

VIŠENIVOSKE MINIMAKSNE SEKVENCE

Aleksa J. Zejak, Institut IMTEL, Bulevar Lenjina 165b, Beograd
 Jovan A. Zatkalik, Elektotehnički fakultet, Bul. Revolucije 73, Beograd

Sadržaj: Predstavljen je novi postupak generisanja sekvenci za složeni radarski signal. Primenjen je minimaksni DIRLS algoritam koji je namenjen za projektovanje doplerovski optimizovanih razdešenih filtera. Data su rešenja za dve vrste sekvenci kojima su su ovde data imena: "minimaksne višenivoske" i "višenivoske približno komplementarne sekvence". Dobljene sekvence pored primene u radarima sa kompresijom impulsa imaju primenu kod sonara i u komunikacijama sa proširenim spektrom.

1. UVOD

Poznato je da domet radara pri optimalnoj obradi primljenih signala u datoj spektralnoj gustini šuma zavisi isključivo od ukupne energije signala i nezavisan je od oblika signala. To omogućava da se pri datoj energiji predajnog signala izabere njegov oblik tako da se optimizuje neka druga karakteristika radara, na primer rezolucija.

Složeni radarski signal obično ima konstantnu amplitudu, a faza ili frekvencija se menjaju unutar impulsa sa namerom da se postignu željene karakteristike kompresionog filtera, odnosno željene karakteristike radara. Međutim postoje i takvi oblici signala kojima se, pored faze ili frekvencije, menja i amplituda od jednog do drugog subimpulsa. Generalno, takav signal naziva se višenivoski (multilevel) za razliku od signala sa uniformnom amplitudom, a odgovarajuće kodne sekvence mogu se nazvati višenivoskim sekvencama. Neke specifične sekvence, poput Huffmanovih, imaju svoj poseban naziv.

Opšti cilj izbora i projektovanja radarskog signala je takav kompresioni filter čiji je odziv što je moguće bliži idealnom igličastom obliku. Drugim rečima, treba svesti na minimum nivo bočnih snopova (sopstveni klater) kako ne bi maskirali bliske slabije signale. Kako kod višenivoskih sekvenci imamo još jedan stepen slobode, promenu amplitude, može se očekivati da je takav signal lakše formirati. Doduše, upravo zbog promene amplitude, ovakvi signali iz tehnoloških razloga, do sada, nisu bili pogodni za praktičnu primenu. Napretkom tehnologije višenivoske sekvence postaju sve aktuelnije a teorija mora ići korak ispred tehničkih realizacija.

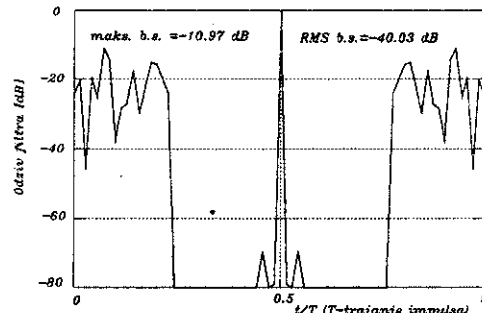
2. VIŠENIVOSKE Približno komplementARNE SEKVENCE

Jednu klasu sekvenci za formiranje složenih radarskih signala čine komplementarne sekvence koje je prvi uveo Golay [1]. Iscrpan pregled o komplementarnim sekvencama dat je u [2]. Autokorelaciona funkcija (acf) komplementarnih parova (odnosno skupova) sekvenci imaju istu vrednost ali suprotan znak, osim za nulti pomak, gde je znak isti. Na taj način dobija se idealna acf sa bočnim snopovima koje su jednake nuli. Međutim, ovakva primena komplementarnih sekvenci u

radarima problematična je zbog izuzetno visoke Doplerove osetljivosti. Alternativa pravom koherentnom komplementarnom sistemu je primena komplementarnih sekvenci od impulsa [3] ili makro sekvenci [2].

Poznato je da Huffmanove sekvence [4] imaju acf sa bočnim snopovima jednakim nuli, osim na svojim krajevima. Kod projektovanja ovih sekvenci cilj je postići kompromis između što nižeg nivoa bočnih snopova i energetske efikasnosti sekvence $\{a_i\} = \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$.

