

ОКЛОПЉЕНИ ДВОЖИЧНИ ВОДОВИ ПРАВОУГАОНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА ПРОВОДНИКА

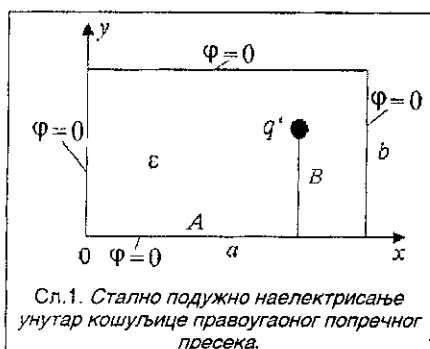
Ненад Н. Цветковић, *Електронски факултет у Нишу*

Садржај - Помоћу метода еквивалентне електроде анализиран је оклопљени двојични вод правоугаоног попречног пресека проводника.

1. УВОД

У раду се за решавање оклопљених двојичних водова правоугаоног попречног пресека проводника користи метод еквивалентне електроде (МЕЕ) [1]. Прорачун подужне отпорности и карактеристичне импедансе ових водова изведен је за симетричан и асиметричан режим [3]. При томе је коришћен један недавно предложен израз за брз и тачан прорачун Гринево функције за потенцијал сталног подужног наелектрисања велике дужине, постављеног унутар кошуљице правоугаоног попречног пресека, паралелно њеним зидовима [2].

2. ГРИНОВА ФУНКЦИЈА ЗА ПОТЕНЦИЈАЛ



Без упуштања у детаљнију анализу, биће приказан израз из референце [2] за Гринуову функцију сталног подужног наелектрисања унутар кошуљице правоугаоног попречног пресека као на Сл.1.,

$$G = \frac{\Phi}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left[\frac{\operatorname{ch}\left(\pi \frac{x-A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y+B}{b}\right)}{\operatorname{ch}\left(\pi \frac{x-A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y-B}{b}\right)} \right] \times \left[\frac{\operatorname{ch}\left(\pi \frac{x+A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y-B}{b}\right)}{\operatorname{ch}\left(\pi \frac{x+A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y+B}{b}\right)} \right] \quad (1)$$

$$-\frac{2}{\pi\epsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-p_n a}}{n} \frac{\operatorname{sh}(p_n A)}{\operatorname{sh}(p_n a)} \sin(p_n B) \operatorname{sh}(p_n x) \sin(p_n y),$$

где је $p_n = n\pi/b$.

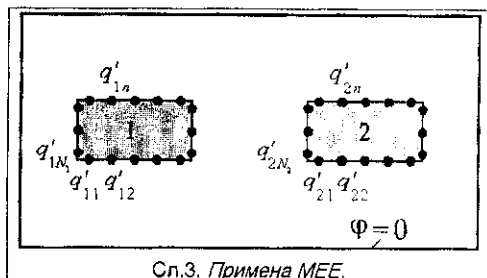
Посматрањем израза (1) може се закључити да чланови приказаног реда опадају са порастом индекса по експоненцијалном закону, тако да овај ред веома брзо конвергира, што омогућава брз и тачан прорачун.

3. ПРИМЕНА МЕЕ НА ОКЛОПЉЕНИ ДВОЖИЧНИ ВОД

Посматра се оклопљени двојични вод, са симетрично постављеним проводницима правоугаоног попречног пресека страница a и b (Сл.2.).



