

## DINAMIČKO MODELIRANJE REČNOG BRODA

Vladimir Zeljković, Ljubiša Draganović, LOLA Institut, Beograd, Kneza Višeslava 70a

*Sadržaj* - U radu se izlaže dinamički model (rečnog) broda. Polazeći od osnovnih zakona dinamike kretanja, prikazan je nelinearni model kretanja, zatim se vrši njegovo uprošćenje i prezentuje linearizovani model kretanja. Upravlјivost broda se obično iskazuje preko prečnika zaokreta i cik-cak manevara. Prikazan je način proračuna prečnika zaokretanja broda sa linearnim i modifikovanim linearnim modelom. Modifikacija linearnog modela obuhvata procemu nelinearnog doprinosa upravlјačkih derivativa, hidrodinamičkih statičkih derivativa i efekta "slobodne komande". Analiziran je primer rečnog broda. Urađen je proračun prečnika zaokreta broda pomoću linearnog i modifikovanog linearnog modela. Urađena je nelinearna simulacija zaokreta i cik-cak manevar i rezultati upoređeni sa linearnim i modifikovanim linearnim proračunom.

### 1. UVOD

Pri kretanju broda ispoljavaju se dve osobine: stabilnost (sposobnost broda da zadrži zahtevane parametre kretanja pri poremećajima i da se vrati u početne ustaljene uslove kretanja pre poremećaja), i upravlјivost (sposobnost broda da brzo promeni (početne) parametre kretanja i da se usmeri ka željenom pravcu). Na stabilnost i upravlјivost broda utiču geometrijski oblik broda (geometrijski oblik broda određuje hidrodinamičke sile i momente), masa i moment inercije i geometrija i efikasnost kormila kao upravlјačke površine.

U fazi projektovanja broda vrši se određivanje geometrijskog oblika broda, procenjuju/proračunavaju se upravlјačke površine, na osnovu čega se vrši procena hidrodinamičkih derivativa. Na početku se radi linearna analiza stabilnosti i upravlјivosti. U kasnijim fazama se vrše ispitivanja modela broda u hidrodinamičkim bazenima, gde se dobiju kompletni nelinearni članovi sile i momenata trupa broda i upravlјačkih površina. Vršiti se analiza stabilnosti. Nelinearnom simulacijom se određuju karakteristike dinamike broda pri većim odstupanjima od ravnotežnog stanja. Posebno se vrši proračun taktičkog prečnika broda i cik-cak manevara. Rezultati se upoređuju sa zahtevima i propisima. Realizovani brod se podvrgava testiranju u cilju određivanja parametara stabilnosti i upravlјivosti i upoređenje sa postavljenim zahtevima i propisima. Treba napomenuti da za brodove nisu suviše oštri zahtevi stabilnosti. Čak se dozvoljava za velike brodove i određeni nivo nestabilnosti [1]. U pogledu manevarskih sposobnosti propisi zahtevaju određen prečnik taktičkog zaokreta i dobre dinamičke osobine u cik-cak manevaru. Najčešće se zahteva, za velike brodove preko 100 m dužine, taktički prečnik manji od 5 dužina broda, [2]. Prvi ugao preskoka ugla kursa u cik-cak

manevaru treba da je manji od 25° za brodove kod kojih je  $L/V$  30 ili više sekundi, pri otklonu kormila 20°/20°. Propisi definišu uslove pri kojima se vrši ispitivanje brodova pri proveru stabilnosti i upravlјivosti (snaga motora, dubina vode,...).

U ovom radu su prikazani nelinearni, linearni i modifikovani linearni model broda koji mogu poslužiti pri početnim i detaljnim analizama dinamike broda. Prikazan je primer rečnog broda. Urađena je linearna analiza zaokreta broda, nelinearna simulacija zaokreta i cik-cak manevar, a zatim su upoređeni rezultati.

### 2. NELINEARNE JEDNAČINE KRETANJA BRODA

Razmatrano je kretanje broda sa tri stepena slobode (uzdužna i bočna translacija i rotacija oko vertikalne ose). Kretanje broda opisuju dinamičke i kinematske jednačine. Dinamičke jednačine broda se izvode primenom Nutnovih zakona za koordinatni sistem vezan za brod i pokazuju kretanje broda pod dejstvom sila i momenata. Kinematske jednačine pokazuju kretanje centra mase i orijentaciju broda u prostoru u odnosu na nepokretni (geodetski) koordinatni sistem.