Komplementarni par $\{a_i\}$, $\{b_i\}$ čine sekvence takvih autokorelacionih funkcija čiji su bočni snopovi komplementarni, tako da zbir autokorelacionih funkcija daje idealnu združenu acf.



Slika 1. Autokorelaciona funkcija para komplementarnih Injejev's sekvenci dužine 9, primenjenih od impulsa do impulsa.

U radu [3] dat je predlog za konstruisanje komplementarnih sekvenci na bazi Huffmanovih višenivoskih sekvenci. Ove sekvence pripadaju klasi višenivoskih sekvenci čija je acf veoma slična idealnoj acf. Svi njihovi bočni snopovi jednaki su nuli osim na samim krajevima. Huffmanove sekvence takođe su osetljive na Doplerov pomak frekvencije. Metoda konstruisanja zasniva se na kompleksnoj transformaciji signala:

$$b_n = a_n e^{\frac{j2\pi n x}{x}} \Rightarrow R_b(k) = R_a(k) e^{\frac{j2\pi k x}{x}}, \quad (1)$$

gde su $R_a(k)$ i $R_b(k)$ acf polazne $\{a_i\}$ i transformirane $\{b_i\}$ sekvence. U gornjoj jednačini x se bira tako da celi izraz u eksponentu autokorelacione funkcije $R_b(k)$ bude jednak neparnom umnošku ugla

rotacije π kada je $k=N$. To za posledicu ima poništavanje bočnih snopova acf koje se kod Huffmanovih sekvenci nalaze na krajevima.

Na ovaj način konstruisane su komplementarne sekvence koje za polaznu Injeyevu sekvencu dužine 9, primenjenoj od impulsa do impulsa daju nivo maksimalnih bočnih snopova jednak 10,97 dB što je prikazano na slici 1.

Ovde treba napomenuti da je za oblik acf, kada se neidentične sekvence emituju od impulsa do impulsa, nebitan razmak između impulsa. Neophodan je jedino uslov da razmak bude veći od dužine duže sekvence (ako su u opštem slučaju sekvence različite dužine). Razmak između impulsa utiče jedino na položaj bočnih snopova u odnosu na centralni snop.

3. IRLS/DIRLS ALGORITAM

Problem potiskivanja bočnih snopova autokorelacione funkcije javlja se u radarskoj teoriji od samih početaka primene kompresije radarskog impulsa. Ovaj problem neprekidno je predmet intenzivne pažnje u stručnoj literaturi a rešava se sa promenljivim uspehom.

U [5,6,7] predložena je iterativna ponderisana procedura najmanje kvadratne greške (Iterative Reweighted Least Square: IRLS). Generalizacija te metode na projektovanje doplerovski optimizovanih razdešenih filtera je DIRLS algoritam. IRLS/DIRLS metoda projektovanja razdešenih filtera može se koristiti kako za realne tako i za kompleksne sekvence. U ovom članku analiza će biti provedena za nulti Doplerov pomak, odnosno primeniće se IRLS algoritam kao specijalan slučaj DIRLS algoritma.

IRLS algoritam definiše se relacijom:

$$\delta = (A^T W_i A)^{-1} A^T W_i b \quad (2)$$

gde je:

$$A = \begin{bmatrix} \alpha_1 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_2 & \alpha_1 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \alpha_N & \alpha_{N-1} & \dots & \alpha_2 & \alpha_1 & \dots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_N & \dots & 0 \end{bmatrix}_{(N+M-1) \times M} \quad (3)$$

W_i je dijagonalna matrica koja sadrži funkciju težinskih koeficijenata. Formira se adaptivnim podešavanjem koje se obavlja sa ciljem da se dobiju što manji nivoi maksimalnih bočnih snopova na izlazu razdešenog filtera. Koeficijenti željenog filtera su b a željeni odziv filtera je δ . N je dužina sekvence, a M je dužina filtera. Superskript T označava transponovanu matricu.