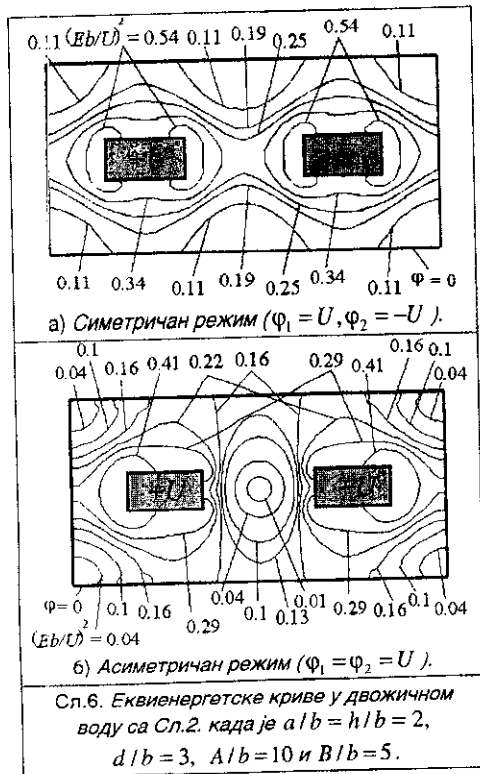
Приликом примене МЕЕ, електроде двојичног вода замењују се са N_1 , односно N_2 еквивалентних електрода (ЕЕ), постављених по површини електрода 1 и 2, респективно. При томе су еквивалентне електроде кружног попречног пресека полупречника $a_e = l/4$, где је l ширина тракастог дела површине електроде који замењује једна ЕЕ (Сл.3).



Потенцијал у овако добијеном систему може се написати као

$$\Phi = \sum_{n=1}^{N_1} q'_{1n} G(x, y, x_{1n}, y_{1n}) + \sum_{n=1}^{N_2} q'_{2n} G(x, y, x_{2n}, y_{2n}), \quad (2)$$

где су $q'_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$ и $q'_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$, непозната подужна наелектрисања ЕЕ, $x_{1n}, y_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$ и $x_{2n}, y_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$ су координате које дефини-



4. ПРОРАЧУН ПОДУЖНЕ ОТПОРНОСТИ И КАРАКТЕРИСТИЧНЕ ИМПЕДАНСЕ

Када се МЕЕ примени на двојични вод са Сл.2., подужна капацитивност посматраног вода може се одредити као

$$C' = \frac{\sum_{n=1}^{N_1} q_{1n}}{2U} \quad (6)$$

за симетричан режим, односно,

$$C' = \frac{\sum_{n=1}^{N_1} q_{1n} + \sum_{n=1}^{N_2} q_{2n}}{U} \quad (7)$$

за асиметричан режим. Карактеристична импеданса се одређује на основу израза

$$Z_c = \frac{\sqrt{\epsilon\mu}}{C'} \quad (8)$$

Наведени изрази могу се користити у случају када се МЕЕ примењује на вод са Сл.2. уз коришћење Гринево функције [1], као и у случају када се и кошуљица замењује еквивалентним електродама.

Када се применом МЕЕ одређује подужна отпорност R' двојичног вода са Сл.2., полази се од израза

$$R' H' = \oint_{c_1} R_s H_1 H_1' dl + \oint_{c_2} R_s H_2 H_2' dl + \oint_{c_3} R_s H_3 H_3' dl, \quad (9)$$

где је R_s површинска отпорност материјала од којег је начињена кошуљица и унутрашње електроде, H_1 је тангенцијална компонента магнетног поља, док је са I означена струја кроз проводнике вода. Први, други и трећи члан на десној страни израза (9) представљају подужну снагу Џулових губитака у првој електроди, другој електроди и кошуљици, респективно. При томе су са C_1 и C_2 означене контуре на које се ослањају попречни пресеци електроде 1, односно електроде 2, док је са C_0 означена контура на коју се ослања кошуљица.

Како се код примене МЕЕ површинска густина наелектрисања на површини електроде може израчунати као $\eta = q_n / l_n$, где је q_n подужно наелектрисање n -те ЕЕ, а l_n ширина тракастог дела електроде који замењује n -та ЕЕ [1], то се за интензитет електричног поља, на површини електроде добија

$$E = \eta / \epsilon = q_n / l_n \epsilon \quad (10)$$

Комбинацијом израза (10) и (9) са релацијама $I = q' / \sqrt{\epsilon\mu}$ и $E/H = \sqrt{\mu/\epsilon}$, добија се

$$R' \left(\sum_{n=1}^{N_1} q_{1n} \right)^2 = R_s \sum_{n=1}^{N_1} \frac{q_{1n}^2}{l_{1n}} + R_s \sum_{n=1}^{N_2} \frac{q_{2n}^2}{l_{2n}} + R_s \sum_{n=1}^{N_3} \frac{q_{3n}^2}{l_{3n}} \quad (11)$$

