

KOHERENTNA DETEKCIJA FSK SIGNALA U PRISUSTVU KANALNE INTERFERENCIJE I NEIDEALNE EKSTRAKCIJE NOSIĆA

Dragan Drača, Aleksandra Vidović, Dejan Milić, Elektronski fakultet u Nišu
Ivica Zlatanović, Tehnička škola "Dragi Popović" – Gnjilane

Sadržaj - U ovom radu je uzimajući u obzir beli Gausov šum i kanalnu interferenciju, izvršena analiza koherentnog FSK sistema kod koga se koristi neelinearna PLL petlja za ekstrakciju nosioca. Za predložen model sistema, određena je zavisnost verovatnoće greške u funkciji odnosa signal - šum za različite vrednosti odnosa signal - interferencija i za parametre PLL petlje. U radu opisana procedura pruža mogućnost određivanja karakteristika koherentnog FSK sistema i snage signala za postizanje željene verovatnoće greške.

1. UVOD

U ovom radu razmatraju se koherentni FSK prijemnik kada se za ekstrakciju referentnog signala koristi neelinearna PLL petlja (Sl. 1). Uspesano prenos informacija koherentnim sistemom zahteva sposobnost prijemnika da odredi ili predviđa fazu i frekvenciju primljenog signala sa što manjom greškom. Pokazano je da je stacionarna funkcija gustine raspodele fazne greške za PLL petlju dobro aproksimirana izrazom [1]

$$p(\phi) = \frac{\exp(\beta\phi + \alpha \cos \phi)}{4\pi^2 \exp(-\pi\beta) I_{\beta}(\alpha)^2} \int_0^{2\pi} \exp(-\beta x - \alpha \cos x) dx \quad (1)$$

gde je $I_n(x)$ modifikovana Beselova funkcija prve vrste reda n argumenta x . Oblast definisanosti fazne greške ϕ je bilo koji interval širine 2π oko tačke $2\pi n$ gde je n ceo broj.

Parametri α i β zavise od parametara PLL petlje, ali i od karakteristika ulaznog signala, tj. ako je signal na ulazu PLL petlje $r(t)=R \cdot f(R) \cos(\omega_{PLL} t + \psi)$, pri čemu je R konstanta a $0 < f(R) < 1$ onda su α i β [2]

$$\alpha = \alpha_0 f(R) \quad (2)$$

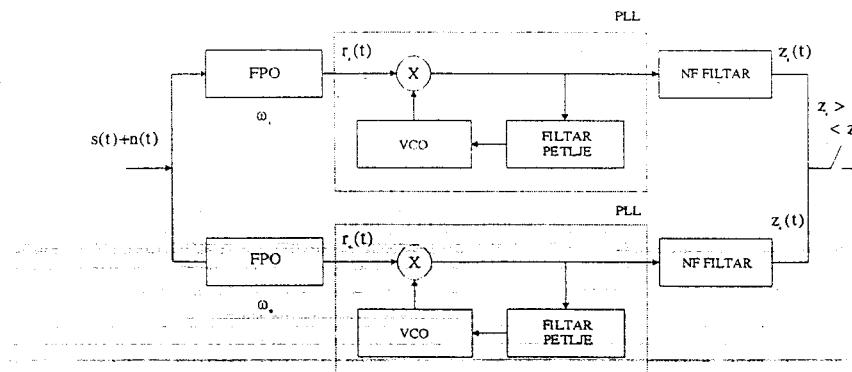
$$\beta = \beta_0 \Omega$$

U jednačini (2) α_0 i β_0 su konstante PLL petlje [3], dok su Ω i $f(R)$ frekventno i amplitudski offset signala na ulazu PLL petlje, respektivno

$$\Omega = \frac{d}{dt} (\omega_{PLL} t + \psi) - \omega_{PLL} \quad (3)$$

Za ovaj model telekomunikacionog sistema, beli Gausov šum $n(t)$ je na ulazu koherentnog prijemnika pridružen frekventno modulisanoj signalu $s(t)=A \cos \omega t$, i je 0 za hipotezu H_0 i 1 za hipotezu H_1 (Sl. 1).

