FUNKCIJA NEODREĐENOSTI KOMPRESIVNOG PRIJEMNIKA

Aleksa J. Zejak, *Institut IMTEL, B.Lenjina 165B, 11070 N. Beograd; e-mail: zejak@imtel.co.yu*
Igor S. Simić, *VP 4522, Beograd. e-mail: isimic@imtel.co.yu*

Sadržaj - *U radu se analizira funkcija neodređenosti kompresivnog prijemnika. Na osnovu relacija poznatih u radarskoj tehnici, izvedeni su izrazi za funkciju neodređenosti kompresivnog prijemnika koji opisuju njegove vremensko - frekvencijske karakteristike.*

I. UVOD

Dosadašnja interpretacija rada kompresivnog prijemnika zasnivala se na čirp transformaciji [1,2]. Međutim, na taj način nije moguće opisati sve pojave koje se u prijemniku dešavaju. Stoga je korisno analizirati analogiju između radara i kompresivnog, tj. mikrosken, prijemnika [3]. Mesto na kome se u radaru obavlja modulacija izvorom informacije nalazi se na cilju. Pri tome karakteristike cilja su osnovni izvor informacija. Doplerov pomak frekvencije, koji reflektovanom signalu dodaje radijalna brzina cilja, ekvivalentan je frekvenciji koju kompresivnim prijemnikom detektujemo. Drugim rečima, "množač" se u radarskoj primeni nalazi na cilju.

U ovom radu u drugom poglavlju opisana je funkcija neodređenosti radara. U trećem poglavlju data je funkcija neodređenosti kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M i M(l)-C(s)-M tipa.

II. RADARSKA FUNKCIJA NEODREĐENOSTI

Kod ispitivanja različitih talasnih oblika pogodnih za primenu u radarima sa kompresijom impulsa, značajnu ulogu ima dvodimenzionalna vremensko - frekvencijska funkcija tj. *funkcija neodređenosti*.

Neka je normalizovana kompleksna ovojnica linearnog čirp signala data u formi:

$$\mu(t) = \frac{1}{\sqrt{T}} e^{j\pi k t^2} \qquad za \quad |t| < \frac{T}{2} \qquad (1)$$

gde je k konstanta koja determiniše strminu linearnog čirpa i neka je kompleksna ovojnica impulsnog odziva prilagođenog filtera, za signal linearnog čirpa, data izrazom:

$$h(t) = u \cdot e^{-j\pi k t^2}, \qquad |t| < T/2, \qquad (2)$$

Neka je u daljim razmatranjima konstanta $u=1$.

Generalna forma odziva prilagođenog filtera, koji opisuje izlaz prilagođenog filtera kada se na ulaz dovodi frekvencijski pomeren signal, data je relacijom:

$$g(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) s^*(t-\tau) \cdot e^{j2\pi f_d t} dt. \qquad (3)$$

Prethodni izraz pokazuje da se izlaz filtera $g(t,f)$ dobija korelacijom signala i njegove frekvencijski pomerene i vremenski zakasnele replike. Drugim rečima, $g(t,f)$ je dvodimenzionalna korelaciona funkcija. Ovu funkciju je u radarsku teoriju uveo Vudvord (Woodward) [4,5]. Izraz (3) iz Vudvordovog rada poznat je kao radarska funkcija neodređenosti i najčešće se obeležava sa $\chi(t,f)$.

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t) \mu^*(t-\tau) \cdot e^{j2\pi f_d t} dt. \qquad (4)$$

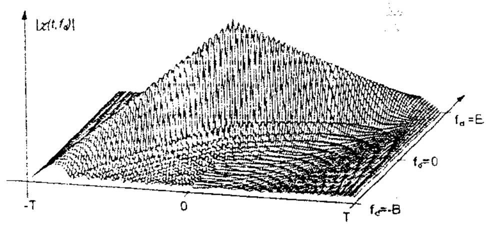
Na osnovu izraza (1), (3) i (4) izlaz prilagođenog filtera za signal linearnog čirpa u intervalu $|\tau| < T$

$$\chi(\tau, f_d) = \frac{\sin\left[\pi T (f_d + k\tau)\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\right]}{\pi T (f_d + k\tau)} \cdot e^{j\pi f_d \tau}, \qquad (5)$$

dok je za $|\tau| > T$ funkcija $\chi(t,f_d)=0$. Za najveći broj razmatranja važna je realna ovojnica odziva prilagođenog filtera, $|\chi(t,f)|$:

$$|\chi(\tau, f_d)| = \left| \frac{\sin\left[\pi T (f_d + k\tau)\left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\right]}{\pi T (f_d + k\tau)} \right| \qquad za \quad |\tau| \le T \qquad (6)$$

Na osnovu prethodnog izraza na slici 1, u vremensko-frekvencijskoj ravni, prikazana je funkcija neodređenosti linearnog čirpa $|\chi(t,f_d)|$ odnosno odziv prilagođenog filtera. Doplerovi pomaci frekvencije dodati su signalu čirpa i kontinualno se menjaju od $-B$ do B, gde je $B=kT$.



