

MODELOVANJE I ANALIZA RADA JEDNOFAZNOG ASINHRONOG MOTORA SA KONDENZATOROM

Miodrag Zubić, Radiša Jevremović, Veran Vasić, *Fakultet tehničkih nauka u Novom Sadu*

Sadržaj - U radu je ustanovljen matematički model dvofazne nesimetrične mašine. Uvažena je mogućnost postojanja kondenzatora u grani pomoćnog namotaja. Obradena sa stacionarna stanja jednofaznog asinhronog motora sa kondenzatorom i dat je način za određivanje stacionarnih karakteristika. Načinjen je simulacioni model, izvršeno je poređenje rezultata karakteristika sa prethodno dobijenim stacionarnim karakteristikama i diskutovana je prednost izbora kondenzatora na osnovu stacionarnih karakteristika.

1. UVOD

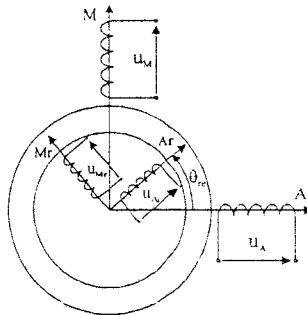
U odnosu na trofazne asinhronne motore karakteristike jednofaznih motora, kao što su stepen iskorišćenja snage, iskorišćenost materijala, kvalitet dobijenog momenta, polazni moment, mogućnosti upravljanja itd, uglavnom su lošije. Međutim, bitna prednost jednofaznog motora je u tome što se on napaja iz jednofazne mreže. Zahvaljujući toj prednosti, kada se radi o malim snagama, jednofazni asinhronni motor najčešće predstavlja bolji izbor.

U slučaju osnovne verzije jednofaznog motora, sa jednim namotajem na statoru, javlja se problem nepostojanja polaznog momenta, zbog postojanja pulzacionog, a ne kružnog obrtnog polja. Ovaj nedostatak se prevazilazi postavljanjem, pomoćnog namotaja na stator, čime mašina postaje dvofazna. Drugi uslov, za postojanje kružnog obrtnog polja, vremenska pomenost struja, postiže se dodavanjem predspojne naprave (najčešće kondenzatora) na red sa pomoćnim namotajem, ili prosto različitošću parametara glavnog i pomoćnog namotaja. Pomoćni namotaj, zajedno sa predspojnom napravom, može biti trajno uključen ili samo u periodu zaleta, pošto u trajnom radu nije neophodan.

Većina literature koja se bavi analizom stacionarnih stanja jednofaznog motora polazi od motora sa samo jednim namotajem na statoru. U ovom radu je, pored simulacionog modela za analizu prelaznih procesa, predstavljen i način na koji se može doći do stacionarnih karakteristika jednofaznog motora sa kondenzatorom vezanim na red sa pomoćnim namotajem na statoru. Na osnovu ovih karakteristika moguće je vrlo detaljno analizirati uticaj parametara motora na interesantne veličine. Osim toga, što je veoma bitno, one su veoma korisne pri izboru kapacitivnosti kondenzatora.

2. MATEMATIČKI MODEL JEDNOFAZNOG MOTORA SA KONDENZATOROM

Matematički model razmatranog motora može se izvesti polazeći od pretpostavki da imamo dva različita, međusobno normalna namotaja na statoru (glavni-M i pomoćni-A) i kavezni namotaj na rotoru. Rotorski namotaj možemo takođe predstaviti pomoću dva međusobno normalna fiktivna namotaja (M_r i A_r). Šematski prikaz ovako definisane dvofazne mašine prikazan je na slici 1.



