

**ANALIZA UTICAJA ADITIVNOG ŠUMA NA KARAKTERISTIKE RADARSKIH KOMPRESIONIH FILTERA**

Boris Zejak, *Institut IMTEL, Bulevar Lenjina 165-B, Beograd*  
 Bojan Zrnić, *Vojnotehnička akademija VJ, Beograd*

Sadržaj - U ovom radu je izvršena komparativna analiza nivoa bočnih snopova prilagođenih i razdešenih filtera u radarima sa fazno kodovanim signalom u zavisnosti od odnosa signal/šum na njihovom ulazu. Analiza je izvršena za različite tipove sekvenci.

**1. UVOD**

Radari sa proširenim spektrom u kojima se kodovanje signala obavlja primenom digitalnih polifaznih sekvenci, predstavljaju tipičan primer modernih radarskih sistema sa aspekta obrade signala.

U komunikacijama sa proširenim spektrom, prilagođeni filter se definiše kao linearni filter koji maksimizuje odnos signal/šum na svom izlazu, za dati oblik odaslanog signala. Primeri prilagođenog filtera kao detekcionog filtera u prijemniku radarskog sistema je praćena pojavom bočnih snopova na izlazu filtera. Ova pojava se naziva i sopstveni klater, jer maskira slabije odraze od bliskih ciljeva i izaziva lažne alarme kao i pravi klater.

Jedan od pristupa kojim se smanjuje nivo bočnih snopova je i direktna kontrola bočnih snopova projektovanjem razdešenih radarskih filtera. Razdešeni filteri se obično projektuju da minimizuju maksimalne bočne snopove (minimizacija neodređenosti) prema minimaksnom kriterijumu ili da minimizuju srednjekvadratne bočne snopove (minimizacija snage sopstvenog klatera) prema kriterijumu najmanje kvadratne greške. U radarima i sonarima, i prilagođeni i razdešeni filteri se nazivaju kompresioni filteri.

Aditivni šum na ulazu filtera je pojava inherentna procesu obrade signala, pa je neophodno izvršiti analizu njenog uticaja na parametre radarskih kompresionih filtera. U ovom radu je izvršena komparativna analiza nivoa bočnih snopova prilagođenih i razdešenih filtera u radarima sa fazno kodovanim signalom u zavisnosti od odnosa signal/šum na njihovom ulazu. Analiza je izvršena za tipične kodne sekvence.

**2. RADARSKI KOMPRESIONI FILTERI**

Kompleksni radarski signal sa fazno kodiranim impulsom dat je sa

$$\mu(t) = \sum_{n=1}^L u_i(t - nT), \quad (1)$$

gde je

$$u_i = \begin{cases} e^{j(\omega t + \theta_i)}, & 0 \leq t \leq T_i \\ 0, & \text{za drugo } t \end{cases} \quad (2)$$

i  $\theta_i$  je element fazne sekvence,  $i=1,2,\dots,L$ .

Sekvencu na izlazu koherentnog demodulatora je

$$\{s_n\} = \{s_1, s_2, \dots, s_i, \dots, s_L\} \quad (3)$$

pri čemu je

$$s_i = \begin{cases} e^{j\theta_i}, & 0 \leq t \leq T_i \\ 0, & \text{za drugo } t \end{cases} \quad (4)$$

kompleksna ovojnica signala, a L je dužina sekvence.

*Projektovanje razdešenih filtera IRLS procedurom*

Iterativnu ponderisanu LS proceduru za projektovanje razdešenih filtera predložili su P. Rapajić i A. Zejak [1,2]. Procedura je opisana sledećom matricnom jednačinom:

$$\hat{x}(k) = \left[ S^H(0)R(k-1)S(0) \right]^{-1} S^H(0)R(k-1)\Delta(k-1) \quad (5)$$

gde je  $\hat{x}$  vektor procenjenih koeficijenata filtera,  $[.]^H$  označava hermitsku operaciju, i  $S(0)$  je matrica signala koja ima konstantnu vrednost od jedne do druge iteracije. Matrica  $S(0)$  ima sledeći oblik:

$$S(0) = \begin{bmatrix} s_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ s_L & s_{L-1} & \dots & s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & s_L & s_{L-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & s_L \end{bmatrix}_{(L+M-1) \times M} \quad (6)$$

gde M predstavlja dužinu filtera.

U jednačini (5)  $R(k-1)$  je dijagonalna matrica težinskih koeficijenata u (k-1) iteraciji, opisana sa  $R(k) = \text{diag}(r(k))$ . Težinski vektor  $r(k)$  se formira adaptivnim podešavanjem sa ciljem minimizacije maksimalnih bočnih snopova signala na izlazu razdešenog filtera.