Slika 1. Funkcija neodređenosti signala linearnog čirpa.

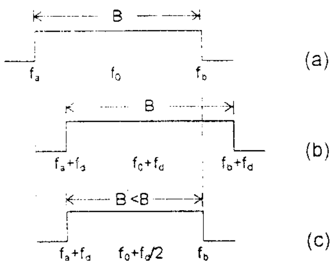
Kao što se na slici 1 vidi, za funkciju neodređenosti signala čirpa karakteristična su sledeća svojstva:

1. vremenski pomak centralnog pika,
2. opadanje amplitude centralnog pika i
3. povećanje širine centranog pika.

Prvo svojstvo karakteristično je za sve tipove čirpa, kao i za neke talasne oblike, izvedene iz njega. Ako se na ulaz prilagođenog filtera dovede frekvencijski pomeren signal čirpa na izlazu se dobija vremenski pomeren impuls odziva. Ova osobina kod radara je nepoželjna jer unosi neodređenost merenja daljine i brzine. Naime, radarski prijemnik ne može samostalno, iz primljenog reflektovanog signala, da odredi preciznu poziciju cilja jer Doplerov pomak dodaje komponentu koja se ispoljava kao pomak po daljini. S druge strane, ovakav odziv prilagođenog filtera, nepoželjan kod radara, poželjan je kod kompresivnog prijemnika i čini njegovu suštinu.

Drugo svojstvo funkcije neodređenosti čirpa, ograničenje amplitude centralnog pika, može se uočiti na slici 1, gde je prikazan odziv prilagođenog filtera za različite Doplerove pomake. Izlazi prilagođenog filtera za različite frekvencijske pomake ulaznog signala, kao što se na slici vidi, ograničeni su trougaonom funkcijom. Ova funkcija je autokorelacija pravougaone ovojnice signala na ulazu u prilagođeni filter. Za kompletno tumačenje funkcije neodređenosti važno je razumevanje faktora $1-\tau/T$ u izrazu (6). Ovaj faktor smanjuje amplitudu na izlazu prilagođenog filtera sa porastom frekvencijskog pomaka ulaznog signala. Ovo je efekat konačnog trajanja signala. Relativno kašnjenje τ skraćuje efektivno trajanje signala od T na $T-\tau$, proporcionalno smanjujući izlaznu amplitudu.

Treće svojstvo, proširenje glavnog snopa odziva prilagođenog filtera, posledica je ograničenja spektra koje unosi prilagođeni filter svojim propusnim opsegom, kao što je na slici 2 prikazano.



Slika 2. Izlazni spektar signala modifikovan propusnim opsegom prilagođenog filtera: a) propusni ospeg prilagođenog filtera; b) frekvencijski pomeren spektar ulaznog signala; c) rezultujući spektar na izlazu prilagođenog filtera.

III. FUNKCIJA NEODREĐENOSTI KOMPRESIVNOG PRIJEMNIKA

U odnosu na relativno trajanje signala čirpa T_M na prvom množaču i impulsnog odziva kompresionog filtera (konvolvera) T_C, postoje dva tipa kompresivnih prijemnika [6]:

1. M(s)-C(l)-M gde je $T_M<T_C$ (*long convolver*) i
2. M(l)-C(s)-M gde je $T_M>T_C$. (*long multiplier*)

M(s)-C(l)-M tip kompresivnog prijemnika

Za M(s)-C(l)-M tip kompresivnog prijemnika kompresioni filter (konvolver) jeste prilagođeni filter samo u delu frekvencijskog opsega. U ovom slučaju odziv konvolvera $|g(t,f)|$ za različite frekvencijske pomake f signala čirpa, odnosno funkcija neodređenosti $|\chi(t,f)|$ na osnovu izraza (6) biće:

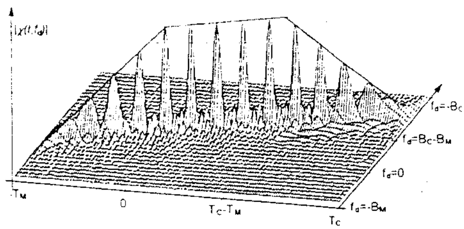
$$\chi(\tau,f)=\frac{\sin\left[\pi T_M(f+k\tau)\left(1+\frac{\tau}{T_M}\right)\right]}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\qquad za\ -T_M\quad \tau\leq 0,$$

$$\chi(\tau,f)=\frac{\sin\left[\pi T_M(f+k\tau)\right]}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\qquad za\ 0\quad \tau\leq T_C-T_M,\tag{7}$$

$$\chi(\tau,f)=\frac{\sin\left\{\pi T_M(f+k\tau)\left[1-\frac{\tau-(T_C-T_M)}{T_M}\right]\right\}}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\qquad T_C-T_M\quad \tau\leq T_C$$

Prethodna relacija izvedena je uz pretpostavku da je najniža frekvencija signala čirpa prvog množača jednaka najnižoj frekvenciji impulsnog odziva konvolvera, a najviša frekvencija čirpa prvog množača manja od najviše frekvencije impulsnog odziva kompresionog filtera.

Na osnovu prethodnog izraza vremensko-frekvencijski odziv kompresionog filtera za 14 frekvencijskih pomaka $\chi(t,f)$ prikazan je na slici 3.



Slika 3. Vremensko-frekvencijski odziv kompresionog filtera za M(s)-C(l)-M tip kompresivnog prijemnika.

Može se videti da je za odziv kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M tipa karakteristično nekoliko intervala:

1. Kada je frekvencija na ulazu manja od f_a-B_M, $f<f_a$-B_M, odziv kompresionog filtera jednak je 0.
2. Kada je frekvencija na ulazu veća od f_a-B_M, a manja od f_a, f_a-$B_M<f<f_a$, odziv kompresionog filtera po amplitudi linearno raste sa f i maksimalnu vrednost dostiže u $f=f_a$, dok se detekcija na izlazu vrši se u intervalu $-T_M<t<0$.
3. Maksimalna vrednost amplitude ostaje sve dok je $f<f_a+B_C-B_M$, a detekcija se vrši u intervalu $0<t<T_C-T_M$.
4. Zatim amplituda opada sve dok je $f<f_a+B_C=f_b$, a detekcija na izlazu kompresivnog prijemnika vrši se u intervalu $T_C-T_M<t<T_C$.
5. Posle $f>f_b$, odziv je jednak nuli.

Daljom analizom izraza (7) možemo zaključiti da, kao i u slučaju radara, postoji vremenski pomak centralnog pika za različite pomake frekvencije ulaznog signala. Kao što je ranije istaknuto, ova osobina čini suštinu kompresivnog prijemnika. Naime, kompresivni prijemnik omogućava transformaciju frekvencijskog domena u vremenski na taj način što frekvencijski razdvojene komponente ulaznog signala pretvara u vremenski razdvojene komponente izlaznog signala.

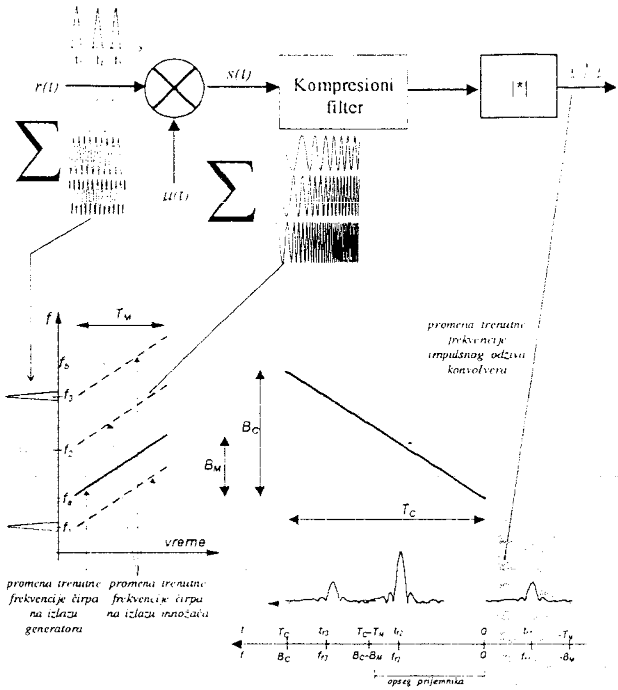
Iz izraza (7) može se uočiti da u 2. i 4. intervalu postoji gubitak u amplitudi centralnog pika ako se apsolutna vrednost frekvencijskog pomaka povećava. Član $1-\tau/T_M$ u izrazu (7) utiče da se u drugom intervalu amplituda linearno menja (opada) sa porastom apsolutne vrednosti frekvencijskog pomaka. Ovaj efekat može se objasniti i u frekvencijskom domenu kao nepoklapanje frekvencijskog opsega ulaznog, frekvencijski pomaknutog signala čirpa, s opsegom kompresionog filtera. Kada je pomak frekvencije negativan dolazi do suženja efektivnog opsega izlaza kompresionog filtera i smanjenja amplitude ulaznog signala.