Sl. 1. Šematski prikaz dvofazne mašine

Jednačine naponske ravnoteže glase [1, 2]:

$$u_A = R_A i_A + \frac{d\psi_A}{dt} \quad u_{M_r} = R_{M_r} i_{M_r} + \frac{d\psi_{M_r}}{dt} \quad (1)$$

$$u_{A_r} = R_{A_r} i_{A_r} + \frac{d\psi_{A_r}}{dt} \quad u_{M_r} = R_{M_r} i_{M_r} + \frac{d\psi_{M_r}}{dt}$$

gde su:

$$\begin{aligned} \psi_A &= L_A i_A + M_{A_r} i_{A_r} \cos \theta_{re} - M_{A_r} i_{M_r} \sin \theta_{re} \\ \psi_M &= L_M i_M - M_{M_r} i_{A_r} \sin \theta_{re} + M_{M_r} i_{M_r} \cos \theta_{re} \\ \psi_{A_r} &= M_{A_r} i_A \cos \theta_{re} + M_{A_r} i_M \sin \theta_{re} + L_r i_{A_r} \\ \psi_{M_r} &= -M_{M_r} i_A \sin \theta_{re} + M_{M_r} i_M \cos \theta_{re} + L_r i_{M_r} \end{aligned} \quad (2)$$

a izraz za moment je:

$$m_c = \frac{1}{2} \cdot p \cdot [i_A \quad i_M \quad i_{A_r} \quad i_{M_r}] \frac{dL}{d\theta_{re}} [i_A \quad i_M \quad i_{A_r} \quad i_{M_r}]^T \quad (3)$$

Na ovakav sistem koji opisuje ponašanje mašine, primenjuje se transformacija obrtanja. U ovom slučaju priлично je logično izvršiti transformaciju koja sve veličine svodi na stojeći sistem osa. Transformacija veličina se obavlja na sledeći način:

$$\begin{bmatrix} x_A \\ x_M \\ x_{A_r} \\ x_{M_r} \end{bmatrix} = \mathbf{D} \cdot \begin{bmatrix} x_{ds} \\ x_{qs} \\ x_{dr} \\ x_{qr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \theta_{re} & \sin \theta_{re} \\ 0 & 0 & -\sin \theta_{re} & \cos \theta_{re} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ds} \\ x_{qs} \\ x_{dr} \\ x_{qr} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Ose d i q se poklapaju sa osama A i M , respektivno. Osim toga, potrebno je izvršiti svodenje fiktivnih rotorskih namotaja na nivo statorskih veličina. Jedno od rešenja je svodenje rotorskih veličina (jednačina, parametara) na efektivni broj navojaka statora, za svaku osu (d i q) posebno [2]. Ovako svedeni parametri mogu se relativno jednostavno proračunati iz rezultata oglada motorskog praznog hoda i kratkog spoja. Ako u isti mah uvažimo i postojanje kondenzatora vezanog na red sa pomoćnim namotajem statora matematički model razmatranog motora spreman za računarsku simulaciju je sledeći:

$$\frac{d\psi_{ds}}{dt} = u_{M1} - R_{ds} i_{ds} - u_c$$

$$\psi_{ds} = L_{\gamma ds} i_{ds} + M_{ds} (i_{dr} + i_{ds})$$

$$\frac{d\psi_{qs}}{dt} = u_{M2} - R_{qs} i_{qs}$$

$$\psi_{qs} = L_{\gamma qs} i_{qs} + M_{qs} (i_{qr} + i_{qs})$$

$$\frac{d\psi_{dr}}{dt} = -R_{dr} i_{dr} - \omega_{re} k_{AM} \psi_{qr}$$

$$\psi_{dr} = L_{\gamma dr} i_{dr} + M_{ds} (i_{ds} + i_{dr})$$

$$\frac{d\psi_{qr}}{dt} = -R_{qr} i_{qr} + \omega_{re} \frac{1}{k_{AM}} \psi_{dr}$$

$$\psi_{qr} = L_{\gamma qr} i_{qr} + M_{qs} (i_{qs} + i_{qr})$$

$$\frac{di_c}{dt} = \frac{i_{ds}}{C} \quad m_c = p k_{AM} M_{qs} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr})$$

$$\frac{d\omega_{re}}{dt} = \frac{p}{J} (m_c - m_m) - \frac{k_{re}}{J} \omega_{re} \quad (5)$$

gde je $k_{AM} = N_{ds}/N_{qs}$ - efektivni odnos broja navojaka pomoćnog i glavnog namotaja statora u kome su sadržani i njihovi navojni sačinioći.