U optičkim sistemima je vrlo često pored Gausovog šuma prisutan i interferencijski šum. Postoje dve vrste interferencijskog šuma. To su: kanalni interferencijski šum čija se srednja frekvencija spektra poklapa sa srednjom frekvencijom spektra signala i međukanalni interferencijski šum čija se srednja frekvencija spektra razlikuje od srednje frekvencije spektra signala [4]. Međukanalna interferencija predstavlja manji problem jer se može otkloniti filtriranjem u prijemniku pre demodulacije pa stoga nije razmatrana u ovom radu. Pretpostavljeno je da se kanalni interferencijski šum $A_i \cos(\omega_i t + \theta_i)$, $i \in \{0, 1\}$, javlja u obe grane prijemnika i da ima uniformnu raspodelu faze.



Sl. 1. Koherentni FSK prijemnik

2. STATISTIČKA ANALIZA

Posebno prvo filtra koherentnog prijemnika (Sl. 1), ako filtr propušta samo interferenciju što je slučaj u gornjoj grani za hipotezu H_0 i u donjoj grani za hipotezu H_1 , signal na ulazu PLL petlje je $r(t) = A \cos(\omega_0 t + \theta) + x(t) \cos \omega_1 t + y(t) \sin \omega_1 t$, $i \in \{0,1\}$, gde su $x(t)$ i $y(t)$ nezavisni uskopljeni Gausovi procesi sa istom varijansom σ kao i beli Gausov šum $n(t)$ na ulazu u prijemnik. Očigledno je $R^2 = 1$ i $S^2 = d\theta/dt = 0$, tj. $\alpha = \alpha_0$ i $\beta = 0$ što vodi do funkcije gustine raspodele fazne greške

$$P_{\text{int}}(\phi) = \frac{\exp(-\alpha_0 \cos \phi)}{2\pi I_0(\alpha_0)} \quad (4)$$

Ukoliko filtr propušta i koristan signal i interferenciju što odgovara donjoj grani za hipotezu H_0 i gornjoj grani za hipotezu H_1 , signal na ulazu PLL petlje je

$$\begin{aligned} r(t) &= A \sqrt{1 + \eta^2 - 2\eta \cos \theta} \cos\left(\omega_0 t + \arctg\left(\frac{\eta \sin \theta}{1 + \eta \cos \theta}\right)\right) \\ &\quad + x(t) \cos \omega_1 t + y(t) \sin \omega_1 t, \quad \eta = \frac{A}{A_0}, \quad t \in [0,1] \end{aligned} \quad (5)$$

Sada je

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 \sqrt{1 + \eta^2 + 2\eta \cos \theta} \\ \beta &= \beta_0 \frac{\eta(\eta + \cos \theta)}{1 + \eta^2 + 2\eta \cos \theta} \quad (6) \end{aligned}$$

i pošto je $d\theta/dt = 0$ sledi da je i u ovom slučaju $\beta = 0$ pa je funkcija gustine raspodele fazne greške

$$P_{\text{sig+int}}(\phi) = \frac{\exp\left(-\alpha_0 \sqrt{1 + \eta^2 + 2\eta \cos \theta} \cos \phi\right)}{2\pi I_0\left(\alpha_0 \sqrt{1 + \eta^2 + 2\eta \cos \theta}\right)} \frac{1}{2\pi} d\theta \quad (7)$$

