

ОКЛОПЉЕНИ ВОДОВИ СА ПРОВОДНИЦИМА ПРАВОУГАОНОГ ПОПРЕЧНОГ ПРЕСЕКА

Ненад Н. Цветковић, Драгутин М. Величковић, *Електронски Факултет у Нишу*

Садржај - *Оклопљени водови са проводницима правоугаоног попречног пресека решавани су помоћу метода еквивалентне електроде.*

1. УВОД

У раду се посматрају оклопљени водови чија је кошуљица, а такође и унутрашњи проводници, правоугаоног попречног пресека. При томе се користи метод еквивалентне електроде (МЕЕ) [1,5], тако што се унутрашњи проводници вода замењују помоћу система еквивалентних електрода (ЕЕ), а потенцијал који оне стварају одређује помоћу једног новог, скоро предложеног израза, за брз и тачан прорачун Гринових функција за потенцијал сталног подужног наелектрисања велике дужине постављеног унутар кошуљице правоугаоног попречног пресека паралелно њеним зидовима [2].

2. ГРИНОВА ФУНКЦИЈА ЗА ПОТЕНЦИЈАЛ



Сл.1. Стално подужно наелектрисање унутар кошуљице правоугаоног попречног пресека.

Када се решавају оклопљени водови са кошуљицама правоугаоног попречног пресека неопходно је најпре одредити Гринову функцију за потенцијал сталног подужног наелектрисања велике дужине постављеног унутар кошуљице паралелно њеним зидовима, као на Сл.1. У те сврхе се може користити неколико приступа [2-4]. Тако се Гринова функција може одредити помоћу вишеструке примене метода огледања у односу на равна огледала која се поклапају са страницима кошуљице и тада се као еквивалентни систем добија неограничена површинска решетка сачињена од позитивних и негативних ликова. Такође се Гринова функција може одредити применом метода Роговског, затим интеграцијом Пуасонове једначине помоћу метода раздвајања променљивих, као и помоћу конформних пресликавања. Нажалост, сви побројани методи доводе до решења у облику споро конвергентних неограничених редова, а при примени конформних пресликавања потребно је још решавати приближно нумерички трансцендентне једначине. Са циљем

да отклони поменути тешкоће, један од потписаних аутора је недавно објавио једно ново решење за прорачун поменутих Гринево функције које се темељи на заједничкој примени метода раздвајања променљивих и конформних пресликавања и које се састоји од збира једног члана који је у затвореном облику и једног реда изузетно брзо конвергенције. Детаље о извођењу овог израза читаоци могу пронаћи у Реф.2, а овде ће бити само приказан израз за Гринову функцију.

$$G = \frac{\Phi}{q'} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \left[\frac{\text{ch}\left(\pi \frac{x-A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y+B}{b}\right)}{\text{ch}\left(\pi \frac{x-A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y-B}{b}\right)} \times \frac{\text{ch}\left(\pi \frac{x+A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y-B}{b}\right)}{\text{ch}\left(\pi \frac{x+A}{b}\right) - \cos\left(\pi \frac{y+B}{b}\right)} \right] \quad (1)$$

$$- \frac{2}{\pi\epsilon} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-p_n a}}{n \text{sh}(p_n a)} \sin(p_n B) \text{sh}(p_n x) \sin(p_n y),$$

где је $p_n = n\pi/b$.

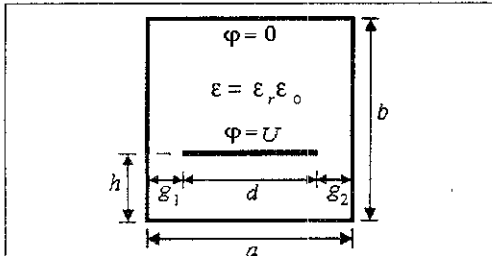
Како се то може закључити из овог израза чланови добијеног реда опадају са порастом индекса по експоненцијалном закону, тако да овај ред веома брзо конвергира. Конвергенција реда је најбржа на зиду $x=0$ и опада ка наспрамној страници $x=a$. Такође је конвергенција утолико бржа уколико је страница a већа од странице b . Тако је конвергенција најслабија у случају кошуљице квадратног пресека, али су и тада резултати веома добри, што се може видети из Таблице I, у којој је приказано колико чланова реда треба сабрати па да Гринево функције буду срачунате тачно на шеснаест декадних цифара, а у случају када је x различито, $a=b$, $y=0.34b$, $A=0.4a$ и $B=0.35a$.