Tri nelinearne dinamičke jednačine kretanja broda [3] su:

$$m \cdot (\dot{u} - v \cdot r) = X_H + X_T + X_\delta + X_w,$$

$$m \cdot (\dot{v} + u \cdot r) = Y_H + Y_T + Y_\delta + Y_w, \quad (1)$$

$$I_z \cdot \dot{r} = N_H + N_T + N_\delta + N_w.$$

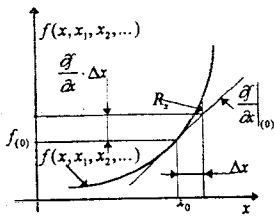
gde su:  $u, v, r$  - veličine stanja (uzdužna brzina, bočna brzina i ugaona brzina skretanja, respektivno);  $m$  - masa broda;  $I_z$  - moment inercije za vertikalnu osu;  $X_H, Y_H, N_H$  - komponente hidrodinamičkih sila i momenata;  $X_T, Y_T, N_T$  - komponente sila i momenata potiska;  $X_\delta, Y_\delta, N_\delta$  - komponente upravlјačkih sila i momenata;  $X_w, Y_w, N_w$  - komponente poremećaja sila i momenata. Hidrodinamičke komponente sila i momenata su nelinearne funkcije promenljivih i njihovih izvoda

$$X_H = X_H(u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}),$$

$$Y_H = Y_H(u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}), \quad (2)$$

$$N_H = N_H(u, \dot{u}, v, \dot{v}, r, \dot{r}).$$

Pri nelinearnoj simulaciji se koriste nelinearne funkcije hidrodinamičkih sila i momenata. Linearizacija hidrodinamičkih članova se vrši za stacionarne parametre kretanja, sl. 1, tako da se dobiju hidrodinamičke sile i momentat u funkciji linearnih hidrodinamički članova (derivativa)



Sl. 1. Linearizacija funkcije oko tačke

$$\begin{aligned}
 X_H &= X_{H(0)} + X_{Hv} \cdot (u - u_0) + X_{Hu} \cdot \dot{u} + X_H(\beta), \\
 Y_H &= Y_{Hv} \cdot v + Y_{H\dot{v}} \cdot \dot{v} + Y_{Hr} \cdot r + Y_{H\dot{r}} \cdot \dot{r}, \\
 N_H &= N_{Hv} \cdot v + N_{Hr} \cdot r + N_{H\dot{v}} \cdot \dot{v} + N_{H\dot{r}} \cdot \dot{r},
 \end{aligned} \quad (3)$$

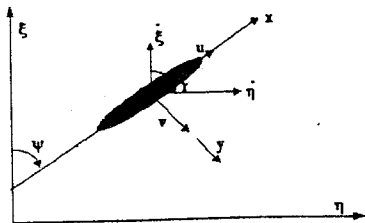
gde je  $X_{H(\bullet)}, Y_{H(\bullet)}, N_{H(\bullet)}$  oznaka za hidrodinamičke derivate po (\*) promenljivoj.

Pri proceni derivata se razdvaja uticaj trupa broda i uticaj kormila,

$$\begin{aligned}
 X_{H(\bullet)} &= X_{H(\bullet)}^t + X_{H(\bullet)}^k, \\
 Y_{H(\bullet)} &= Y_{H(\bullet)}^t + Y_{H(\bullet)}^k, \\
 N_{H(\bullet)} &= N_{H(\bullet)}^t + N_{H(\bullet)}^k,
 \end{aligned} \quad (4)$$

Kinematске jednačine koje pokazuju kretanje centra mase broda u odnosu na inercijalni koordinatni sistem  $(\xi, \eta)$ , sl. 2, su:

$$\begin{aligned}
 \dot{\xi} &= u \cdot \cos \psi - v \cdot \sin \psi, \\
 \dot{\eta} &= u \cdot \sin \psi + v \cdot \cos \psi, \\
 \dot{\psi} &= r.
 \end{aligned} \quad (5)$$



