1, 2, \dots, M$  tada možemo, bez obzira na geometriju niza, prikazati zavisnost ove funkcije od vrednosti kompleksnih koeficijenata niza u linearnoj matricnoj formi kao:

$$\vec{F}_R = \vec{S} \cdot \vec{A} \quad (4)$$

Gde je  $\vec{F}_R$   $M \times 1$  vektor rezultujuće karakteristične funkcije zračenja:

$$\vec{F}_R = [f_R(\vec{r}_r^{(1)}), f_R(\vec{r}_r^{(2)}), \dots, f_R(\vec{r}_r^{(M)})]^T \quad (5)$$

$\vec{S}$  je  $M \times N$  matrica transformacije koeficijenata antenskog niza u karakterističnu funkciju zračenja:

$$\vec{S} = \vec{F}_0 \vec{Z} \quad (6)$$

Gde je:

$$\vec{Z} = \begin{bmatrix} \exp(j\beta \vec{r}_1^{(1)} \cdot \vec{r}_r) & \dots & \exp(j\beta \vec{r}_N^{(1)} \cdot \vec{r}_r) \\ \exp(j\beta \vec{r}_1^{(2)} \cdot \vec{r}_r) & \dots & \exp(j\beta \vec{r}_N^{(2)} \cdot \vec{r}_r) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \exp(j\beta \vec{r}_1^{(M)} \cdot \vec{r}_r) & \dots & \exp(j\beta \vec{r}_N^{(M)} \cdot \vec{r}_r) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$F_0 = \text{diag}(f_0(\vec{i}_r^{(1)}), f_0(\vec{i}_r^{(2)}), \dots, f_0(\vec{i}_r^{(M)})), \quad (8)$$

Dok  $A$  predstavlja  $N \times 1$  vektor koeficijena antenskog niza:

$$A = [a_1, a_2, \dots, a_N]^T \quad (9)$$

### 3. LINEARAN, UNIFORMAN ANTENSKI NIZ I POTREBAN BROJ TAČAKA OPTIMIZACIJE

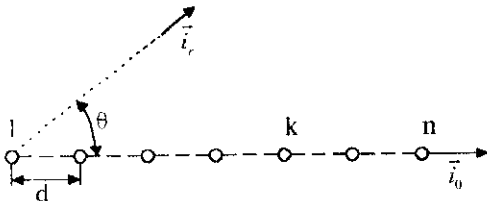
Slučaj koji nas u ovom radu najviše zanima je linearan antenski niz sa uniformnim rastojanjem između elemenata, kada važi da je  $\vec{r}_k = (k-1)d \cdot \vec{i}_0$ , za  $k=1, 2, \dots, N$  gde je  $\vec{i}_0$  ort pravca niza, kao što je prikazano na slici 1. Ako definišemo  $\theta$  kao ugao između ortova  $\vec{i}_r$  i  $\vec{i}_0$  tada važi da je  $\cos\theta = \vec{i}_r \cdot \vec{i}_0$  i ako uvedemo takozvani vidni ugao  $\psi$  kao  $\psi = \beta d \cos\theta$  vidimo da je:

$$f_N(\vec{i}_r) = \sum_{r=1}^N a_k \exp(j(k-1)\psi) \quad (10)$$

Odnosno matrica  $Z$  postaje:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & \exp(j\psi^{(1)}) & \dots & \exp(j(N-1)\psi^{(1)}) \\ 1 & \exp(j\psi^{(2)}) & \dots & \exp(j(N-1)\psi^{(2)}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \exp(j\psi^{(M)}) & \dots & \exp(j(N-1)\psi^{(M)}) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ovdje je jasno da zavisnost faktora niza od vidnog ugla ustvari predstavlja Furijeovu transformaciju vektora  $A$ . Ako sada posmatramo ukupnu karakterističnu funkciju zračenja kao proizvod  $f_0(\vec{i}_r)$  i  $f_N(\vec{i}_r)$  u ravni u kojoj se nalazi osa niza i maksimum  $f_0(\vec{i}_r)$  u zavisnosti od  $\psi$  tada i  $f_N(\vec{i}_r)$  možemo da smatramo Furijeovom transformacijom nekog diskretnog niza i stoga možemo da nađemo njegovu inverznu transformaciju. U opštem slučaju je inverzna Furijeova transformacija ovakve funkcije vektor beskonačne dužine.