3. STACIONARNA STANJA JEDNOFAZNOG MOTORA SA KONDENZATOROM

Na osnovu prethodno ustanovljenog matematičkog modela moguće je predvideti (simulirati) ponašanje određenih interesantnih veličina tokom različitih prelaznih procesa. Međutim, praktično su veoma korisne stacionarne karakteristike na osnovu kojih se mogu utvrditi određene interesantne veličine u pojedinim stacionarnim stanjima. Kao i kod trofaznog asinhronog motora, prvenstveno je interesantna mehanička karakteristika motora.

Izvođenje stacionarnih karakteristika bazira na ranije prikazanom modelu kondenzatorskog motora. Pošto je u tom modelu izvršeno svodenje svih veličina na stojeći sistem osa, u ustaljenom stanju sve električne i magnetne veličine su prostoperiodične, frekvencije jednake frekvenciji napona napajanja. Stoga, operator diferenciranja u modelu možemo zameniti sa $j\omega$, a električne i magnetne veličine njihovim kompleksnim predstavnicima [3]. Dakle, sistem jednačina koji opisuju neko stacionarno stanje brzine je sledeći:

$$\begin{aligned} \hat{U}_M &= \left[R_{ds} + j\omega(L_{\gamma ds} + M_{ds}) + \frac{1}{j\omega C} \right] \hat{i}_{ds} + j\omega M_{ds} \hat{i}_{dr} \\ \hat{U}_M &= \left[R_{qs} + j\omega(L_{\gamma qs} + M_{qs}) \right] \hat{i}_{qs} + j\omega M_{qs} \hat{i}_{qr} \\ 0 &= j\omega M_{ds} \hat{i}_{ds} + \omega_{re} M_{qs} \hat{i}_{qs} + \left[R_{dr} + j\omega(L_{\gamma dr} + M_{ds}) \right] \hat{i}_{dr} + \\ &+ \omega_{re} k_{AM} (L_{\gamma qr} + M_{qs}) \hat{i}_{qr} \\ 0 &= -\omega_{re} M_{ds} \hat{i}_{ds} + j\omega M_{qs} \hat{i}_{qs} - \omega_{re} \frac{1}{k_{AM}} (M_{ds} + L_{\gamma dr}) \hat{i}_{dr} + \\ &+ \left[R_{qr} + j\omega(L_{\gamma qr} + M_{qs}) \right] \hat{i}_{qr} \end{aligned} \quad (6)$$

Rešavanjem ovog sistema po strujama, mogu se dobiti stacionarne karakteristike struja glavnog i pomoćnog namotaja, a time i ukupne struje motora. Na osnovu tako dobijenih zavisnosti kompleksnih vrednosti struja od ugaone brzine obrtanja rotora, može se dobiti i izraz za elektromagnetni moment, koji predstavlja mehaničku karakteristiku motora. Međutim, opisano izvođenje stacionarnih karakteristika, za opšte vrednosti parametara motora i priključenog napona, predstavlja vrlo zametan posao. Složenost izraza je posledica nesimetrije statorskih namotaja kod kondenzatorskog mo-

tora. Postojanje kondenzatora u pomoćnoj fazi dodatno usložnjava izraz, čime se gubi njihov praktični značaj.