4. PRIMENA IRLS ALGORITMA NA PROBLEM GENERISANJA KOMPLEMENTARNIH SEKVENCI

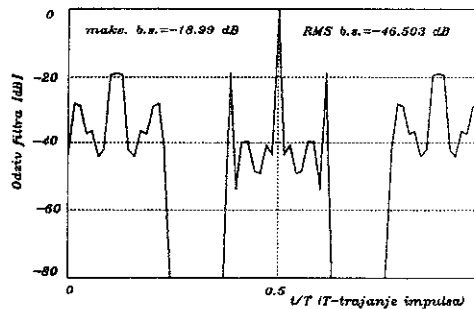
Metode projektovanja IRLS razdešenih filtera mogu se primeniti i za projektovanje aproksimirane komplementarne sekvence. Cilj nam je da, krenuvši od polazne sekvence $\{a_i\}$ konstruišemo sekvencu $\{b_i\}$, tako da njihove autokorelacione funkcije imaju komplementarne bočne snopove. To znači da relaciju (2) možemo pisati na sledeći način:

$$\delta = (A^T W_i A)^{-1} A^T W_i R_b \quad (4)$$

gde je R_b željena autokorelaciona funkcija komplementarne sekvence $\{b_i\}$ koju tražimo.

Tako dobijena sekvencu neće biti u potpunosti komplementarna polaznoj sekvenci $\{a_i\}$ nego aproksimacija koja minimizira kvadratnu grešku prema željenoj acf filtera.

Na PC računaru programskim jezikom MATLAB modelirana je opisana metoda generisanja komplementarnog para sekvenci. Za ilustraciju ove metode u ovom radu odabrani su rezultati za komplementarni par dobijen od Injey sekvence dužine 9 kao polazne sekvence. Ova sekvencu je odabrana da bi se mogli uporediti rezultati dobijeni standardnim postupcima generisanja komplementarnih sekvenci.



Slika 2. Autokorelaciona funkcija para IRLS komplementarnih Injeyevih sekvenci dužine 9, primenjenih od impulsa do impulsa.

Na slici 2 prikazana je autokorelaciona funkcija odnosno odziv prilagođenog filtera za IRLS komplementarni par. Nivo maksimalnih bočnih snopova je -18.988 dB što je za čitavih 8 dB bolje od metode (2) koja je opisana u radu [3]. Srednjokvadratni nivo bočnih snopova iznosi -46.503 dB što je za 6.5 dB bolje od metode (1).

Moguće je izvršiti doplerovsku optimizaciju IRLS metode konstruisanja komplementarnih sekvenci. Metodološki ovaj problem je rešen za projektovanje razdešenih filtera i potrebno ga je samo primeniti za konstruisanje komplementarnih sekvenci. Teškoće koje iskrsavaju su računarske prirode zbog većeg obima računanja i potrebe za većom memorijom. Problem nastaje zbog toga što se Doplerova optimizacija svodi umesto na optimizaciju autokorelacione funkcije na optimizaciju funkcije neodređenosti što zahteva znatno veću memoriju računara. Doduše, ovi problemi nastaju samo kada se žele generisati sekvence većih dužina i nisu nerešivi.

Novi postupak generisanja komplementarnih sekvenci koji je prikazan u ovom radu zasniva se na iterativnoj ponderisanoj LS proceduri koja je izvorno razvijena za projektovanje razdešenih filtera. Dobijene su sekvence koje imaju niže bočne snopove autokorelacione funkcije nego što ih imaju sekvence dobijene na konvencionalan način. Osim toga prednosti ove metode su u sledećem:

Prvo, može se, pošavši od bilo koje sekvence koja nam odgovara po nekim svojim svojstvima, generisati (aproksimirani) komplementarni par. U ovo su uključene realne i sve kompleksne sekvence.

Drugo, ovom metodom moguće je izvršiti i Doplerovu optimizaciju generisanog para sekvenci što je od izuzetnog značaja za primene u radarskoj tehnici. Dati su i primeri rezultata koji su dobijeni simulacionim modelom.