Slika 1. Linearan niz sa uniformnim rastojanjem

Međutim, ukoliko inverznu Furijeovu transformaciju  $f_0(\vec{i}_r)$  aproksimiramo njenim odsečkom konačne dužine  $L_0$ , tada možemo da kažemo da je za jednoznačno predstavljanje kontinualne funkcije  $f_0(\vec{i}_r)f_N(\vec{i}_r)$ , dovoljan broj diskretnih tačaka:

$$L = L_0 + N-1, \quad (12)$$

uniformno raspoređenih na ukupnom intervalu promene  $\psi$ , od  $-\beta d$  do  $+\beta d$ . Ovo sledi iz činjenice da se iz pomenutog vektora tačaka može jednoznačno odrediti

inverzna Furijeova transformacija  $f_0(\vec{i}_r)f_N(\vec{i}_r)$ , kao inverzna diskretna Furijeova transformacija ovog niza, a iz tako dobijene inverzne transformacije direktnom Furijeovom transformacijom i kontinualna funkcija  $f_0(\vec{i}_r)f_N(\vec{i}_r)$ . Optimalna vrednost  $L_0$  zavisi od nivoa bočnih lobova koje očekujemo na kraju optimizacije. Iz razloga cikličnog ponavljanja diskretne Furijeove transformacije bočni lobovi nastali aproksimacijom  $f_0(\vec{i}_r)$  diskretnom Furijeovom transformacijom svoje inverzne Furijeove transformacije aproksimirane vektorom dužine  $L_0$  moraju biti ispod nivoa bočnih lobova  $f_0(\vec{i}_r)f_N(\vec{i}_r)$  dobijenih na kraju optimizacije.

### 4. IRLS METOD

Ovde ćemo dati kratak opis IRLS metoda za minimizaciju potiskivanje bočnih lobova. Posmatrajmo gore opisanu linearnu formu  $S \cdot A = F_R$ . Ukoliko želimo da nađemo  $A$  koje minimizuje srednjekvadratnu grešku  $\varepsilon$  između  $F_R$  i nekog željenog vektora  $F_D$ :

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M |e(i)|^2 = \sum_{i=1}^M |F_R(i) - F_D(i)|^2 \quad (13)$$

tada se kao jedinstveno rešenje ovog problema dobija:

$$A_{opt} = (S^T S)^{-1} S^T F_D \quad (14)$$

Ukoliko pak, želimo da nađemo  $A$  koje minimizuje ponderisanu kvadratnu grešku  $\varepsilon$ :

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^M r_i |e(i)|^2 = \sum_{i=1}^M r_i |F_R(i) - F_D(i)|^2 \quad (15)$$

onda je rešenje problema:

$$A_{opt} = (S^T R S)^{-1} S^T R F_D \quad (16)$$

gde je  $R$  matrica oblika:

$$R = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_M) \quad (17)$$

Ukoliko postavimo težinske koeficijente matrice  $R$  na vrednost odgovarajućeg elementa vektora greške,

$r_k = |e(k)|$ , onda ćemo minimizovati treći stepen greške.