Za zadate brojne vrednosti parametara motora i priključenog napona, dakle, za konkretan motor, moguće je dobiti stacionarne karakteristike. Potrebno je rešavati sistem jednačina četvrtog reda (jed. 6.) za različite vrednosti ugaonih brzina obrtanja po kompleksnim vrednostima struja. Time se dobija njihova zavisnost od stacionarne brzine obrtanja. Na osnovu kompleksnih predstavnika struja moguće je dobiti i stacionarnu mehaničku karakteristiku motora.

$$\begin{aligned} i_{ds} &= I_{dsm} \cos(\omega t + \varphi_{ds}) & i_{qs} &= I_{qsm} \cos(\omega t + \varphi_{qs}) \\ i_{dr} &= I_{drm} \cos(\omega t + \varphi_{dr}) & i_{qr} &= I_{qrm} \cos(\omega t + \varphi_{qr}) \end{aligned} \quad (7)$$

gde su I_{dsm} , I_{qsm} , I_{drm} , I_{qrm} i φ_{ds} , φ_{qs} , φ_{dr} , φ_{qr} maksimalne vrednosti struja i njihovi fazni stavovi u odnosu na napon i zavise od brzine obrtanja rotora. Uvrštavanjem ovakve specificiranih trenutnih vrednosti struja u izraz za moment konverzije (jed. 5), može se dobiti izraz za trenutnu vrednost momenta konverzije odgovarajuće ustaljenog stanja.

$$\begin{aligned} m_c &= p k_{AM} M_{qs} (i_{qs} i_{dr} - i_{ds} i_{qr}) = \\ &= p k_{AM} M_{qs} (I_{qsm} I_{drm} \cos(\omega t + \varphi_{qs}) \cos(\omega t + \varphi_{dr}) - \\ &- I_{dsm} I_{qrm} \cos(\omega t + \varphi_{ds}) \cos(\omega t + \varphi_{qr})) = \\ &= p k_{AM} M_{qs} \left(\frac{I_{drm} I_{qsm}}{2} \cos(\varphi_{dr} - \varphi_{qs}) - \frac{I_{dsm} I_{qrm}}{2} \cos(\varphi_{ds} - \varphi_{qr}) + \right. \\ &\left. - \frac{I_{drm} I_{qsm}}{2} \cos(2\omega t + \varphi_{dr} + \varphi_{qs}) - \frac{I_{dsm} I_{qrm}}{2} \cos(2\omega t + \varphi_{ds} + \varphi_{qr}) \right) \end{aligned} \quad (8)$$

Prva dva člana u krajnjem izrazu predstavljaju srednju vrednost momenta konverzije. Na osnovu ovog dela izraza i kompleksnih predstavnika struja, dobijenim rešavanjem sistema jednačina (jed. 6), za različite stacionarne vrednosti brzine obrtanja, dobija se stacionarna karakteristika motora.

$$m_{cst} = (1/2) p M_{qs} k_{AM} \operatorname{Re} \left\{ \hat{i}_{dr} \hat{i}_{qs}^* - \hat{i}_{ds} \hat{i}_{qr}^* \right\} \quad (9)$$

Poslednja dva člana u jed. 8. predstavljaju oscilatornu komponentu momenta koja je posledica inverzne komponente obrtnog polja u mašini. Amplitudu ove komponente za različite stacionarne brzine moguće je predvideti takođe na osnovu kompleksnih predstavnika struja kao:

$$m_{osc} = (1/2) p M_{qs} k_{AM} \left| \hat{i}_{dr} \hat{i}_{qs} - \hat{i}_{ds} \hat{i}_{qr} \right| \quad (10)$$

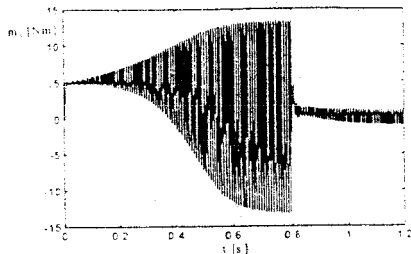
Učestanost oscilovanja ove komponente momenta jednaka je dvostrukoj učestanosti napajanja motora. Značaj mogućnosti procene oscilujuće komponente momenta je u tome što se na osnovu toga može proceniti dobrotu oblika obrtnog polja za različite vrednosti kondenzatora u pomoćnoj fazi.

U ovom radu napisana je procedura (MATLAB m-fic) koja na osnovu zadatih brojnih vrednosti parametara motora, proračunava i grafički prikazuje stacionarne karakteristike za konkretan motor. Na osnovu ovakve procedure moguće je prikazati i diskutovati uticaj parametara, prvenstveno kapacitivnosti kondenzatora, na vrednosti pojedinih strujnih oblik polja u mašini, izgled momenta konverzije itd.