Sl. 2. Položaj i orijentacija broda u inercijalnom koordinatnom sistemu

Nelinearne jednačine kretanja broda se najčešće predstavljaju u obliku:

$$m \cdot (\dot{u} - v \cdot r) = X_H^t(u, \beta) + X_{Hv} \cdot \dot{u} + X_T + X_k(u, \delta, \beta) + X_w$$

$$\begin{aligned}
 m \cdot (\dot{v} + u \cdot r) &= Y_H^t(u, \beta) + Y_{Hv} \cdot \dot{v} + Y_{H\dot{r}} \cdot \dot{r} + Y_{Hr} \cdot r + \\
 &+ Y_T + Y_k(u, \delta, \beta) + Y_w \\
 I_z \cdot \dot{r} &= N_H^t(u, \beta) + N_{Hr} \cdot r + N_{Hv} \cdot \dot{v} + N_{H\dot{r}} \cdot \dot{r} + N_T + \\
 &+ N_k(u, \delta, \beta) + N_w \\
 \beta &= \arctg \frac{-v}{u}
 \end{aligned} \quad (6)$$

$$\psi(t) = \psi_0 + \int_0^t r(t) dt$$

$$\xi(t) = \xi_0 + \int_0^t (u(t) \cdot \cos \psi(t) - v(t) \cdot \sin \psi(t)) dt$$

$$\eta(t) = \eta_0 + \int_0^t (u(t) \cdot \sin \psi(t) + v(t) \cdot \cos \psi(t)) dt$$

gde su nelinearni inercijalni članovi, hidrodinamičke komponente trupa broda, i sile i moment kormila.

### 3. LINEARNE JEDNAČINE KRETANJA BRODA

Pri linearnoj analizi se uzima da kretanje broda ne odstupa značajno od počenoг stanja. Pri tome se vrši razdvajanje kretanja. Uzdužno kretanje opisano je jednačinom sila u x pravcu, poprečno-smerno kretanje je određeno jednačinama sila u y pravcu i momenta oko z ose

$$\begin{aligned}
 (m - Y_{Hv}) \cdot \dot{v} - Y_{Hv} \cdot v - Y_{H\dot{r}} \cdot \dot{r} + (m \cdot u_0 - Y_{Hr}) \cdot r &= Y_{H\delta} \cdot \delta \\
 (I_z - N_{Hr}) \cdot \dot{r} - N_{Hr} \cdot r - N_{Hv} \cdot \dot{v} - N_{Hv} \cdot v &= N_{H\delta} \cdot \delta
 \end{aligned} \quad (7)$$

Jednačine su često prikazuju u bezdimenzionalnom obliku, pri čemu su i koordinate stanja i derivativi dati u bezdimenzionom obliku [1,3,4,5]:

$$\begin{aligned}
 (m - Y'_v) \cdot \dot{v}' - Y'_v \cdot v' - Y'_r \cdot r' + (m' - Y'_r) \cdot r' &= Y'_\delta \cdot \delta, \\
 (I'_z - N'_r) \cdot \dot{r}' - N'_r \cdot r' - N'_v \cdot \dot{v}' - N'_v \cdot v' &= N'_\delta \cdot \delta.
 \end{aligned} \quad (8)$$

Linearne jednačine služe za analizu stabilnosti. Na bazi linearnih jednačina se može odrediti funkcija prenosa ugaone brzine skretanja broda po otklonu kormila

$$W'_\delta(s) = k'_\delta \cdot \frac{bs + 1}{a_0 s^2 + a_1 s + 1} \quad (9)$$

Ova jednačina se koristi pri određivanju manevarskih karakteristika i upravljivosti broda. Sem toga ona služi kao polaz pri sintezi autopilota kursa broda i sistema automatskog upravljanja.