Signal na izlazu niskopropusnog filtra je

$$z(t) = A_0 \cos \phi + g \quad (8)$$

ako u grani postoji samo interferencija, odnosno

$$z(t) = A \sqrt{1 + \eta^2 + 2\eta \cos \theta} \cos \phi + g \quad (9)$$

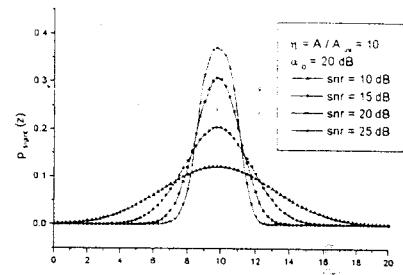
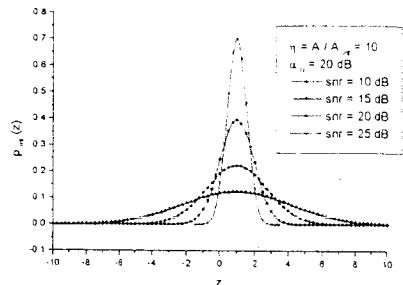
ako u grani postoji i koristan signal i interferencija. Promenjava g je Gausov slučajan proces $(0, \sigma)$ pa je funkcija gustine raspodele slučajne promenjive z za hipotezu H_0 u gornjoj grani i za hipotezu H_1 u donjoj grani

$$\begin{aligned} p_{0,d}(z) &= p_{1,d}(z) = P_{\text{int}}(z) = \\ &= 2 \int_{-\infty}^z \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(z-A_0 \cos \phi)^2}{2\sigma^2}} \frac{\exp(-\alpha_0 \cos \phi)}{2\pi I_0(\alpha_0)} d\phi \quad (10) \end{aligned}$$

i za hipotezu H_0 u donjoj grani i hipotezu H_1 u gornjoj grani

$$\begin{aligned} p_{0,g}(z) &= p_{1,g}(z) = P_{\text{sig+int}}(z) = \\ &= 4 \int_0^\infty \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(z-A_0 \sqrt{1+\eta^2+2\eta \cos \theta} \cos \phi)^2}{2\sigma^2}} \frac{1}{2\pi} P_{\text{sig+int}}(\phi) d\phi dz_d \quad (11) \end{aligned}$$

Dobijene funkcije gustine raspodele promenjive z (jed. (10) i jed. (11)) prikazane su na Sl. 2.



Sl. 2. Funkcija gustine raspodele signala na izlazu grana
(a) ako u grani postoji samo interferencija
(b) ako u grani postoji i koristan signal i interferencija

Detectacija poslatog signala se vrši tako što se određuje koji signal je veći: u gornjoj (z_g) ili donjoj grani (z_d). Ako je veći signal u gornjoj grani poslat je hipoteza H_1 i obrnuto. Sa sl. 2 se vidi da što je manji šum (snr), krive su uže pa je površina preklapanja funkcija gustina raspodele za donju i gornju granu za posmatranu hipotezu manja, što znači da je i verovatnoća pogrešne detekcije manja. Takođe je sa sl. 2(a) i 2(b) očigledno da položaj funkcije raspodele zavisi od amplitudne šume i amplitudne korisnog signala, respektivno, što znači da verovatnoća greške sistema zavisi i od odnosa signal - interferencija η . Zapravo što je η veće to je rastojanje između krivih $p_{\text{int}}(z)$ i $p_{\text{sig+int}}(z)$ veće pa je i njihovo preklapanje manje, tj. manja je verovatnoća greške sistema.

3. PERFORMANSE PRIJEMNIKA

Kvalitet signala na izlazu prijemnika određen je vrednošću verovatnoće greške. Za predložen model sistema i za pravilo odlučivanja iznato u prethodnom poglavju, u slučaju kada su apriorne verovatnoće slanja nula i jedinica jednakice, verovatnoća greške sistema izračunava se po obrazcu

$$\begin{aligned} BER &= P(H_0)P(D_1 | H_0) + P(H_1)P(D_0 | H_1) = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{z_g} p_{0,g}(z_d) p_{0,d}(z_d) dz_d dz_d + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{z_d} p_{1,d}(z_d) p_{1,g}(z_d) dz_d dz_d \quad (12) \end{aligned}$$

tj. zbog simetrije

$$BER = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_{\text{err}}(z_1) P_{\text{sig+int}}(z_2) dz_1 dz_2 \quad (13)$$

Dobijeni rezultati prikazani su na Sl. 3. Sl. 3 pokazuje zavisnost verovatnoće greške u funkciji odnosa signal - šum za različite vrednosti parametra α_0 i za odnos signal - interferencija $\eta=10$. Odnos signal - šum je označen sa A^2/σ^2 [dB]. Sl. 3 pokazuje da verovatnoća greške sistema opada sa porastom odnosa signal - šum i parametra α_0 , ali i da za velike vrednosti odnosa signal - šum teži konstantnoj vrednosti (*BER floor*) koja je određena parametrima α_0 i η . U oblasti *BER floor* odnos signal - šum je relativno veliki u odnosu na parametar α_0 i ima mali uticaj na verovatnoću greške sistema. Sa slike se vidi da se *BER floor* može redukovati povećanjem parametra α_0 koji zavisi od karakteristika primenjene PLL petlje.