за симетричан режим, односно

$$R' \left(\sum_{n=1}^{N_1} q_{1n} + \sum_{n=2}^{N_2} q_{2n} \right)^2 = R_s \sum_{n=1}^{N_1} \frac{q_{1n}^2}{l_{1n}} + R_s \sum_{n=1}^{N_2} \frac{q_{2n}^2}{l_{2n}} + R_s \sum_{n=1}^{N_3} \frac{q_{3n}^2}{l_{3n}} \quad (12)$$

за асиметричан режим на воду. На основу претходна два израза могуће је одредити подужну отпорност вода. У случају када се МЕЕ примењује уз коришћење Гринево функције [1], није могуће интензитет електричног поља на површини кошуљице одредити користећи израз (10), па се интензитет електричног поља одређује коришћењем израза $E = -grad\phi$. Пошто се тангенцијална компонента магнетног поља одреди као $H_t = E/Z_d$, где је $Z_d = \sqrt{\mu/\epsilon}$, да би се одредили губици у кошуљици вода потребно је израчунати вредност интеграла $\oint_{c_0} R_s H_t H_t' dl$. У конкретном случају овај интеграл

се не може решити у затвореном облику, па је га је неопходно решавати нумерички. На Сл.7. приказане су нормализоване вредности карактеристичне импедансе и подужне отпорности вода са Сл.2., у функцији односа h/b , за симетричан (Сл.7а) и асиметричан (Сл.7б) режим на воду. Вредности добијене применом МЕЕ и Гринево функције [1] означене су пуном линијом (I), док су вредности одређене директним применом МЕЕ без коришћења функције [1] означене испрекиданом линијом (II и III). Може се уочити веома добро слагање резултата добијених на један и други начин, при чему је разлика између њих утолико мања, уколико је број ЕЕ већи.

ишу положај средишта ЕЕ, док је $G(x, y, x_n, y_n)$ Гринава функција за подужно наелектрисање у правоугаоној кошуљци, одређена изразом (1).

Израз за потенцијал (2) аутоматски задовољава услов да се кошуљица налази на нултом потенцијалу, док се непозната оптерећења ЕЕ одређују из граничног услова да је потенцијал на површини електрода познат. Тако се из услова да је на електроди 1, у тачкама $x_{1n}, y_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$ и електроди 2 у тачкама $x_{2n}, y_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$ вредност потенцијала $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ респективно, формира систем од укупно $N_1 + N_2$ једначине. При томе се, приликом формирања једначине за потенцијал n -те ЕЕ, потенцијал који ствара наелектрисање q_n не рачуна на оси, већ на површини n -те ЕЕ. Адитивна константа φ_0 одређује се из услова да је алгебарска сума свих подужних наелектрисања ЕЕ једнака нули.

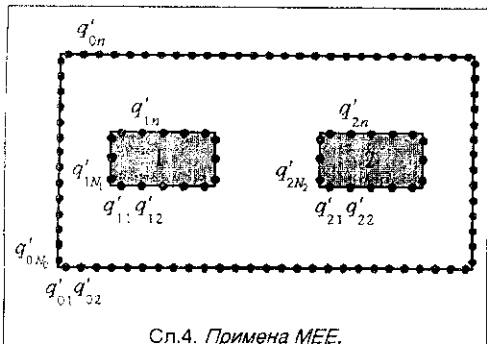
$$\sum_{n=1}^{N_1+N_2+N_0} q_n = 0. \quad (5)$$

МЕЕ могуће је применити и тако што ће поред унутрашњих електрода, и кошуљица оклопљеног вода бити замењена са укупно N_0 ЕЕ (Сл.4.). Израз за потенцијал у овако формираном систему има облик

$$\varphi = \sum_{n=1}^{N_1} q'_{1n} G(x, y, x_{1n}, y_{1n}) + \sum_{n=1}^{N_2} q'_{2n} G(x, y, x_{2n}, y_{2n}) + \sum_{n=1}^{N_0} q'_{0n} G(x, y, x_{0n}, y_{0n}) + \varphi_0, \quad (3)$$