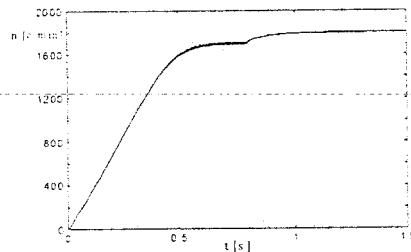
4. SIMULACIONI REZULTATI I POREĐENJE SA STACIONARNIM KARAKTERISTIKAMA

U ovom radu, između ostalog, izvršena je simulacija stanovanja kondenzatorskog motora. Parametri motora i

prilagodljivih kondenzatora dati su u prilogu. Interesantno je obratiti pažnju na odabrane vrednosti kondenzatora. Naime, pri pokretanju motora na red sa pomoćnim namotajem povezan kondenzator kapaciteta $C_{start} = 1.829 \cdot 10^{-4}$, a nakon završenog zaleta, ta vrednost postaje $C_{red} = 1.54 \cdot 10^{-6}$.



Sl. 2. Moment konverzije motora

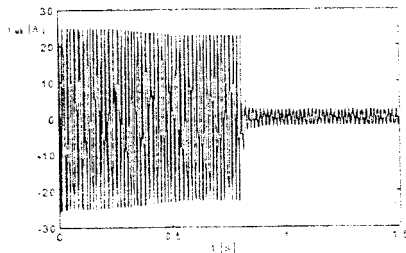


Sl. 3. Brzina obrtanja rotora

Vrednosti kondenzatora su odabrane tako da motor razvija dovoljno veliki polazni moment, a da u ustaljenom stanju oscilacije momenta motora budu što manje. Izvršena je simulacija startovanja neopterećenog motora. Rezultati simulacija prikazani su na slikama 2, 3, i 4.

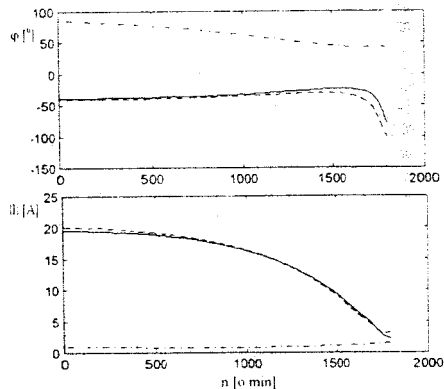
U kratkom periodu nakon samog pokretanja motora obrtno polje u mašini je približno kružnog oblika. Sa porastom brzine obrtanja kružnica, koja odgovara struji statora, se pretvara u elipsu. Vrh polifazora statorske struje se kreće po elipsi koja se sve više sužava, postaje prava, a potom ponovo elipsa sa suprotnim smerom obrtanja. Period neposredno pre promene kapaciteta kondenzatora odgovara situaciji u kojoj se polifazori statorskog fluksa i struje obrću u suprotnim smerovima, tako da kao rezultat imamo oscilatoran moment, i to sa relativno velikom amplitudom ($\approx \pm 13$ Nm, u odnosu na $M_n = 1$ Nm). Ovakva situacija je praktično nepovoljna, jer se javljaju dodatna mehanička naprezanja motora, relativno velik iznos gubitaka, kao i povećan nivo buke. Zbog toga je predviđen kondenzator koji u ustaljenom stanju, pri brzinama bliskim nominalnoj, obezbeđuje približno kružno obrtno polje. Rezultati simulacija potvrđuju da je za razmatrani motor izabrana dobra vrednost radnog kondenzatora koja obezbeđuje približno kružno obrtno polje i relativno male oscilacije momenta. Sa slike 3, vidi se da u periodu pre promene kondenzatora, koji odgovara ustaljenom stanju sa starnim kondenzatorom, brzina ne dostiže sinhronu (1800 o/min) iako je motor neopterećen. Ovo je posledica lošeg obrtnog polja koje se može razložiti na direktnu i inverznu komponentu. Zbog postojanja inverzne komponente