Таблица I

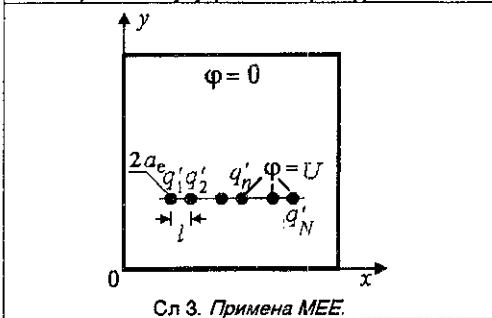
x/a	$4\pi\epsilon G$	број сабраних чланова реда
0	0.000 000 000 000 000	1
0.1	0.727 783 163 569 095	8
0.2	1.624 367 149 935 044	8
0.3	3.063 378 724 673 139	9
0.4	7.736 494 640 845 363	10
0.5	3.190 377 888 851 491	10
0.6	1.894 647 366 330 376	11
0.7	1.177 365 101 546 220	13
0.8	0.693 377 542 750 092	14
0.9	0.322 582 773 798 774	16
1	0.000 000 000 000 000	19

3. ПРИМЕНА МЕЕ

Са циљем да се не изгуби много на општости, примена МЕЕ биће детаљније илустрована на једноставном примеру коаксијалног вода, чија је кошуљица правоугаоног попречног пресека, а унутрашњи проводник трака занемарљиве дебљине, постављена као на Сл.2 [5].



Сл.2. Коаксијални вод са кошуљицом правоугаоног пресека и тракастим унутрашњим проводником.



Сл.3. Примена МЕЕ.

Нека је унутрашњи проводник замењен са N ЕЕ постављених уместо унутрашњег проводника вода (Сл.3). Ове ЕЕ имају кружне попречне пресеке полупречника $a_c = l/4$ и замењују тракасте делове унутрашњег проводника који су ширине $l = d/N$.

Тако се потенцијал унутар коаксијалног вода може приближно приказати као

$$\varphi = \sum_{n=1}^N q'_n G(x, y, x_n, y_n), \quad (2)$$

где су q'_n , $n = 1, 2, \dots, N$ непозната подужна наелектрисања ЕЕ, а G је Гринова функција одређена помоћу израза (1). Величине

$x_n = g_1 + (2n-1)l/2$ и $y_n = h$, $n = 1, 2, \dots, N$ (3) дефинишу положај средишта ЕЕ.

Израз (2) даје аутоматски за потенцијал кошуљице нулту вредност, па се непозната подужна наелектрисања ЕЕ могу одредити помоћу граничног услова да је потенцијал унутрашњег проводника познат и једнак U . Тако је на површини ЕЕ, на местима $x = x_{pm}$, $y = y_{pm} = y_n + a_c \delta_{mn}$, $m = 1, 2, \dots, N$, $\varphi = U$, где је δ_{mn} Кронекеров симбол,

Када се реше на овај начин добијене линеарне једначине и одреде наелектрисања ЕЕ, подужна капацитивност, C' , и карактеристична импеданса вода, Z_c , одређују се као