Linearne jednačine (8) se mogu iskoristiti i za grubu procenu radijusa zaokreta broda,

$$R = \frac{V}{r} = \frac{V}{k'_\delta \cdot \delta} \quad (10)$$

$$t_R = \frac{2 \cdot \pi}{k'_\delta \cdot \delta} \quad (10a)$$

što je jedan od osnovnih pokazatelja manevara broda. U stacionarnom zaokretu su izvodi koordinata r i v nula pa se sistem (8) svodi na

$$Y'_v \cdot v' + (m' - Y'_r) \cdot r' = Y'_{\delta} \cdot \delta,$$

$$N'_r \cdot r' - N'_v \cdot v' = N'_{\delta} \cdot \delta. \quad (11)$$

U predhodnim izrazima su svi derivativi linearni. Poznato je da na stacionarni zaokret i manevar broda najviše utiče efikasnost kormila preko derivativa  $Y_{\delta}$  i  $N_{\delta}$ , i hidrodinamički moment trupa broda izražen kroz derivativ  $N_{\delta v}$ . Ove hidrodinamičke veličine su (izrazito) nelinearne. Ako se uticaj nelinearnosti proceni i uključi u model dobiće se modifikovani linearni izrazi

$$Y'_{v-m} \cdot v' + (m' - Y'_r) \cdot r' = Y'_{\delta-m} \cdot \delta,$$

$$N'_r \cdot r' - N'_{v-m} \cdot v' = N'_{\delta-m} \cdot \delta. \quad (12)$$

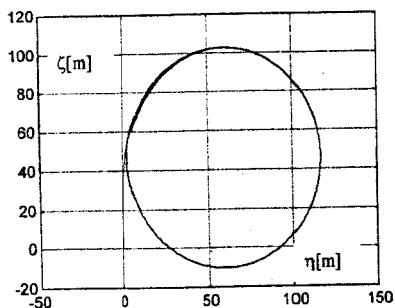
koji mogu poslužiti za bolju procenu manevarskih karakteristika broda u ranim fazama projekta.

#### 4. PRIMER

Razmatran je brzi rečni brod. Upravljačka površina je 4.14% bočne površine broda. Za brod su urađeni proračuni mase i momenta inercije, uzeti su podaci upravljačkih veličina dobivenih pri ispitivanju, a hidrodinamički derivativi (linearni i nelinearni) su procenjeni.

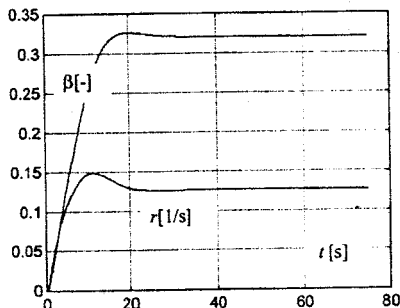
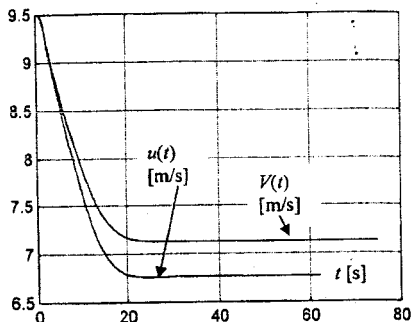
Analiza linearnog modela pokazuje da je brod stabilan. Proračun stacionarnog zaokreta primenom linearnog modela pokazuje  $D/L=4$ . Kad se uključi doprinos nelinearnosti sila i momenta kormila i hidrodinamičkog derivativa momenta trupa pri bočnoj brzini, kao i efekat "slobodnog kormila", u modifikovani model, dobija se  $D/L=3.22$ .

Nelinearna simulacija zaokreta, sl.3, pokazuje  $D/L=3.05$ , što je relativno blisko proračunu pri korišćenju modifikovanog linearnog modela.



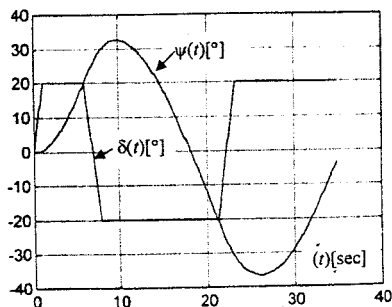
Sl.3. Nelinearna simulacija zaokreta

Na početku izvođenja zaokreta broda brzina je bila  $U_0=9.5$  m/s, a u uslovima stacionarnog kruženja uzdužna brzina pada ispod 7.0 m/s, sl. 4. Simulacija taktičkog prečnika broda je rađena pri maksimalnom otklonu kormila. Ugaona brzina skretanja i ugao klizanja pokazuju relativno dobar prelazni proces.