Međutim, kako nije moguće unapred znati vrednosti elemenata vektora greške ovo nije moguće uraditi. Umesto toga, moguće je napraviti proceduru koja prvo traži rešenje u smislu srednje kvadratne greške, a zatim vrši iterativno preponderisanje koeficijenata  $r_k$  i rešava problem u smislu ponderisane kvadratne greške. Ova procedura predstavlja IRLS algoritam koji može biti iskazan u sažetom obliku kao:

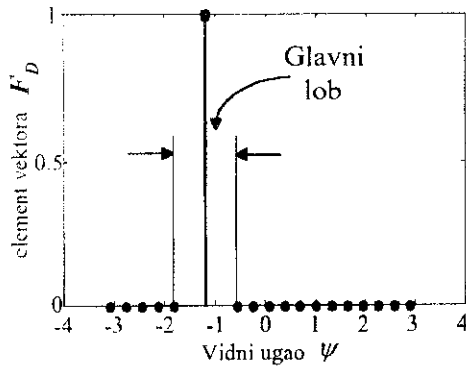
$$A_k = (S^T R_{k-1} S)^{-1} S^T R_{k-1} F_D \quad (18)$$

$$R_k = \text{diag}(|F_D - S A_k|) \quad (19)$$

Uz početni uslov  $R_0 = I$ , gde je  $I$  jedinična matrica. Valja reći da se prilikom primene IRLS algoritma u antenskim nizovima, slično kao kod ECF algoritma, optimizacija vrši samo u tački maksimuma glavnog loba dijagrama zračenja i u tačkama van glavnog loba, dok se u oblasti glavnog loba van maksimuma ona ne vrši, pa se dopušta da se oblik glavnog loba formira na slobodan način. Pri tome vektor  $F_D$  ima vrednost:

$$F_D = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]^T \quad (20)$$

Jedinica odgovara maksimumu glavnog loba, a nule tačkama van glavnog loba. Ovo je prikazano na slici 2.

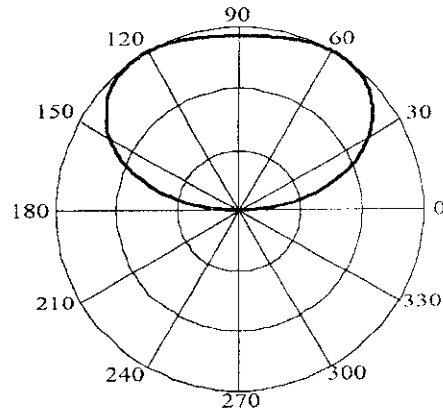


Slika 2. Vrednost vektora  $F_D$  u tačkama optimizacije

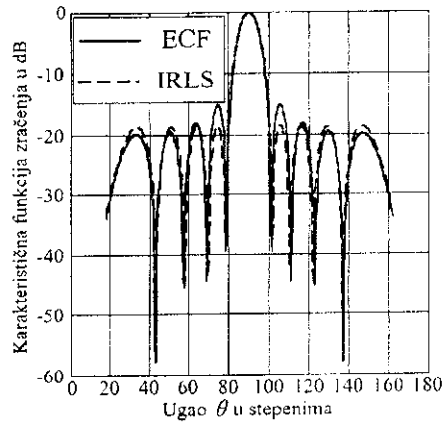
### 5. NUMERIČKI REZULTATI

Ovde ćemo dati uporedne numeričke rezultate potiskivanja bočnih lobova primenom IRLS algoritma i primenom ECF algoritma za linearni antenski niz sa uniformnim rastojanjem među elementima dužine  $N = 10$  sastavljen od polutalasnih dipola iznad provodne ravni na visini  $h = 0.3\lambda$  i na međusobnom rastojanju  $d = 0.5\lambda$ . Dijagram zračenja pomenutog polutalasnog dipola je prikazan na slici 3. Sa slike se vidi da je ovaj dijagram zračenja relativno širok, ali ne previše, tako da možemo posmatrati efekte do kojih dolazi prilikom zakretanja glavnog loba dijagrama zračenja antenskog niza u pogledu nivoa bočnih lobova i direktivnosti usled ovako izabranog oblika dijagrama zračenja elementa niza. Pri formiranju dijagrama zračenja niza je u oba slučaja širina glavnog loba ista i jednaka širini glavnog loba kod niza sa uniformnom raspodelom amplitude koeficijenata, i linearnom raspodelom njihove faze. Ovakav niz, kao što je u teoriji poznato, ima maksimalnu moguću direktivnost. Iz ovog razloga je prilikom primene IRLS i ECF metoda zgodno direktivnost prikazati kao gubitak direktivnosti u odnosu na niz sa uniformnom raspodelom amplituda koeficijenata i linearnom raspodelom faze.