5. SEKUNDARNE MINIMAKSNE VIŠENIVOSKE SEKVENCE

Sekvence koje ćemo ovde razmatrati nazvaćemo uslovno sekundarnim višenivoskim sekvencama jer se dobijaju kao sekundarni rezultat projektovanja razdešenih filtara. Naime, pokušavajući da reše problem potiskivanja bočnih snopova radarskog signala, Acroyd i Ghani [8] predložili su metod iterativnog LS (Least Square) filtriranja. LS metod su prvi put primenili na signale u geofizičari Trietel i Robinson [9]. Abbasi i Ghani [10, 11] uočili su da tako dobijeni koeficijenti i sami čine višenivosku sekvencu dobrih svojstava. Tako generisana sekvenca ima niže bočne snopove autokorelacione funkcije (*acf*) nego inicijalna. Ako postupak računanja koeficijenata LS filtra ponovimo više puta dobićemo niz sekvenci sa sve nižim i nižim bočnim snopovima *acf*.

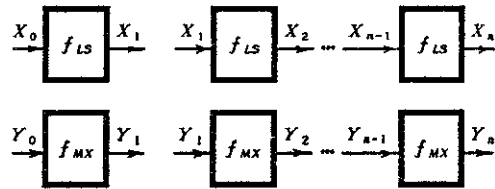
Drugi pristup potiskivanju bočnih snopova je korišćenje minimaksnog (MX) kriterijuma [12]. Inverzni filter projektovan korišćenjem MX kriterijuma obezbeđuje minimalnu vrednost maksimalnih bočnih snopova za datu dužinu filtara. Koeficijenti filtra dobijeni korišćenjem MX kriterijuma čine sekvencu sa bočnim snopovima kroskorelacione funkcije (*ccf*) nižim od onih dobijenih LS metodom. Sledeći gornju ideju načinili smo skup sekvenci primenivši na iterativan način IRLS algoritam [5, 6] koji ispunjava MX kriterijum (minimizuje maksimalne bočne snopove odziva kompresionog filtra). Dobili smo izuzetne rezultate koje smo prvi put objavili u [5].

Zanimljivo je to da IRLS (Iterative Reweighted Least Square) algoritam sam predstavlja specifičnu iterativnu primenu LS kriterijuma. Tako da se, ovde predložene minimaksne višenivoske sekvence, dobijaju dvonivoskom iteracijom po LS kriterijumu.

Predloženi postupak primenjen je na Barkerovu sekvencu dužine 13 da bi se rezultati mogli direktno porediti sa rezultatima drugih autora. Postupak se, međutim, može primeniti na sve vrste sekvenci bez ograničenja, što sledi iz prirode ovog algoritma [7]. Merljivi parametri za poredenje LS i MX nizova sekvenci su: maksimalni nivo bočnih snopova, srednjekvadratni nivo bočnih snopova (energija bočnih snopova), energetska efikasnost i gubitak odnosa sigal / šum. Svi ovi elementi su analizirani i prikazani na slikama 5 do 8.

6. PREDLOŽENI METOD

Procedura dobijanja koeficijenata LS filtra može se zamisliti kao preslikavanje f_{LS} m -dimenzionalnog vektora ulazne sekvence $X_0 = (x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0m})$ u sekvencu koeficijenata filtra $X_1 = (x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1m})$; kao što je prikazano na slici 3.



Slika 3. Preslikavanje koeficijenata filtra: a) LS, b) MX.

Ako izvršimo ovo preslikavanje n puta, uzimajući svaki put izlaznu sekvencu kao ulaznu sekvencu, dobićemo skup sekvenci:

$$X_{LS} = (X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (5)$$

Primenivši istu ideju, ali ovaj put korišćenjem MX preslikavanja f_{MX} [6], umesto LS preslikavanja, dobićemo drugi skup sekvenci:

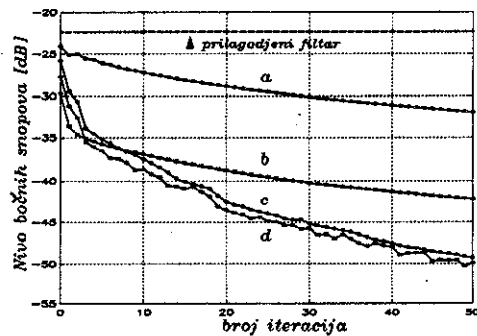
$$Y_{MX} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n). \quad (6)$$

Početna sekvenca X_0 i Y_0 mogu biti iste, na primer Barkerova sekvenca dužine 13.