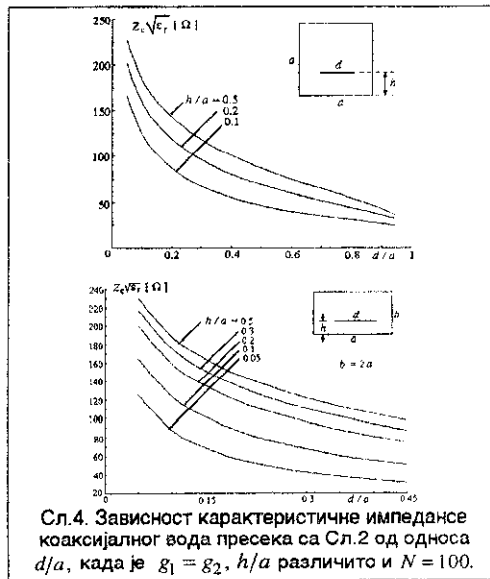
$$C' = \frac{1}{U} \sum_{n=1}^N q'_n \quad \text{и} \quad Z_c = \frac{\sqrt{\epsilon \mu}}{C'} \quad (4)$$

Како се то може видети из Таблице II, конвергенција резултата за карактеристичну импедансу са бројем ЕЕ је веома добра.

Таблица II: Карактеристична импеданса, $Z_c \sqrt{\epsilon_r}$, коаксијалног вода пресека са Сл.2, када је $a = b = 2d = 2h$, $g_1 = g_2$ и број ЕЕ N различит.

N	$Z_c \sqrt{\epsilon_r} [\Omega]$	N	$Z_c \sqrt{\epsilon_r} [\Omega]$
10	86.567	60	86.911
20	86.723	70	86.930
30	86.804	80	86.945
40	86.853	90	86.957
50	86.887	100	86.966

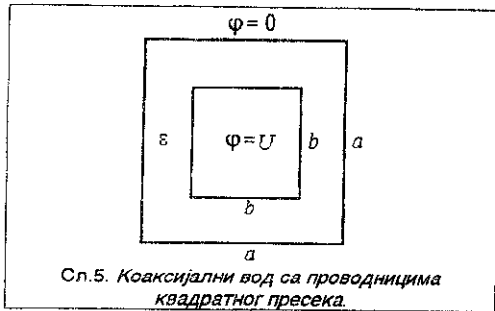
На Сл.4 приказана је карактеристична импеданса коаксијалног вода попречног пресека са Сл.2, када је кошуљица квадратног и правоугаоног попречног пресека.



Сл.4. Зависност карактеристичне импедансе коаксијалног вода пресека са Сл.2 од односа d/a , када је $g_1 = g_2$, h/a различито и $N = 100$.

3. ПРИМЕНА МЕЕ НА КОАКСИЈАЛНИ ВОД СА КВАДРАТНИМ ПРЕСЕКОМ ПРОВОДНИКА

Приказана анализа је примењена на коаксијални вод чији су проводници квадратног попречног пресека (Сл.5). У Таблици III су упоређени добијени резултати за карактеристичну импедансу са Bow-тал-овим вредностима [6,7], до којих се долази помоћу конформних пресликавања и констатовано је одлично слагање.



Сл.5. Коаксијални вод са проводницима квадратног пресека.

Таблица III: Карактеристична импеданса коаксијалног вода пресека са Сл.5, $Z_c \sqrt{\epsilon_r}$,

a/b	за различите односе a/b.	
	тачно (F. Bowman [6.7])	приказани метод
0.01	270.69	270.87
0.05	174.20	174.31
0.10	132.65	132.72
0.15	108.34	108.40
0.20	91.11	91.15
0.25	77.76	77.78
0.30	66.87	66.89
0.35	57.71	57.72
0.40	49.82	49.82
0.45	42.91	42.91
0.50	36.81	36.80
0.55	31.36	31.35
0.60	26.46	26.45
0.65	22.04	22.02
0.70	18.02	18.00
0.75	14.36	14.34
0.80	11.00	10.98
0.85	8.05	7.89
0.90	-	5.05
0.95	-	2.41
0.99	-	0.44