где су $q'_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$, $q'_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$ и $q'_{0n}, n = 1, 2, \dots, N_0$ непозната подужна наелектрисања ЕЕ, $x_{1n}, y_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$, $x_{2n}, y_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$ и $x_{0n}, y_{0n}, n = 1, 2, \dots, N_0$ су координате које дефинишу положај средишта ЕЕ, φ_0 је адитивна константа, док је $G(x, y, x_n, y_n)$ Гринава функција одређена изразом

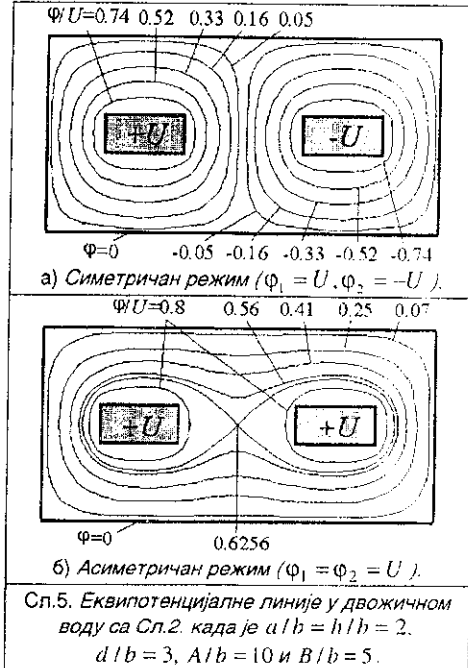
$$G(x, y, x_n, y_n) = -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}. \quad (4)$$



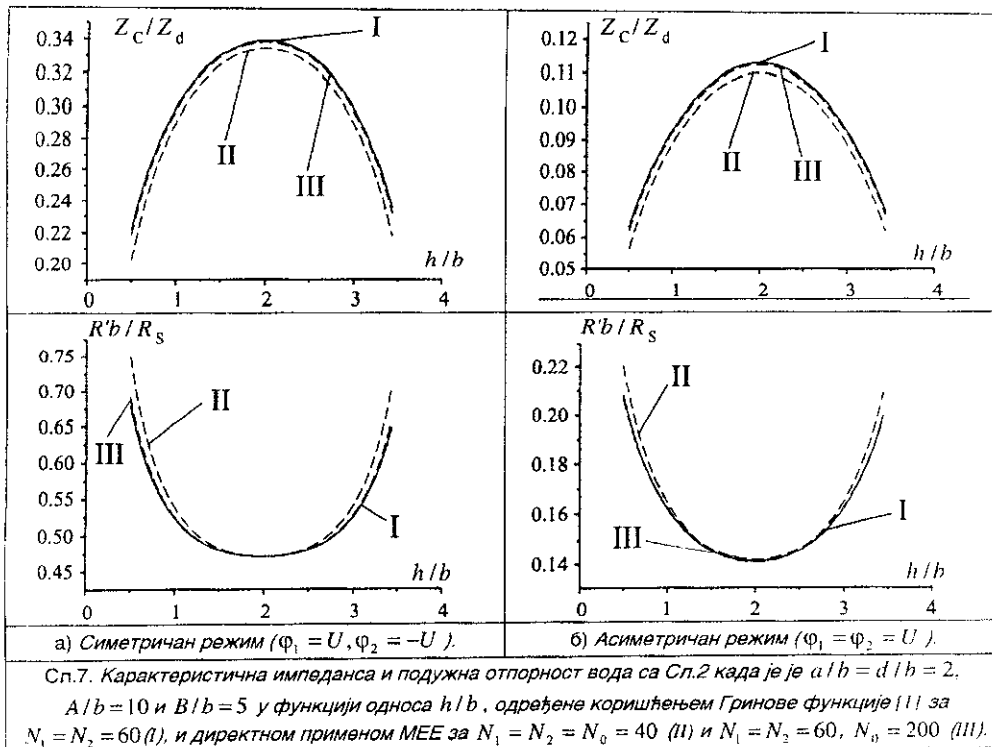
Сада се се непозната оптерећења ЕЕ одређују из граничног услова да је потенцијал на површини електрода и кошуљице познат. Тако је у тачкама које се налазе на унутрашњим електродама, $x_{1n}, y_{1n}, n = 1, 2, \dots, N_1$ и $x_{2n}, y_{2n}, n = 1, 2, \dots, N_2$ вред-