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu analiziran je koherentni FSK prijemnik kroz verovatnoću greške koja predstavlja mjeru kvaliteta digitalnog sistema. U radovima se obično kao faktori koji ograničavaju performanse sistema razmatraju Gausov šum i interferencija. Ovde je pored Gausovog šuma i kanalne interferencije u model sistema uključena i neidealna ekstrakcija nosioca što do sada nije detaljno proučavano u literaturi [5]. Kanalna interferencija predstavljena je kosiinusnim signalom sa uniformnom raspodelom faze. Uticaj neidealne ekstrakcije nosioca je izražen funkcijom gustine raspodele fazne greške PLL petlje.

Za ovu postavku problema, izvršena je detaljna analiza dobijenih numeričkih rezultata. Pažnja je posebno usmerena na uticaj parametra α_0 , koji zavisi od karakteristika primenjene PLL petlje, odnosa signal - interferencija i odnosa signal - šum na verovatnoću greške sistema. Uočeno je da se greška smanjuje sa porastom odnosa signal - šum, odnosa signal - interferencija i parametra α_0 . Takođe je moguće pomoći opisanog postupka odrediti potrebne parametre koherentnog FSK sistema i potrebnu snagu korisnog signala da bi postigli željenu verovatnoću greške sistema, odnosno da bi kompenzovali neidealnu ekstrakciju nosioca. Ovo znači da se izložena procedura izračunavanja

greške može koristiti u praksi pri projektovanju koherentnih FSK sistema.

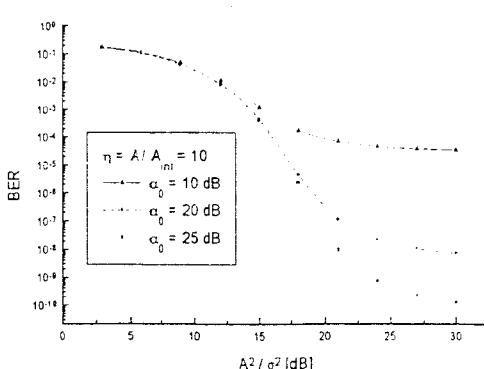
LITERATURA

- [1] William C. Lindsey and Marvin K. Simon, "Telecommunication Systems Engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1973.
- [2] D. Drača, M. Stefanović, Bit Error Probability of Phase-Coherent Communication Systems in the Presence of Noise and Interference, *Electronics Letters*, Vol. 26, No. 16, pp. 1234-1235, 1990.
- [3] William C. Lindsey, "Synchronization systems in communication and control", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1972.
- [4] Ivo Kostić, "Kumulativna raspodela obvojnica sunce signala, šuma i interferencije", *Zbornik Telef '96*, str. 301-303, Belgrade, 1996.
- [5] Anthony D. Whalen, *Detection of Signals in Noise*, Academic Press Inc., London, 1971.

Abstract - In this paper, taking the noise influence and cochannel interference into account, the coherent FSK receiver when the nonlinear phase-locked loop (PLL) is used for providing carrier extraction is analyzed. For suggested telecommunication model, the error probability dependence on signal to noise ratio for different values of the signal to interference ratio is determined which give opportunity to determine the coherent FSK system characteristics necessary to compensate noisy carrier reference signal.

COHERENT DETECTION OF FSK SIGNAL IN THE PRESENCE OF COCHANNEL INTERFERENCE AND NOISY CARRIER REFERENCE SIGNAL

Dragan Drača, Aleksandra Vidović, Dejan Milić,
Ivica Zlatanović



Sl. 3. Verovatnoća greške u funkciji odnosa signal-šum za različite vrednosti α_0 i za $\eta=10$