3. ПРИМЕНА МЕЕ НА ТРОЈИЧНЕ ОКЛОПЉЕНЕ ВОДОВЕ



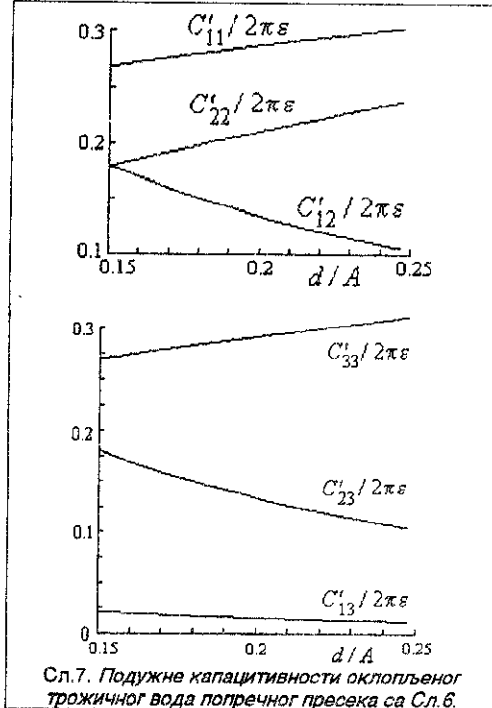
Сл.6. Оклопљен тројични вод са кошуљицом правоугаоног пресека.

Попречни пресек оклопљеног тројичног вода чији су унутрашњи проводници и кошуљица право-

гаоног попречног пресека приказан је на Сл.6. У овом случају између подужних оптерећења унутрашњих проводника, q'_1, q'_2, q'_3 , и њихових потенцијала, $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, постоје следеће линеарне везе,

$$\begin{aligned} q'_1 &= C'_{11}\varphi_1 + C'_{12}(\varphi_1 - \varphi_2) + C'_{13}(\varphi_1 - \varphi_3) \\ q'_2 &= C'_{12}(\varphi_2 - \varphi_1) + C'_{22}\varphi_2 + C'_{23}(\varphi_2 - \varphi_3) \quad (5) \\ q'_3 &= C'_{13}(\varphi_3 - \varphi_1) + C'_{23}(\varphi_3 - \varphi_2) + C'_{33}\varphi_3. \end{aligned}$$

где су C'_{nm} , $n, m = 1, 2, 3$ делимичне подужне капацитивности (Сл.7).



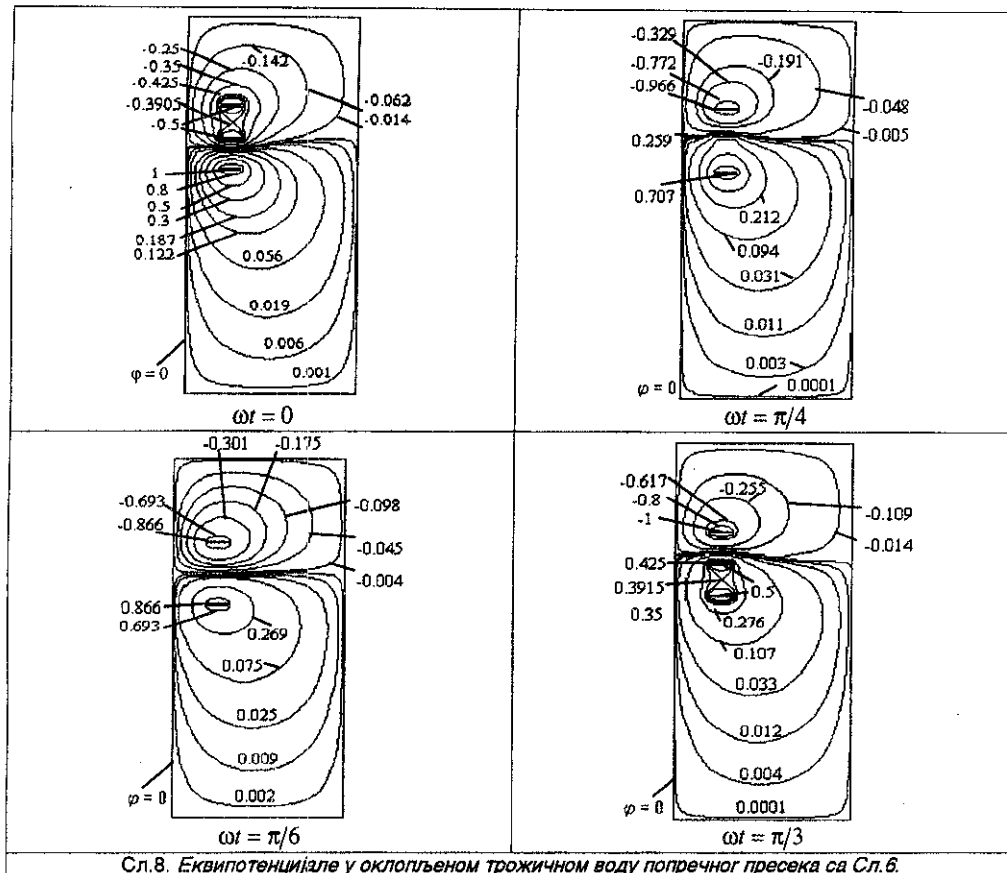
Сл.7. Подужне капацитивности оклопљеног тројичног вода попречног пресека са Сл.6.

