

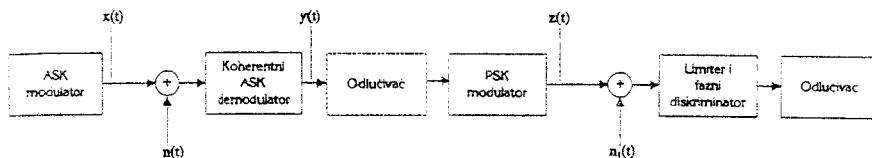
PERFORMANSE SLOŽENOG SISTEMA SA KOHERENTNOM ASK DEMODULACIJOM I LIMITER-DISKRIMINATOR PSK DEMODULACIJOM

Dejan Milić, Dragiša Zlatković
Elektrotehnički fakultet u Nišu

Sadržaj - U ovom radu je određena verovatnoća greške složenog telekomunikacionog sistema sastavljenog od koherentnog ASK podsistema i limiter-diskriminator PSK podsistema pod uticajem aditivnog belog šuma. Upoređeni su rezultati za sistem sa i bez regeneracije impulsa između dva podsistema.

1. UVOD

Telekomunikacioni prenos može zahtevati da se signal prenosi najpre jednom vrstom fizičkog kanala, a zatim drugom: npr. optičkim kablom, a zatim koaksijalnim kablom ili radio difuzijom i koaksijalnim kablom. Do slične situacije dolazi i kada signal treba prenosi najpre jednom, a zatim drugom nosećom frekvencijom. Takvi slučajevi zahtevaju složene sisteme koji se sastoje od dva različita podsistema, od kojih svaki odgovara po jednom od fizičkih kanala. Kod ovakvih složenih sistema moguće je, u izvesnim slučajevima, između dva podsistema izvršiti ili ne izvršiti odlučivanje i regeneraciju impulsa. Tema ovog rada je upravo razmatranje performansi jednog ovakvog sistema.



Slika 1. Blok šema sistema sa koherentnom ASK i limiter-diskriminator PSK demodulacijom. Isprekidani blok treba izostaviti kada se razmatra konfiguracija bez regeneracije impulsa između dva podsistema

2. SISTEM BEZ REGENERACIJE IMPULSA

Složeni sistem se sastoje od koherentnog ASK sistema [1,2] i PSK sistema sa limiterom i faznim diskriminatom [1]. Na ulazu u sistem pojavljuju se dva simbola: "0" i "1" koji odgovaraju amplitudama 0 i A na izlazu iz ASK modulatora:

$$H_0: y(t)=0 \quad (1)$$

$$H_1: y(t)=A \cdot \cos(\omega_0 t) \quad (2)$$

Na prenoseom putu, korisnom signalu se superponira beli šum n(t). Takav signal prolazi kroz uskopojasni filter na ulazu u ASK demodulator (nije prikazan na slici 1.) i signal na izlazu filtra ima oblik:

signalu $y(t)$ na slici 1 i ima oblik:

$$H_0: y(t) = -\frac{A}{2} + u(t) \quad (7)$$

$$H_1: y(t) = \frac{A}{2} + u(t) \quad (8)$$

gde je $u(t)$ Gausov slučajni proces.

Gustine raspodele verovatnoće signala $y(t)$ su Gausove:

$$H_0: p_0(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y + \frac{A}{2})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (9)$$

$$H_1: p_1(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(y - A/2)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (10)$$

U PSK modulatoru se signal moduliše tako što se množi sa $\cos(\omega_1 t)$. Frekvencija ω_1 može biti jednaka, ili različita od frekvencije ω_0 . Ovaj signal odgovara signalu $z(t)$ na slici 1: $z(t) = y(t) \cdot \cos(\omega_1 t)$. Na prenosnom putu se superponira beli Gausov šum $n_1(t)$. Signal zatim prolazi kroz uskopojski filter na čijem izlazu se dobija:

$$\begin{aligned} & [y(t) + u_1(t)] \cdot \cos(\omega_1 t) - v_1(t) \cdot \sin(\omega_1 t) = \\ & r(t) \cdot \cos(\omega_1 t + \phi(t)) \end{aligned} \quad (11)$$

gdje su:

$$r(t) = \sqrt{[y(t) + u_1(t)]^2 + v_1(t)^2} \quad (12)$$

$$\phi(t) = \arctg\left(\frac{v_1}{y(t) + u_1(t)}\right) \quad (13)$$

a $u_1(t)$ i $v_1(t)$ nezavisni Gausovi slučajni procesi sa nultim srednjim vrednostima i varijansama σ_1 .