7. ANALIZA REZULTATA

Da bi metod bio eksperimentalno potvrđen, ispitano je više inicijalnih sekvenci X_0 i Y_0 . Na slikama 4 i 5 prikazani su rezultati za inicijalnu sekvencu Barker 13. Dobijena su dva skupa sekvenci

$$X_{LS} = (X_1, X_2, \dots, X_{50}) \quad \text{i} \quad Y_{LS} = (Y_1, Y_2, \dots, Y_{50}).$$



Slika 4. Nivo bočnih snopova LS i MX višenivoskih sekvenci (Barker dužine 13): a) Maksimalni bočni snopovi LS sekvence, b) Maksimalni bočni snopovi MX sekvence, c) Srednjekvadratni bočni snopovi LS sekvence, d) Srednjekvadratni snopovi MX sekvence.

X sekvenca ima приметnu distancu između nivoa maksimalnih bočnih snopova i srednjekvadratnog nivoa bočnih snopova što ukazuje na igličasti tip bočnih snopova. Kod Y sekvenci obe krive su bliske jedna drugoj zbog toga što su bočni snopovi "dobro" raspoređeni. Y sekvenca ima niže maksimalne bočne snopove, a posle Y_7

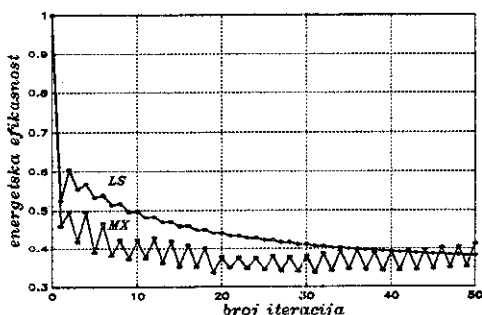
i niže srednjekvadratne bočne snopove. Cena je sledeća: niža energetska efikasnost kod malog broja iteracija i neznatan gubitak odnosa signal/šum (slika 5).

Energetska efikasnost sekvence X_i definisana je sa:

$$eflic(X_i) = \frac{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m x_{ik} \times x_{ik}^*}{\max_k (x_{ik} \times x_{ik}^*)}. \quad (7)$$

Nivo bočnih snopova izlaza filtra računat je za slučaj kada je predajna sekvenca X_n ili Y_n , a koeficijenti prijemnog filtra X_{n+1} ili Y_{n+1} .

Posle izvesnog broja iteracija ($n > 20$) X_n i X_{n+1} postaju skoro identični, to jest algoritam konvergira, pa veći broj iteracija ne dovodi do bitnog potiskivanja. Koeficijenti prilagođenog LS filtra su isti tako da nema gubitka odnosa signal / šum. Nasuprot tome sekvence Y_n i Y_{n+1} , bez obzira na broj iteracija, nisu identične. Sekvence Y_n , gdje je n parno, imaju veću efikasnost od neparnih tako da su one potencijalne predajne sekvence, dok su neparne koeficijenti filtra na prijemu. I pored razdešenosti između sekvenci Y_n i Y_{n+1} gubitak odnosa signal/šum (SNR) je mali. Za $n > 20$ gubitak SNR je veoma mali i ne dostiže 0.05 dB. Ovaj algoritam ima smisla primeniti i za veći broj iteracija, jer je i dalje moguće potiskivati MX nivo bočnih snopova.



Slika 5. Energetska efikasnost LS i MX višenivoskih sekvenci (Barker dužine 13).