ност потенцијала $\varphi = \varphi_1$ и $\varphi = \varphi_2$ респективно, док је у тачкама на кошуљци, $x_{0n}, y_{0n}, n = 1, 2, \dots, N_0$, потенцијал једнак нули. При томе се, слично као и код претходно описаног начина примене МЕЕ када је коришћена Гринава функција [1] (Сл.3.), приликом формирања једначине за потенцијал n -те ЕЕ, потенцијал који ствара наелектрисање q_n не рачуна на оси, већ на површини n -те ЕЕ. Адитивна константа φ_0 одређује се из услова да је алгебарска сума свих подужних наелектрисања ЕЕ једнака нули.

Еквипотенцијалне линије добијене применом МЕЕ и коришћењем израза за Гринаву функцију (1) за двојични вод у симетричном и асиметричном режиму приказане су на Сл.5. а) и б), респективно. На Сл.6. приказана су геометријска места тачака у којима је интензитет електричног поља константан, у симетричном (Сл.6.а) и асиметричном (Сл.6.б) режиму, добијена применом МЕЕ када се и електроде и кошуљица замењују помоћу ЕЕ (Сл.2.). Како су то истовремено и геометријска места тачака у којима је запреминска густина енергије електромагнетног поља константна, линије приказане на Сл.6. називају се још и еквиенергетским кривама.



Посматрањем Сл.5. и Сл.6. може се уочити да еквипотенцијалне, односно еквиенергетске криве добијене различитим приступом у примени МЕЕ одговарају међусобно једна другој.



5. ЗАКЉУЧАК

У раду је применом МЕЕ [1] анализиран двојични оклопљени вод са проводницима правоугаоног попречног пресека у симетричном и асиметричном режиму. При томе је коришћен један недавно предложени израз за Гринову функцију за потенцијал сталног подужног наелектрисања велике дужине, постављеног унутар кошуљице правоугаоног попречног пресека, паралелно њеним зидовима [2]. Приказане су еквипотенцијалне и еквиенергетске кризе. Одређена је карактеристична импеданса и подужна отпорност посматраног вода. Добијени резултати показују да је применом МЕЕ могуће на релативно једноставан начин одредити параметре водова различитог попречног пресека проводника.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. M. Veličković, "Equivalent Electrodes Method", *Scientific Review*, pp. 207-248, Belgrade, 1996.
- [2] Veličković Đ. M., "Line Charge in Rectangular Shield", 8th International IGTE Symposium, Graz, Austria, 21-24. September 1998., Proceedings of Papers, pp. 327-330
- [3] D. M. Veličković, "TEM Analysis of Transmission Lines Using Equivalent Electrodes Method", 3rd International Conference on Telecommunications in Modern Satellite, Cable and Broadcasting Services, TELSIS '97, Niš, Yugoslavia, October 8-10. 1997., Proceedings of Papers, pp. 64-73

- [4] D. M. Veličković, N. N. Cvetković, I. Mladenović, "Potential and electric field strength calculation of bus-bars", First Conference on Electrical Engineering & Electronics-EE '98, Gabrovo, Bulgaria, December 3-5., 1998., Proceedings, pp 37-42
- [5] Н. Н. Цветковић, Д. М. Величковић, "Оклопљени водови са проводницима правоугаоног попречног пресека", XLIII Конференција ЕТРАН, Златибор, 20-23. септембра 1999. године, Зборник радова, Свеска II, стр. 176-179
- [6] Миролубов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н., *Методи расчета электростатических полей*, ВШШАЯ ШКОЛА, Москва 1963., стр. 178-199

Abstract - The approximate calculation of the characteristic impedance and resistance per unit length of shielded lines with conductors having rectangular cross section based on the EEM [1] is presented. By that, one new form of Green's functions of line charge in rectangular shield [2] is used. Both, symmetric and asymmetric regime are obtained. The equipotential and equienergetic curves are also plotted.

TWO WIRE SHIELDED LINE WITH RECTANGULAR CONDUCTORS

Nenad N. Cvetković