Signal zatim prolazi kroz limiter koji ima ulogu da eliminiše sve varijacije u amplitudi dolaznog signala, a da pri tome ne unese nikakve promene u fazi. Iza limitera se postavlja "zonski filter" koji propušta spektralne komponente koje su postojale i pre limitovanja, a ukida sve spektralne komponente koje su nastale kao posledica nelinearnog postupka ograničavanja amplitude. Iza filtera se dobija signal koji ima konstantnu amplitudu, a informacija je sadržana samo u fazi signala.

Fazni diskriminator na svom izlazu daje signal koji je direktno proporcionalan fazi signala na ulazu u diskriminatore. Ovakav signal se zatim vodi do odlučivača koji tada, u principu, na osnovu faze donosi odluku o tome koji je simbol poslat. Može se pokazati da je faza signala slučajna promenljiva koja ima sledeću gustinu raspodele uslovne verovatnoće [1]:

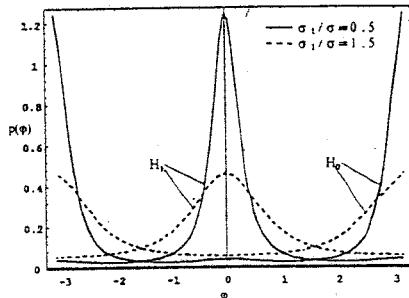
$$p(\phi | y) = \frac{e^{-\frac{y^2}{2\sigma_1^2}}}{2\pi} + \frac{y \cos \phi}{2\sqrt{2\pi}\sigma_1} e^{-\frac{y^2 \sin^2 \phi}{2\sigma_1^2}} \left[1 + erf\left(\frac{y \cos \phi}{\sqrt{2}\sigma_1}\right) \right] \quad (14)$$

Gustine raspodela verovatnoće faze mogu se dobiti po definiciji:

$$p(\phi) = \int_{-\infty}^{\infty} p(\phi | y) \cdot p(y) \cdot dy \quad (15)$$

$$p_s(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y - A/2)^2}{2\sigma^2}\right) p(\phi | y) dy \quad (16)$$

$$p_s(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{(y - A/2)^2}{2\sigma^2}\right) p(\phi | y) dy \quad (17)$$



Slika 2. Gustina raspodele verovatnoće faze $\phi(t)$ za sistem bez regeneracije

Verovatnoća greške u slučaju kada su oba binarna simbola jednakno verovatna može se svesti na sledeći oblik:

$$\begin{aligned} Pe &= \frac{1}{2} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p_s(\phi) d\phi + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p_i(\phi) d\phi + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p_s(\phi) d\phi \right] = \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p_s(\phi) d\phi + \left(1 - \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p_i(\phi) d\phi \right) \right] = \\ &= \frac{1}{2} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_s(\phi) d\phi - \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_i(\phi) d\phi = \frac{1}{2} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} [p_s(\phi) - p_i(\phi)] d\phi \end{aligned} \quad (18)$$

U gornjoj jednakosti je iskorišćena činjenica da su raspodelе faze parne po ϕ , kao i relacija: $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} p_i(\phi) d\phi = 1$.

Korišćenjem jednakosti (15) dobija se izraz:

$$Pe = \frac{1}{2} - \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\infty}^{\infty} [p_i(y) - p_s(y)] p(\phi | y) dy d\phi \quad (19)$$

Kako je $p_i(y) - p_s(y)$ neparna funkcija od y na simetričnom segmentu integracije $(-\infty, +\infty)$, iz raspodelе

faze eliminisano parne funkcije koje ne daju doprinos vrednosti integrala. Tako se dobija:

$$Pe = \frac{1}{2} - \int_{\sigma \cos \varphi = -\infty}^{\sigma \cos \varphi = \infty} \frac{e^{-\frac{(y - A/2)^2}{2\sigma^2}} - e^{-\frac{(y + A/2)^2}{2\sigma_i^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma} \frac{y \cos \varphi}{2\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{y^2 \sin^2 \varphi}{2\sigma_i^2}} dy \quad (20)$$