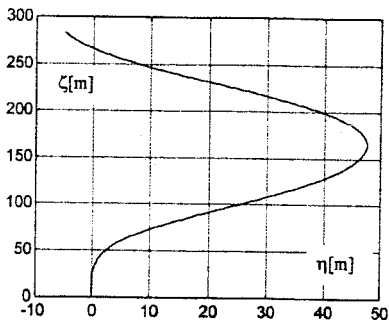


Sl. 4. Promena brzine i ugla klizanja u zaokretu broda

Za određivanje manevarskih osobina broda je obavezna analiza i provera (testiranje) cik-cak manevara (ili Z-manevra). Izgled manevara i vrednosti dobivene nelinearnom simulacijom su pokazane na sl. 5, pri otklonu kormila  $20^\circ/20^\circ$ .



Sl. 5. Cik-cak manevar broda sa otklonom kormila  $20^\circ/20^\circ$



Sl. 5. Cik-cak manevar broda sa otklonom kormila 20°  
- putanja broda

Preskok ugla kursa u prvom prolazu je  $\psi=13^\circ$ , a u drugom prolazu je  $\psi=16^\circ$ , što ukazuje na prihvatljivije manevarske karakteristike.

Rezultati linearnog, modifikovanog linearnog proračuna i nelinearne simulacije dinamike broda su pokazali povoljnost u primeni ovakvih modela posebno u ranim fazama projekta kada je potrebno oceniti stabilnost i manevarske mogućnosti broda.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu su pokazani nelinearni model dinamike broda, linearni i modifikovani linearni model. Ovakvi modeli se mogu koristiti pri početnim procenama i analizama dinamike broda, kao i u fazama detaljnog proračuna. Posebna upotreba ovih modela je za procenu i projektovanje upravljačkih površina. Koriste se za analizu i upoređenje rezultata merenja dinamike broda (stabilnosti i upravljivosti) sa postavljenim kriterijumima. Posebno je istaknuta pogodnost modifikovanog linearnog modela za određivanje taktičkog prečnika zaokreta broda. Modifikacija linearnog modela uključuje doprinos nelinearnosti upravljačkih derivativa, statičkih hidrodinamičkih članova i efekat "slobodne komande".

U radu je pokazan primer rečnog broda. Urađena je nelinearna simulacija, linearni i modifikovani linearni proračun i upoređeni rezultati. Nelinearna simulacija i modifikovani linearni model pokazuju dobro slaganje u pogledu određivanja taktičkog prečnika broda. Nelinearna simulacija pokazuje, takođe, značajno smanjenje brzine broda u stacionarnom kruženju pri maksimalnom otklonu kormila.

## LITERATURA

- [1] Grupa autora (1980) : Principles of NAVAL ARCHITECTURE, Fifth reprinting, Editor E. V. Lewis, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 74 Trinity Place, New York,
- [2] — INTERNATIONAL MARITIME ORGANIZATION: "Interim Standards for Ship Manoeuvrability", IMO Resolution A.751 (18), 1993.
- [3] V. Zeljković, Lj. Draganović, "Dinamika i automatsko upravljanje broda", U izdanju LOLA Instituta, 1999.
- [4] R. Bhattacharyya, : Dynamics of Marine Vehicles, John Wiley & Sons, New York, 1979.
- [5] Grupa autora (1989) : Principles of NAVAL ARCHITECTURE, Volume III - Motions in Waves and Controlability, Editor E. V. Lewis, The Society of Naval Architects and Marine Engineers, 74 Trinity Place, New York,

**Abstract** - The ship dynamic models are presented. Starting from the basic equations of motions, the nonlinear model, linearisation and linear model are presented. The maneuverability and turning ability are determined by tactical diameter and yaw angle overshoot (Z - maneuver). The linear and modified linear model are used to estimate tactical diameters. Modified linear method takes into account the contribution of nonlinear derivatives (control derivatives and  $Y_v, N_v$  - derivatives) and "control free" effect. As an example, small ship is analysed. The tactical diameter is calculated by linear and modified linear model. Then nonlinear simulation of turning and Z - maneuver are done and the results compared. The modified linear model and nonlinear simulation gives close results.

## DYNAMIC MODELING OF THE (SMALL) SHIP

Vladimir Zeljković, Ljubiša Draganović