momenta za nulto opterećenje motora ima se znatno klanjanje. Sa slike 4, na kojoj je prikazana ukupna struja motora, vidi se da promena kondenzatora, osim što poboljšava oblik momenta, znatno umanjuje struju u ustaljenom stanju. Pošto je srednja vrednost momenta, a time i izlazna snaga pre i posle promene kondenzatora približno ista, može se zaključiti da nova vrednost kondenzatora znatno poboljšava stepen iskorišćenja snage. Povoljno bi bilo izbeći promenu vrednosti kondenzatora, međutim, ne postoji kondenzator koji bi zadovoljio u ustaljenom stanju i obezbedio dovoljno dobar polazni moment.



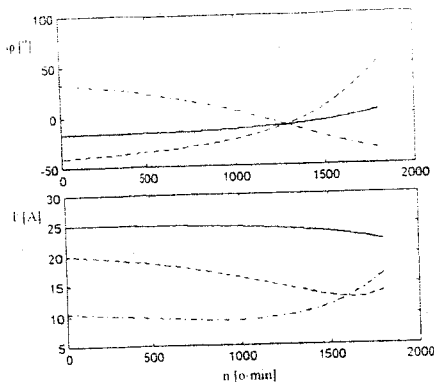
Sl. 4. Ukupna struja motora

Na osnovu procedure u obliku "MATLAB m-file" moguće je dobiti zavisnosti amplituda i faza pojedinih struja i ukupne struje motora od brzine obrtanja rotora. Ove zavisnosti prikazane su na slikama 5 i 6.



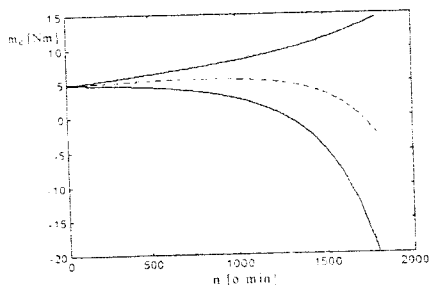
Sl. 5. Stacionarne karakteristike za struje glavnog (—) pomoćnog namotaja (---) i ukupne struje (-), (slučaj $C=C_{start}$)

Analizom dobijenih karakteristika može se ustanoviti slaganje sa prethodno izloženom analizom komponenti momenta dobijenih simulacijom, a s obzirom na oblik obrtnog polja u mašini pri različitim brzinama obrtanja rotora. Na osnovu ovako dobijenih karakteristika, takođe je moguće konstruisati fazorski dijagram struja i napona za bilo koje stacionarno stanje. Vrednosti polaznih struja u pojedinim namotajima, struja pre promene kondenzatora i ustaljenih struja nakon promene kondenzatora, koje su dobijene simulacijom, u potpunosti se slažu sa odgovarajućim radnim tačkama na stacionarnim karakteristikama.

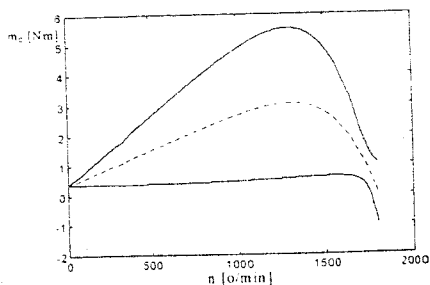


Sl. 6. Stacionarne karakteristike za struju glavnog (--) pomoćnog namotaja (-·-) i ukupne struje (-), (slučaj $C = C_{rad}$)

Na osnovu proračuna stacionarnog režima za konkretan motor, moguće je predvideti amplitude oscilujuće komponente momenta za različite stacionarne brzine obrtanja rotora. Na slici 7, pored stacionarne mehaničke karakteristike (--) prikazane su i obvojnice momenta (-), dobijene na osnovu $m_e = m_{gr} \pm |m_{osc}|$ za $C = C_{start}$, a na slici 8, za $C = C_{rad}$.