Integral po y je moguće uraditi u zatvorenom obliku, pa to daje:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi\sigma\sigma_i} \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot \exp\left(-\frac{(y - A/2)^2}{2\sigma^2} - \frac{y^2 \sin^2 \varphi}{2\sigma_i^2}\right) dy = \\ & = \frac{e^{-\frac{A^2 \sin^2 \varphi}{8(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}}}{4\pi\sigma\sigma_i} \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi}}{\sigma_i} \frac{y}{\sigma} - \frac{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi}}{2\sigma\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi}} \right)^2} dy = \\ & = \frac{A\sigma_i^2}{4\sqrt{2\pi}(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \varphi}{8(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}\right) \end{aligned} \quad (21)$$

Izračunavanje gornjeg integrala je elementarno, ali pomalo gromazno; rešenje se svodi na dva integrala oblika:

$$\int_{-\infty}^{\infty} ie^{-z^2} dz = 0 \quad i \quad \int_{-\infty}^{\infty} e^{-z^2} dz = \sqrt{\pi}, \text{ što na kraju daje (21).}$$

Slično se dobija:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4\pi\sigma\sigma_i} \int_{-\infty}^{\infty} y \cdot \exp\left(-\frac{(y + A/2)^2}{2\sigma^2} - \frac{y^2 \sin^2 \varphi}{2\sigma_i^2}\right) dy = \\ & = -\frac{A\sigma_i^2}{4\sqrt{2\pi}(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{A^2 \sin^2 \varphi}{8(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

Sada je potrebno integraliti po φ :

$$Pe = \frac{1}{2} - \int_0^{\pi/2} \frac{A\sigma_i^2 \cos \varphi}{2\sqrt{2\pi}(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{A^2 \sin^2 \varphi}{8(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}} d\varphi \quad (23)$$

Ovaj integral se lako izračunava smenom:

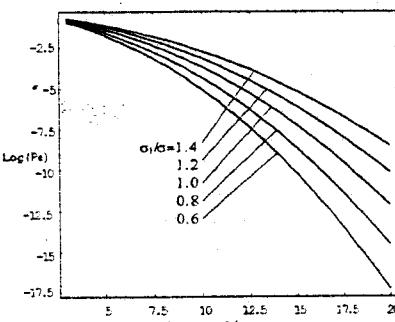
$$\frac{A \sin \varphi}{2\sqrt{2(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}} = t \quad (24)$$

Poseć smanjene imu se:

$$Pe = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{\pi}}{4} \int_0^{A/\sqrt{2(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{A}{2\sqrt{2(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}}\right) \quad (25)$$

$$Pe = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2(\sigma_i^2 + \sigma^2 \sin^2 \varphi)}}\right) \quad (26)$$

Dobijeni rezultati pokazuju da šum u obavda dela sistema deluje formalno na isti način, tj. ni jedan deo sistema nije favorizovan po svom doprinosu na performanse. Ša stanovišta odlučivača, značajan je samo ukupni aditivni šum. Verovatnoća greške (26) prikazana je na slici 3. za razne vrednosti odnosa σ_i/σ .



Slika 3. Verovatnoća greške za koherentni ASK - limiter-diskriminator PSK sistem bez regeneracije

3. SISTEM SA REGENERACIJOM IMPULSA

Za sistem sa regeneracijom impulsa postoji i blok odlučivača koji je na slici 1. prikazan isprekidanom linijom. Verovatnoća greške prveg podsistema sada je [1]:

$$P_{e1} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2\sigma}}\right) \quad (27)$$

Verovatnoća greške drugog podistema može se svesti na:

$$P_{e2} = 2 \int_0^{\pi/2} p(\varphi) / \frac{A}{2} d\varphi \quad (28)$$

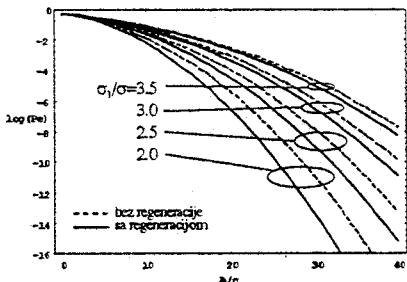
gde je $p(\varphi)/y$ dato sa (14). Rešenje ovog integrala je:

$$P_{e2} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{A}{2\sqrt{2\sigma}}\right) \quad (29)$$