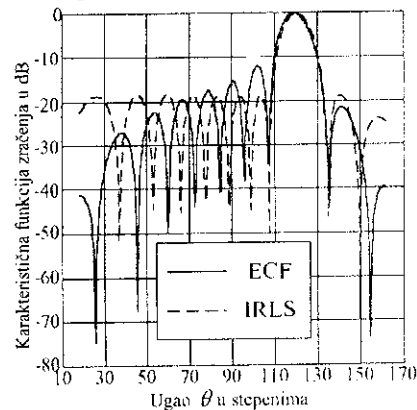
Na slici 4 je prikazan oblik dijagrama zračenja dobijenih optimizacijom IRLS i ECF metodom, pri čemu je ugao zakretanja glavnog loba jednak nuli. Kako se na slici vidi ECF algoritam ima uniformno opadajuće bočne lobove, dok su bočni lobovi dobijeni IRLS algoritmom praktično konstantni. Takođe, maksimum bočnih lobova kod ECF je nešto viši od maksimuma dobijenog IRLS algoritmom. Ova osobina još više dolazi do izražaja kada se ugao zakretanja glavnog loba poveća na 30 stepeni što je prikazano na slici 5. Jasno se vidi da ECF algoritam nije u stanju da potisne bočni lob koji se nalazi između maksimuma dijagrama zračenja polutalasnog dipola, elementa antenskog niza i glavnog loba ukupnog dijagrama zračenja antenskog niza. Sa druge strane, dijagram zračenja dobijen IRLS algoritmom i dalje zadržava praktično isti nivo bočnih lobova kao i u slučaju kada je ugao zakretanja glavnog loba jednak nuli. Takođe, kako se sa slike vidi, bočni lobovi dobijeni IRLS algoritmom su i dalje približno konstantnog nivoa.



Slika 3. Dijagram zračenja elementa niza



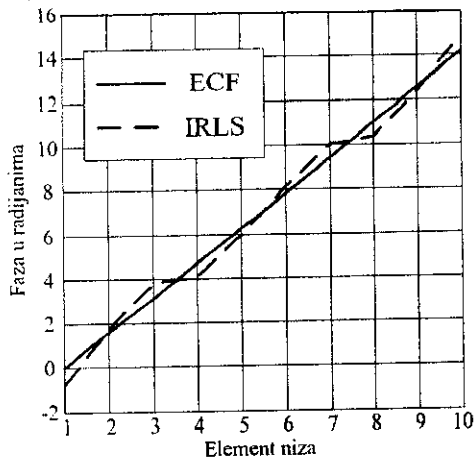
Slika 4. Dijagram zračenja za ugao zakretanja jednak nuli



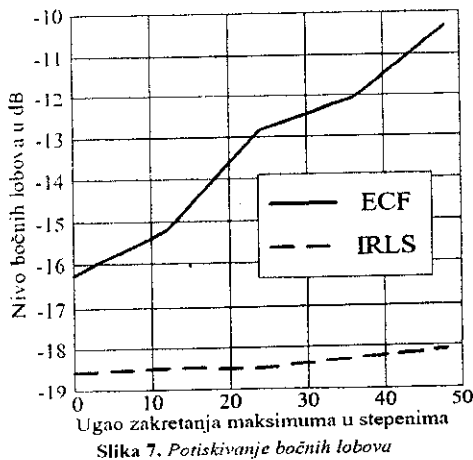
Slika 5. Dijagram zračenja za ugao zakretanja 30 stepeni

Razlog za ovakve rezultate verovatno treba tražiti u činjenici da je ECF algoritam ograničen linearnom raspodelom faze koeficijenata niza, dok IRLS algoritam to nije. Kao što je u literaturi poznato, oba algoritma konvergiraju ka optimalnom minimumskom rešenju, ali optimalno rešenje sa ograničenjem na linearnu raspodelu

faze koeficijenta niza se znatno razlikuje od optimalnog rešenja bez ovog ograničenja. Da bi ovo ilustrovali, na slici 6 je prikazana raspodela faze koeficijenta niza za slučaj kada je ugao zakretanja glavnog snopa jednak 30 stepeni.