Na isti način, član $1-\left[\tau-(T_C-T_M)\right]/T_M$ u izrazu (7) utiče na smanjenje centralnog pika u četvrtom intervalu. Drugim rečima, postoji i efektivno smanjenje frekvencijskog opsega signala na izlazu kompresionog filtera za frekvencijske pomake veće od B_C-B_M.

U trećem intervalu može se videti da ne postoji član $1+\tau/T_M$, pa je amplituda odziva kompresionog filtera konstantna. Gledano u frekvencijskom domenu, kada je ulazni frekvencijski opseg pomaknut, ali za vrednost manju od B_C-B_M, izlaz kompresionog filtera ima širinu spektra kao i signal na ulazu.

Kao što se na slici 3 vidi, izlazi kompresionog filtera, za različite frekvencijske pomake čirpa na ulazu, ograničeni su trapeznom funkcijom. Ova funkcija ustvari predstavlja kroskorelaciju pravougaonih ovojnica signala čirpa množača i impulsnog odziva kompresionog filtera.

Treće svojstvo odziva prilagođenog filtera kod radara, proširenje centralnog pika s porastom Doplerovog pomaka frekvencije, može se uočiti i kod kompresivnog prijemnika u intervalima 2 i 4. To je posledica suženja frekvencijskog opsega signala na izlazu kompresionog filtera. Na slici 4 prikazan je princip rada kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M tipa i mogu se jasno uočiti promene koje se dešavaju na signalu u vremenskom i frekvencijskom domenu.



Slika 4. Princip rada kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M tipa.

$$|\chi(\tau,f)|=\left|\frac{\sin\left[\pi T_M(f+k\tau)\left(1+\frac{\tau}{T_M}\right)\right]}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\right| \quad za\ -T_M<\tau\le T_C-T_M,$$

$$|\chi(\tau,f)|=\left|\frac{\sin\left[\pi T_M(f+k\tau)\right]}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\frac{T_C}{T_M}\right| \quad za\ T_C-T_M<\tau\le 0, \tag{8}$$

$$|\chi(\tau,f)|=\left|\frac{\sin\left\{\pi T_M(f+k\tau)\left[1-\frac{\tau-(T_C-T_M)}{T_M}\right]\right\}}{\pi\sqrt{T_M T_C}(f+k\tau)}\right| \quad za\ 0<\tau\le T_C.$$

Analizom izraza (8) može se videti da izlaz kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M tipa sadrži u odnosu na M(l)-C(s)-M tip dve bitne razlike:

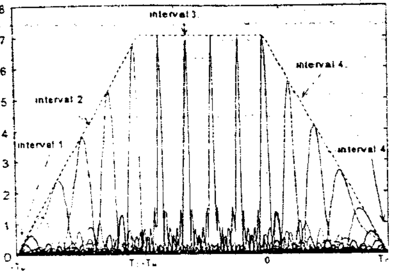
1. Intervali u kojima se detekcija vrši sa izobličenjem i interval u kojem se vrši bez izobličenja (ravni deo karakteristike) u drugačijem su redosledu u odnosu na kompresivni prijemnik M(l)-C(l)-M tipa.

2. Ravni deo karakteristike je prigušen za faktor T_C/T_M, što se iz izraza (8) vidi. Drugim rečima, što je dužina signala čirpa prvog množača T_M veća, ravni deo karakteristike je duži, ali je više prigušen.

M(l)-C(s)-M tip kompresivnog prijemnika

Za M(l)-C(s)-M tip kompresivnog prijemnika kompresioni filter (konvolver) nije prilagođen ni u jednom delu frekvencijskog opsega. Pošto je apsolutna vrednost strmine $|k|$ jednaka za signal čirpa i impulsni odziv kompresionog filtera, $B_C=kT_C$ je manje od $B_M=kT_M$. Na osnovu izraza (6) biće:

Izlaz konvolvera za različite pomake frekvencije (14 diskretnih frekvencijskih pomaka u intervalu $-B_M$ do B_C) prikazan je na slici 5.