Dogadjaj da se dogodi greška u prenosu kroz celi sistem je unija dva dogadjaja: greška se dogodila u prvom podsistemu, a u drugom nije; i greška se dogodila u drugom podsistemu, a u prvom nije:

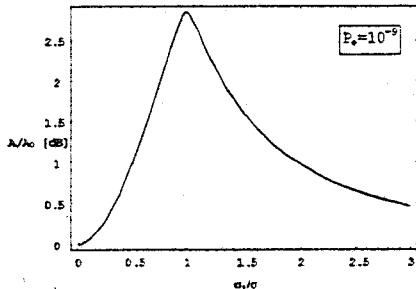
$$\begin{aligned} Pe &= P_{e1}(1 - P_{e2}) + (1 - P_{e1})P_{e2} = \\ &= P_{e1} + P_{e2} - 2P_{e1}P_{e2} \end{aligned} \quad (30)$$

Uvrštanjem izraza (27) i (29) u gornju jednačinu, dobija se izraz za ukupnu verovatnoću greške sistema. Za razliku od jednačine (26), jednačina (30) pokazuje složeniju zavisnost od količine šuma u različitim delovima sistema. Iako su obađva podistema međusobno ravnopravna, sada performanse nisu više funkcija samo ukupnog šuma. Verovatnoća greške (30) je prikazana na slici 4, u poređenju sa sistemom bez regeneracije.



Slika 4. Verovatnoća greške za sistem sa i bez odlučivanja i regeneracije impulsa

Vidi se da sistem sa regeneracijom ima bolje performanse (ovo nije tačno za male vrednosti odnosa signal-šum, medium, to nije od praktičnog interesa). Razlika u performansama opada ako je šum u jednom od delova sistema veći (slika 4. je invarijantna u odnosu na međusobnu zamenu σ_1 i σ_0).



Slika 5. Dodatna snaga $20 \log(A/A_0)$, koja je potrebna da bi verovatnoća greške bila ista kao u slučaju sa regeneracijom impulsa; A_0 se odnosi na sistem bez regeneracije i $P_e = 10^{-9}$

Da bi se postigla dovoljna verovatnoća greške kod sistema bez regeneracije, potrebno je da odnos signal-šum bude veći nego što je to slučaj kod sistema sa regeneracijom. Na slici 5. prikazana je dodatna snaga koju treba upotrebiti u sistemu bez regeneracije (u odnosu na sistem sa regeneracijom), da bi verovatnoća greške bila jednak 10^{-9} . Vidi se da dodatna snaga zavisi od međusobnog odnosa spektralnih gustina snage šuma u dva dela sistema; da ima maksimum (2.85 dB) u slučaju kada su one jednakne.

4. ZAKLJUČAK

Složeni telekomunikacioni sistem koji se sastoji od koherentnog ASK podistema i limiter-diskriminatore PSK podistema može se upotrebiti i bez odlučivača između njih. Cena izostavljanja odlučivača mora se ipak platiti povećanjem emitovane snage kako se ne bi pogorsile performanse. Potrebno povećanje snage može biti vrlo malo, posebno u slučaju kada se koriste dva fizički različita kanala u kojima se spektralne gustine snage šuma dovoljno razlikuju (npr. za red veličine ili više).

LITERATURA

- [1] G.Lukatela, "Statistička teorija telekomunikacija", Građevinska knjiga, Beograd, 1981.
- [2] G.Lukatela, D.Drajić, G.Petrović, "Digitalne telekomunikacije", Građevinska knjiga, Beograd, 1978.

Abstract - In this paper, the error probability for the complex telecommunication system consisting of coherent ASK subsystem and limiter-discriminator PSK subsystem in the presence of white additive noise is shown. The results are compared for both system configurations, with and without regeneration of impulses between two subsystems.

PERFORMANCES OF COMPLEX SYSTEM WITH COHERENT ASK AND LIMITER-DISCRIMINATOR PSK DEMODULATION

Dejan Milić, Dragiša Zlatković