Željena autokorelaciona funkcija koja odgovara odzivu filtera u (k-1) iteraciji označena je sa  $\Delta(k-1)$  i jednaka je Dirakovom impulsu.

### Razdešeni filteri dobijeni modifikovanim RLS algoritmom

Ideja za projektovanje ove vrste razdešenih radarskih filtera uzeta je iz teorije adaptivnih filtera, gde se rekurzivni algoritam najmanjih kvadrata koristi kao mehanizam adaptacije [3]. Ako se primeni standardni RLS algoritam za stacionarni scenario ( $\lambda=1$ ), dobija se razdešeni filter optimalan u smislu nivoa srednjekvadratnih bočnih snopova. Da bi se poboljšala karakteristika filtera u pogledu nivoa maksimalnih bočnih snopova, modifikovan je standardni RLS algoritam uvođenjem kriterijuma

$$|e_k| \geq Th \quad (7)$$

gde  $Th$  predstavlja vrednost praga sa kojim se poredi vrednost trenutne greške.

Modifikovani RLS algoritam za projektovanje razdešenih filtera dat je sledećim jednačinama:

Neka je  $j=1,2, \dots, P, i$

neka je  $k=1,2, \dots, L+M-1$

$$\alpha_k = d_k - \hat{x}_{k-1}^H u_k \quad (8)$$

$$G_k = \begin{cases} \lambda^{-1} P_{k-1} u_k (1 + \lambda^{-1} u_k^H P_{k-1} u_k), & |\alpha_k| \geq Th_{j-1} \\ G_{k-1}, & \text{za ostale } \alpha_k \end{cases} \quad (9)$$

$$\hat{x}_k = \begin{cases} \hat{x}_{k-1} + G_k \alpha_k, & |\alpha_k| \geq Th_{j-1} \\ \hat{x}_{k-1}, & \text{za ostale } \alpha_k \end{cases} \quad (10)$$

$$P_k = \begin{cases} \lambda^{-1} (P_{k-1} - G_k u_k^H P_{k-1}), & |\alpha_k| \geq Th_{j-1} \\ P_{k-1}, & \text{za ostale } \alpha_k \end{cases} \quad (11)$$

$$err_k = |\alpha_k| \quad (12)$$

$$max\_err_j = \max (err_j) \quad (13)$$

$$Th_j = \delta max\_err_j \quad (14)$$

gde su:

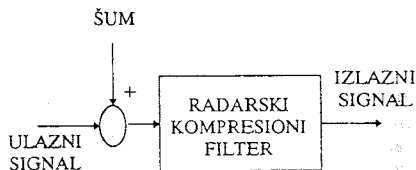
$\lambda$  - faktor zaboravljanja,  $u_k$  je vektor ulaza dužine  $L$ ,  $x_k$  je vektor procenjenih koeficijenata filtera dužine  $M$ ,  $d_k$  je vektor željenog izlaza dužine  $L+M-1$ ,  $err$  je vektor greške dužine  $L+M-1$ ,  $\max(\cdot)$  označava maksimalni element odgovarajućeg vektora,  $P$  je ukupan broj iteracija algoritma,  $(\cdot)$  označava aktuelnu iteraciju,  $(\cdot)_k$  označava  $k$ -ti trenutak unutar jedne iteracije. Jedna iteracija odgovara prolasku jednog kodovanog radarskog impulsa odnosno sekvence  $\{s_i\}$ , date sa (3), kroz liniju za kašnjenje transverzalnog filtera.

U skladu sa tim  $P$  predstavlja ukupan broj impulsa radarskog signala koji prođu kroz filter u procesu projektovanja koeficijenata razdešenog filtera. Konstanta  $\delta$  ima vrednost blisku ili jednaku jedinici i ona utiče na brzinu konvergencije ovog algoritma.

Najvažnija prednost ovog algoritma u odnosu na IRLS pristup je značajno smanjenje numeričke kompleksnosti postupka projektovanja, kao i nešto niži nivo srednjekvadratnih bočnih snopova.

### 3. SIMULACIONI MODEL

Izvršena je analiza osetljivosti na aditivni šum kompresionih filtera, pri čemu su posmatrani nivoi maksimalnih bočnih snopova i srednjekvadratnih bočnih snopova za prilagođeni filter, razdešeni filter dobijen IRLS postupkom i razdešeni filter dobijen modifikovanim RLS postupkom (slika 1). Važno je napomenuti da se posmatra osetljivost na šum filtera koji su projektovani pod pretpostavkom da nema šuma.