Sl. 7. Obvojnice momenta za $C = C_{start}$



Sl. 8. Obvojnice momenta za $C = C_{rad}$

Stacionarne mehaničke karakteristike motora u potpunosti se slažu sa dobijenim simulacionim rezultatima. Radna tačka se tokom zaleta neopterećenog motora pomera po karakteristici sa većim polaznim momentom (---, slika 7).

dostiže brzinu koje je značajno niža od sinhrona, nakon promene kondenzatora prelazi na radnu karakteristiku (---, slika 8.) i dostiže brzinu vrlo blisku sinhronoj

Poređenjem sa dobijenim simulacionim rezultatima može se videti da ovakav pristup procene amplitude oscilujuće komponente momenta daje prilično dobre rezultate, te je veoma pogodan za izbor kondenzatora.

5. ZAKLJUČAK

Pokušaji da se izvedu izrazi koji opisuju stacionarne karakteristike momenta i struja motora, na način kao kod trofaznog asinhronog motora, doveli su do jako komplikovanih i glomaznih izraza, čime se gubi njihov praktični značaj. Ovakvi izrazi su posledica nesimetrije dva postojeća namotaja na statoru, kao i postojanja kondenzatora vezanog na red sa pomoćnim namotajem. Međutim, izložen je način na koji se može doći do stacionarnih karakteristika za konkretan motor. Izvršeno je poređenje vrednosti dobijenih proračunom stacionarnih zavisnosti i rezultata simulacija i utvrdjeno izuzetno dobro slaganje. Izvršena je overa ispravnosti odabranih kapacitivnosti kondenzatora za stari i za trajan rad sa više aspekata. Takođe, na osnovu proračuna stacionarnih stanja izvedena je zavisnost amplitude oscilovanja momenta i ona se potpuno slaže sa rezultatima simulacija. Ova zavisnost u velikoj meri odlikava kvalitet obrtnog polja i prvenstveno je korisna za izbor kondenzatora

6. LITERATURA

- [1] V. Vučković, *Opšta teorija električnih mašina*, Nauka Beograd, 1992.
- [2] P. C Krause, *Analysis of electric machinery*, McGraw-Hill, New York, 1986.
- [3] P. Vas, *Electrical Machines and Drives, A space-vector theory approach*, Clarendon Press, Oxford, 1992.

7. PRILOG

Parametri razmatranog motora.

$$R_{ds} = 7.14 \Omega, \quad R_{qs} = 2.02 \Omega, \quad R_{dr} = 5.74 \Omega, \quad R_{qr} = 4.12 \Omega, \\ X_{ds} = 3.22 \Omega, \quad X_{qs} = 2.79 \Omega, \quad X_{dr} = 2.95 \Omega, \quad X_{qr} = 2.12 \Omega, \\ X_{mqps} = 66.8 \Omega, \quad X_{mds} = 92.9 \Omega, \quad J = 0.0146 \text{ kg}\cdot\text{m}^2, \\ k_{dr} = N_{dr} V_{qr} = 1.18, \quad p = 2, \quad f_s = 60 \text{ Hz}, \quad C_s = 110 \text{ V}, \\ M_s = 1 \text{ Nm}, \quad C_{start} = 1.829 \cdot 10^{-4} \text{ F}, \quad C_{rad} = 1.54 \cdot 10^{-5} \text{ F}.$$

Abstract - In this paper the mathematical model of two-phase asymmetrically inductive machine has been developed. The possible existence of capacitor in the auxiliary phase has been considered. The study-states of single-phase motor with capacitor have been studied. A method for construction of study-state characteristics also has been developed. Mathematical model for simulation purposes was constructed. Comparison of simulation and analytical study state model was performed and the choice of capacitor based on study-state characteristics was discussed.

MODELING AND ANALYSIS OF SINGLE-PHASE MOTOR WITH CAPACITOR

Miodrag Zubić, Radiša Jevremović, Veran Vasić