Slika 5. Odziv kompresivnog prijemnika, kada se na ulaz dovede signal sa 14 frekvencijskih komponenti u opsegu od f_a-B_M do f_a+B_C.

Kao u slučaju kompresivnog prijemnika M(s)-C(l)-M tipa izlazi kompresionog filtera, za različite frekvencijske pomake čirpa na ulazu, ograničeni su trapeznom funkcijom (kroskorelacija ovojnice signala čirpa množača i impulsnog odziva konvolvera) i može se izdvojiti 5 intervala:

1. Za frekvencije na ulazu f manje od f_a-B_M odziv kompresivnog prijemnika jednak je nuli.
2. Za frekvenciju na ulazu $f>f_a-B_M$ izlaz kompresivnog prijemnika po amplitudi raste i maksimalnu vrednost dostiže kada je na ulazu $f=f_a-B_M+B_C$. Detekcija na izlazu vrši se u intervalu $-T_M<t\leq T_C-T_M$.
3. Maksimalna vrednost amplitude zadržava se dok je $f<f_a$, a detekcija se vrši u intervalu $T_C-T_M<t\leq 0$.
4. Amplituda zatim opada sve do $f<f_a+B_C$ i detekcija frekvencijskih komponenti na izlazu vrši se u intervalu $0<t\leq T_C$.
5. Za ulazne frekvencije signala $f>f_a+B_C$ odziv kompresivnog prijemnika jednak je nuli.

Promene koje se dešavaju na signalu pri prolasku kroz kompresivni prijemnik u vremenskom i frekvencijskom domenu prikazane su na slici 6.

Funkcija neodređenosti radara predstavlja granični slučaj funkcije neodređenosti kompresivnog prijemnika gde je $T_M=T_C$.

IV. ZAKLJUČAK

Funkcija neodređenosti kompresivnog prijemnika, koju smo u ovom radu izveli, opisuje promene koje se na signalu dešavaju u vremenskom i frekvencijskom domenu. Sprovedene analize ukazuju na sličnost i razlike funkcija neodređenosti kompresivnog prijemnika i radara.

U daljem radu biće razvijeni algoritmi kojima se optimizuje odsečak funkcije neodređenosti kompresivnog prijemnika.

LITERATURA

[1] R. G. Wiley, *"Electronic intelligence: the analysis of radar signals"*, Artech House, 1985

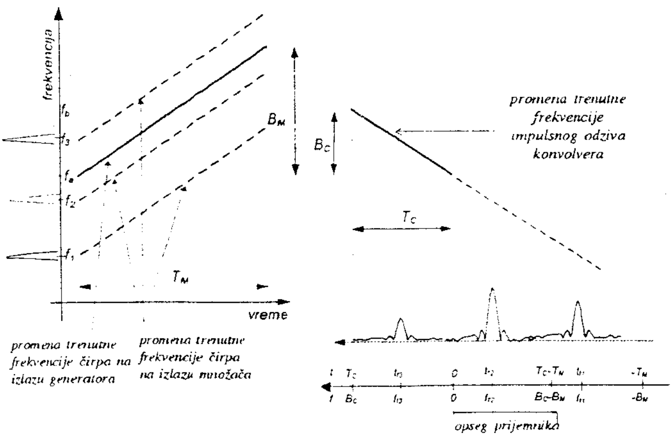
[2] J. B. Y. Tsui, *"Microwave receivers with electronic warfare applications"*, Krieger publishing company, 1992 (reprint orig. edition 1986).

[3] A.J.Zejak, I.S.Simić, "Interpretacija kompresivnog prijemnika pomoću radarske funkcije neodređenosti", *zbornik radova TELFOR'97*, 1997, str.226-229.

[4] C. E. Cook, M. Bernfeld, *"Radar signals, an introduction to theory and applications"*, Chapter 7, Academic Pres, New York, 1967.

[5] A.W. Rihaczek, *"Principles of High - Resolution Radar"*, McGraw-Hill New York, 1969.

[6] M. A. Jack, P. M.Grant, J. H. Collins, "The Theory, Design, and Applications of Surface Acoustic Fourier-Transform Processors", *Proc. of the IEEE*, Vol. 68, No.4, April 1980, pp. 450-468.



Slika 6. Princip rada prijemnika M(l)-C(s)-M tipa.

Abstract - In this paper ambiguity function of the compressive receiver is analyzed. On the basis of equations known in radar theory, we found equations for compressive receiver ambiguity function describing its time-frequency characteristics.

COMPRESSIVE RECEIVER AMBIGUITY FUNCTION

A. J. Zejak, I. S. Simić