Slika 1. Simulacioni model

Šum je modeliran kao beli Gausovski proces sa nulnim očekivanjem, dok je vrednost varijanse menjana u opsegu od  $10^{-6}$  do  $10$ , što odgovara promeni odnosa signal/šum na ulazu od 60 do -10 dB. Veza između varijanse šuma na ulazu ( $\text{var}$ ) i odnosa signal/šum na ulazu SNR (dB) data je relacijom:

$$SNR_{dB} = 20 \log_{10}(\text{var})^{-1/2} \quad (15)$$

Ulazni signal je modeliran kao unutarimpulso fazno modulisan radarski signal sa jediničnom amplitudom kompleksne ovojnice, pri čemu su kao kodne sekvence korišćene Barkerova sekvenca dužine 13 i polifazna  $P_1$  sekvenca dužine 16.

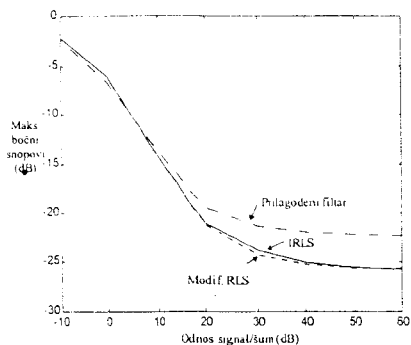
Izvršeno je 50 Monte Carlo simulacija. Dobijeni su sledeći rezultati:

#### Maksimalni bočni snopovi

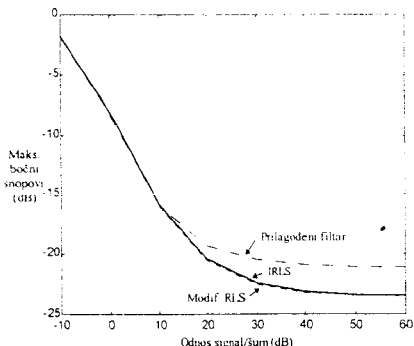
Nivo maksimalnih bočnih snopova, u zavisnosti od šuma na ulazu, dat je u tabeli 1 i na slikama 2 i 3.

#### Srednjekvadratni bočni snopovi

Nivo srednjekvadratnih bočnih snopova, u zavisnosti od šuma na ulazu, dat je u tabeli 2 i na slikama 4 i 5.



Sl. 2. Nivo maksimalnih bočnih snopova u zavisnosti od šuma za Barkerovu sekvencu dužine 13



Sl. 3. Nivo maksimalnih bočnih snopova u zavisnosti od šuma za P1 sekvencu dužine 16

Tabela 7.2. Nivo maksimalnih bočnih snopova u zavisnosti od odnosa signal/šum na ulazu (PF- prilagodeni filtar, IRLS- razdešeni IRLS filtar, Mod. RLS- razdešeni RLS filtar)  
\* najbolji rezultati su osenčeni

Odnos signal/šum (dB)	BARKER 13 sekvencu			P1 sekvencu		
	Maksimalni bočni snopovi (dB)			Maksimalni bočni snopovi (dB)		
	PF	IRLS	Mod. RLS	PF	IRLS	Mod. RLS
60	-22.28	-25.79	-25.71	-21.07	-23.44	-23.35
50	-22.16	-25.58	-25.64	-21.03	-23.32	-23.33
40	-21.86	-25.19	-25.33	-20.90	-23.13	-23.16
30	-21.19	-23.87	-24.33	-20.45	-22.39	-22.49
20	-19.56	-21.05	-21.14	-19.29	-20.41	-20.57
10	-13.98	-14.16	-14.20	-15.87	-15.81	-15.96
0	-6.40	-6.00	-6.03	-8.40	-8.17	-8.22
-10	-2.24	-2.15	-2.15	-1.88	-1.79	-1.80

Tabela 2. Nivo srednjekvadratnih bočnih snopova u zavisnosti od odnosa signal/šum na ulazu (PF- prilagodeni filtar, IRLS- razdešeni IRLS filtar, Mod. RLS- razdešeni RLS filtar)  
\* najbolji rezultati su osenčeni