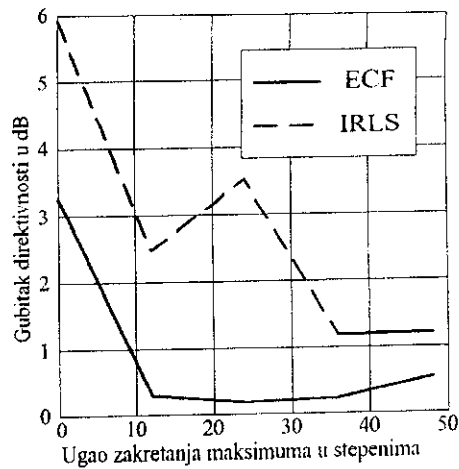


Slika 6. Fazu koeficijenta niza



Slika 7. Potiskivanje bočnih lobova

Na slici 7 je prikazana zavisnost nivoa bočnih lobova kod IRLS i ECF metoda od ugla zakretanja maksimuma glavnog loba u odnosu na pravac normalan na osu niza. Na slici 8 je prikazana zavisnost gubitka direktivnosti u odnosu na niz sa uniformnom raspodelom amplituda koeficijenta i linearnom raspodelom njihovih faza u zavisnosti od istog ugla. Kao što se sa slika vidi, nivo bočnih lobova dobijenih IRLS algoritmom praktično ne zavisi od ugla zakretanja glavnog loba, dok je kod ECF algoritma uniformno rastući. Sa druge strane, gubitak direktivnosti je u oba slučaja uniformno opadajući, ali je nešto veći kod IRLS algoritma. Ovo se može protumačiti kao cena koja se plaća za veće potiskivanje bočnih lobova.



Slika 8. Gubitak direktivnosti

## 6. ZAKLJUČAK

Zahvaljujući tome što IRLS algoritam nije ograničen linearnom raspodelom faze koeficijenta antenskog niza, njime se postiže znatno veće potiskivanje maksimuma bočnih lobova u odnosu na ECF algoritam. Ovo se, međutim, plaća nešto većim gubitkom direktivnosti. Odavde sledi da se IRLS algoritam nameće za upotrebu u onim slučajevima kada je potiskivanje bočnih lobova imperativ. Takođe, kako je nekada razlika u gubitku direktivnosti između IRLS i ECF mala, a sa druge strane potiskivanje bočnih lobova sa IRLS znatno veće, preporučuje se i paralelno korišćenje ova dva algoritma i davanje prednosti onom čiji se rezultati čine optimalnim.

## LITERATURA

- [1] C.L. Dolph, "A current distribution for broadside arrays which optimizes the relationship between bandwidth and sidelobe level," *Proc. IRE*, vol. 34 pp. 335-348, June 1946.
- [2] S.M. Sanzgiri, J. K. Butler "Constrained optimization of the performance indices of arbitrary array antennas," *Proc. IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol AP-19, pp. 493-498, July 1971.
- [3] R.J. Evans, T.E. Fortman "Design of optimal Line Source Antennas," *IEEE Trans Antennas Propagat.*, vol AP-23, pp. 342-347, May 1975.
- [4] A.J. Zejak, E. Zentner, P.B. Rapajic "Doppler optimized mismatch filters," *IEE Electronic Letters* vol. EL-27, No 7, March 1991, pp. 558-560

**Abstract** - In this paper theoretical foundations for the application of IRLS algorithm to minimax suppression of sidelobes of antenna array radiation pattern are presented. Numerical results, including comparison of IRLS to ECF approach are also given.

### Optimization of antenna array coefficients by IRLS algorithm

Igor Dotlić, Aleksa Zejak