На Сл.8 приказане су еквипотенцијале у оклопљеном тројичном воду попречног пресека са Сл.6, када су потенцијали проводника

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= U_m \cos(\omega t); \\ \varphi_2 &= U_m \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right); \text{ и} \quad (6) \\ \varphi_3 &= U_m \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right), \end{aligned}$$

и када је

$$\begin{aligned} \omega t &= 0, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4} \text{ и } \frac{\pi}{3}, U_m = 1[\text{V}], \\ \frac{B}{A} &= 2.5, \frac{a}{A} = 0.12, \frac{b}{A} = 0.01, \frac{l}{A} = 0.2, \\ \frac{h}{A} &= 1.5 \text{ и } \frac{d}{A} = 0.2. \end{aligned}$$



Сл.8. Еквипотенцијале у оклопљеном тројичном воду попречног пресека са Сл.6.

4. ЗАКЉУЧАК

За приближно нумеричко решавање оклопљених водова чији су унутрашњи проводници и кошуљица правоугаоног попречног пресека примењен је МЕЕ [1] са једним новим, недавно објављеним изразом за Гринову функцију за потенцијал подужног наелектрисања постављеног унутар правоугаоне кошуљице паралелно њеним зидовима [2]. Добијена је веома добра конвергенција и тачност резултата за потенцијал и компоненте поља, као и при прорачуну подужне капацитивности и карактеристичне импедансе.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. M. Veličković, "Equivalent Electrodes Method", *Scientific Review*, pp. 207-248, Belgrade, 1996.
- [2] D. M. Veličković, "Line Charge in Rectangular Shield", *IGTE Symposium*, Graz, 21-24 September 1998.
- [3] Н. Н. Миролубов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев, "Методы расчета электростатических полей", Издательство "Высшая школа", Москва 1983, pp.178 – 199.
- [4] J. Binns, P. J. Lawrenson, "Analysis of electric and magnetic field problems", Pergamon Press, Oxford, 1963., pp.124 – 136.
- [5] D. M. Veličković, Transmission Lines with Rectangular Shield, TELFOR98.
- [6] F. Bowman, "Proc. Lond. Math. Soc.", 1935, v. 39, p. 211; 1936, v. 41, p. 271.
- [7] M. A. R. Gunston, "Microwave Transmission - Line Impedance Data", Van Nostrand Reinhold Company LTD, New York, Cincinnati, Toronto, Melbourne, 1972.

Abstract - The approximate calculation of the characteristic impedance of shielded lines with rectangular conductors is based on the EEM [1] with one new form of Green's functions of line charge in rectangular shield [2]. The obtained method give very exact calculation with fast convergence of presented series and can be very useful in numerical solving of transmission lines with rectangular conductors.

SHIELDED LINE WITH RECTANGULAR CONDUCTORS

Nezad N. Cvetković, Dragutin M. Veličković