Odnos signal/šum (dB)	BARKER 13 sekvencu			P1 sekvencu		
	Srednjekv. bočni snopovi (dB)			Srednjekv. bočni snopovi (dB)		
	PF	IRLS	Mod. RLS	PF	IRLS	Mod. RLS
60	-25.29	-27.44	-27.91	-23.80	-24.58	-24.75
50	-25.29	-27.44	-27.91	-23.80	-24.58	-24.75
40	-25.30	-27.44	-27.90	-23.80	-24.58	-24.75
30	-25.20	-27.33	-27.78	-23.75	-24.53	-24.69
20	-24.61	-26.53	-26.89	-23.45	-24.17	-24.33
10	-21.87	-22.40	-22.53	-21.29	-21.60	-21.69
0	-12.95	-13.11	-13.13	-14.90	-14.72	-14.75
-10	-8.94	-9.22	-9.22	-7.72	-7.63	-7.61

Ovaj efekat je više izražen u slučaju Barkerove sekvence dužine 13. Slična situacija je i u pogledu srednjekvadratnih bočnih snopova.

## ZAKLJUČAK

Aditivni šum na ulazu analiziranih radarskih kompresionih filtera ispoljava sličan uticaj i na nivo maksimalnih i na nivo srednjekvadratnih bočnih snopova na izlazu filtera. Nivo bočnih snopova razdešenih filtera manji je od nivoa bočnih snopova prilagođenog filtra do neke vrednosti ulaznog šuma. Iznad te vrednosti, nivo bočnih snopova određena je sa nivoom šuma i razlika između filtera nestaje. Među analiziranim filterima, nešto bolje osobine je pokazao razdešeni filter dobijen modifikovanom RLS procedurom. U daljem radu potrebno je pokušati projektovanje razdešenog filtra koji bi bio robusniji na šum u širem opsegu odnosa SNR.

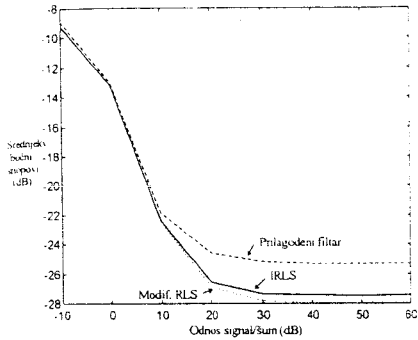
## LITERATURA:

- [1] A. J. Zejak, E. Zentner, P. B. Rapajić, "Doppler optimized mismatched filters", *Electronics letters*, Vol. 21, 1991, No. 7, pp. 558-560.
- [2] P. B. Rapajić, A. J. Zejak, "Low sidelobe multilevel sequences by minimax filter", *Electronics letters*, Vol. 25, No-16, August 1989, pp. 1090-1091.
- [3] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1986

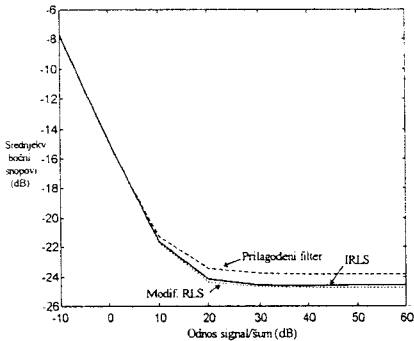
**Abstract** - In this paper a comparative analysis of sidelobe level at matched and mismatched filter dependent of input signal-to-noise ratio is presented. Analysis was performed for various types of sequences. Sidelobe level of the mismatched filter output is lower than the sidelobe level of the matched filter output up to some threshold level of the input signal SNR value. Below that level, sidelobe level is determined by the noise level and the difference between filters elapses.

## SNR SENSITIVITY OF RADAR COMPRESSION FILTERS

Boris Zejak, Bojan Zrnić



Sl. 4. Nivo srednjekvadratnih bočnih snopova u zavisnosti od šuma za Barkerovu sekvencu dužine 13



Sl. 5. Nivo srednjekvadratnih bočnih snopova u zavisnosti od šuma za P1 sekvencu dužine 16

Na osnovu dobijenih rezultata može se zaključiti da sva tri analizirana filtra imaju slično ponašanje u pogledu osetljivosti na aditivni šum na svom ulazu, nezavisno od tipa sekvence. Uticaj aditivnog šuma na nivo maksimalnih bočnih snopova izražen je već za ulazni SNR < 40 dB, dok je nivo srednjekvadratnih bočnih snopova manje osetljiv na šum i taj uticaj je izražen za ulazni SNR < 20 dB. U pogledu maksimalnih bočnih snopova razdešeni filter dobijen RLS pristupom ima nešto manju osetljivost na aditivni šum u odnosu na razdešeni filter dobijen IRLS pristupom.