Predloženi algoritam daje višenivoske sekvence sa veoma niskim bočnim snopovima uz neznatnu cenu gubitka odnosa signal/šum (<0.04 dB) što ove sekvence čini znatno boljim od do sada predloženih. Zbog minimizovanih maksimalnih bočnih snopova ove sekvence se mogu nazvati minimaksnim (MX) višenivoskim sekvencama. Budući da su i srednjokvadratni bočni snopovi znatno niži nego kod LS višenivoskih sekvenci, objedinjavajući oba dobra svojstva, možemo ih nazvati i (MX+LS) sekvencama.

8. ZAKLJUČAK

Korišćen je IRLS/DIRLS algoritam za generisanje složenog radarskog signala dobrih karakteristika. Dobijene su dve vrste višenivoskih sekvenci koje se mogu primeniti u radarima, sonarima i komunikacijama sa proširenim spektrom. Komparativna analiza sa sličnim

sekvencama pokazuje da nove dobijene sekvence imaju bolja svojstva uz izvesnu prihvatljivu "cenu": neznatan gubitak odnosa signal/šum i nešto smanjene energetske efikasnosti. Povećanjem broja iteracija moguće je postići još dodatna poboljšanja.

Posebnu prednost IRLS/DIRLS algoritma vidimo u tome što je moguće uračunati Doplerov pomak i tako minimizovati njegov negativni efekat na odziv kompresionog filtra. Ovaj algoritam može se upotrebiti i za generisanje drugih tipova sekvenci kao što su, na primer, periodične sekvence. U ovom pravcu valja usmeriti dalja istraživanja jer periodične sekvence, pored radara i sonara, imaju veliku primenu za sinhronizaciju u sistemima sa proširenim spektrom.

LITERATURA

- [1] Golay, M. J. E. : "Complementary series", *IRE Trans.*, IT-11, pp. 207-214, 1961.
- [2] Budišin, S. Z. : "Novi rezultati u teoriji komplementarnih sekvenci", *Naučno tehnički pregled, specijalni broj - radarska tehnika*, 1991.
- [3] Budišin, S. Z. : "Complementary Huffman sequences", *Electronics letters*, Volume 26, No. 8, pp. 533-534, 1990.
- [4] Ackroyd, M. H. : "The design Huffman sequences", *IEEE Trans.*, AES-6, pp. 790-796, 1970.
- [5] P.B. Rapajić, A.J. Zejak, "Low sidelobe multilevel sequences by minimax filter", *Electronics letters*, Vol. 25, No-16, pp. 1090-1091, August 1989.
- [6] A.J. Zejak, E. Zentner, P.B. Rapajić: "Doppler optimized mismatched filters", *Electronics letters*, Vol 21, No. 7, 558-560, 1991.
- [7] A.J. Zejak: "Razdešeni filtri u radarima sa fazno kodovanim signalom optimizovani po Doplerovom pomaku frekvencije", *doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet u Beogradu*, 1993.
- [8] M. H. Ackroyd and F. Ghani: "Optimum mismatched filter for sidelobe suppression", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol AES-9, No. 2, pp. 214-218, Mar. 1973.
- [9] S. Trietel and E. A. Robinson: "The design of high-resolution digital filters", *IEEE Trans. Geosc. Electron.*, Vol. GE-7, pp. 142-145, July 1966.
- [10] Z.A. Abbasi and F. Ghani: "Multilevel sequences with good autocorrelation properties", *Electronics letters*, march 1988, Vol. 24, No-7, pp. 393-394.
- [11] Z.A. Abbasi: "Iterative method for range sidelobe suppression for binary codes", *Electronics letters*, July 1988, Vol. 24, No-14, pp. 889-890.
- [12] S. Zoraster: "Minimum peak range sidelobe filters for binary phase-coded waveforms", *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol AES-16, No. 1, pp. 112-115, Jan. 1980.

Abstract: A new procedure of designing sequence for compound radar signal is presented. Minimax DIRLS algorithm is used, aimed for designing Doppler optimized mismatched filters. Two solution are given for two types of sequences named "minimax multilevel", and "multilevel approximately complementary sequences". The obtained sequences, beside the application in radars with pulse compression are also used in sonars and in communications with spread spectrum.

MULTILEVEL MINIMAX SEQUENCES

Aleksa J. Zejak, Jovan A. Zatkalić