XXXIX KONFERENCIJA ZA ETRAN, ZLATIBOR, 6 - 9. JUNA 1995.

MODELIRANJE ATM PRSTENA PRI VELIKIM OPTEREĆENJIMA

Mirjana Zafirović- Vukotić, Instutut Mihajlo Pupin, Volgina 15, Beograd

Sadržaj - *U ovom radu se razmatra sistem više redova čekanja i jednog opslužívača, gde server slučajno proziva redova. Strategija opsluživanja reda je 1- ograničena. Dobijeno je razlaganje ukupnog rada u sistemu i egzaktan izraz za težinski zbir vremena čekanja pri raznim redovima. Ovo vodi do egzaktnih srednjih vremena čekanja u simetričnom sistemu sa slučajnim prozivanjem. Takav sistem sa slučajnim prozivanjem je predstava mehanizma pristupa u ATM orijentisanim prstenima pri velikim i simetričnim opterećenjima.*

1. UVOD

ATM (Asynchronous Time-division Multiplexing) orijentisani mehanizmi pristupa u lokalnim mrežama velikih brzina, kao što su Orvel [3] i ATM Prsten [1] mehanizmi pristupa, mogu biti predstavljeni kao sistemi više redova čekanja i jednog ili više opsluživača, gde redovi nisu prozivani ciklično [4].

ATM prsten je podeljen u segmente jednake dužine koje nazivamo izdeljcima (slot). Izdeljci kruže prstenom i oni mogu biti prazni ili puni. U stanicama se nalaze minipaketi tj. MAC PDU koji čekaju da budu poslati. Svaki minipaket se šalje do odredišta samostalno. Stanice su aktivno priključene na prsten: one ponavljaju ili menjaju izdeljke. Jedan minipaket se sadrži u jednom izdeljku. Prazan izdeljak se može popuniti minipaketom. Pretpostavljamo da svaka stanica može iskoristiti svaki prazan izdeljak koji dodje do nje. Pun izdeljak kruži prstenom i dolazi do odredišne stanice koja ga učitava i predaje podatke višem (pod)sloju. Odredišna stanica označava da je izdeljak prazan i taj izdeljak može koristiti naredna stanica posle odredišne koju poseti izdeljak.

Ovaj rad razmatra slučajan redosled opsluživanja redova, gde je u trenutku prozivanja svaki red prozvan sa podjednakom verovatnoćom. Takva disciplina prozivanja se uočava u Orvelu i ATM Prstenu u limesu, kada se opterećenje približava maksimalnom za slučaj jednakih opterećenja i matrica sobraćaja na svim stanicama. Jednom izdeljku odgovara jedan opsluživač. Modeliranje sistema sa više izdeljaka može se uraditi aproksimativno pomoću modela sa jednim opsluživačem. U ovom radu se ne razmatra kako se parametri ATM prstena preslikavaju na parametre sistema sa prozivanjem i 1- ograničenom disciplinom opsluživanja, već se čitalac upućuje na [4] radi razmatranja tog problema.

Zakoni pseudokonzervacije za sisteme sa cikličnim prozivanjem raznim strategija opsluživanja redova su dati u [2]. Takav zakon je egzaktan izraz za težinsku susmu srednjih vremena čekanaja. Može se iskoristiti radi dobijanja srednjih vremena čekanja na raznim redovima ili za testiranje aproksimacija. Srednja vremena čekanja u sistemu sa cikličnim prozivanjem su izračunata za simetrične i neke asimetrične slučajeve.

Gore pomenuti rezultati se tiču sistema sa cikličnim prozivanjem. Glavni zadatak ovog rada je da se odredi zakon pseudokonzervacije za sistem sa. slučajnim prozivanjem i da se odrede egzakti izrazi za srednja vermena čekanja u simetričnom sistemu sa slučajnim prozivanjem i 1- ograničenom (1-limited) disciplinom opsluživanja.

Ovaj rad je organizovan na sledeći način. Deo 2 predstavlja opis modela uključujući i preliminarne rezultate u vezi sa sistemima sa slučajnim prozivanjem. Rezultat stohastičkog razlaganja i zakon pseudokonzervacije su predstavljenu u delu 3, dok je srednje vreme čekanja za simetričan slučaj predstavljeno u delu 4.

2. OPIS MODELA

Razmatramo sistem čekanja sa n stanica (redova) $Q_1,\dots,Q_n$, gde svaka stanica ima beskonačan kapacitet bafera radi čuvanja poruka (klijenata) koje čekaju. Klijenti koji stignu u Q_i se nazivaju klijenti tipa-i.

Klijenti stižu u sve redove saglasno nezavisnim Puasonovim procesima sa intenzitetima dolazaka $\lambda_1,\dots,\lambda_n$. Ukupan intenzitet dolazaka λ je

$$\lambda = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i . \qquad (1)$$

Vremena opsluživanja klijenata tipa-i su medjusobno nezavisne slučajne veličine sa istovetnim raspodelama. Njihova raspodela $B_i(\bullet)$ ima prvi momenat β_i i drugi momenat $\beta_i^{(2)}$. Dalje, uvodimo β i $\beta^{(2)}$:

$$\beta = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\lambda}\beta_i , \qquad \beta^{(2)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\lambda_i}{\lambda}\beta_i^{(2)} . \qquad (2)$$

Ponudjeni saobraćaj na Q_i, ρ_i, je definisan kao

$$\rho_i = \lambda_i \beta_i. \tag{3}$$

Ukupan ponudjeni saobraćaj ρ, je definisan kao

$$\rho = \sum_{i=1}^{n} \rho_i. \tag{4}$$

1- ograničena disciplina opsluživanja

Redove obilazi jedan opsluživač S. Pretpostavimo da S posećuje Q_i. Ukoliko je Q_i prazan, S odmah počinje da prelazi ka drugom redu. U suprotnom, S opslužuje jednog klijenta tipa-i. Redosled opsluživanja u okviru reda je prvi došao prvi opslužen.

Proces prelazaka

Redove obilazi jedan opsluživač S koji posećuje redove u slučajnom redosledu: S proziva Q_i u svakom trenutku prozivanja sa verovatnoćom θ_i, gde $\theta_i = 1/n$. Jasno je da indeks i može biti izostavljen i stoga je Q_i prozvan sa verovatnoćom θ. Vremena prelazaka opsluživača izmedju prethodno opsluženog reda i Q_i su medjusobno nezavisine slučajne promenjive sa istovetnom raspodelom sa prvim momentom s_i i drugim momentom $s_i^{(2)}$. Pretpostavljamo da su proces trajanja izmedju dva dolaska, proces opsluživanja i proces prelazaka medjusobno nezavisni slučajni procesi.

Sistem sa slučajnim prozivanjem se razlikuje od sistema sa cikličnim prozivanjem [2] u disciplini prozivanja. S proziva redove u fiksnom kružnom redosledu $Q_1,\dots,Q_n$, u sistemu sa cikličnim prozivanjem, dok S proziva redove u slučajnom redoledu u sistemu sa slučajnim prozivanjem.

U narednom ćemo smatrati da je sistem u ravnoteži.

Trajanje ciklusa

Definišimo Θ_{ji} kao broj redova koji su prozvani tj. broj intervala prelazaka od prethodnog odlaska iz Q_j u trenutku odlaska iz Q_i. Primetimo da je Θ_{ii} broj prozvanih redova tj. broj intervala prelazaka izmedju dva uzastopna odlaska opsluživača iz Q_i. Lako se može pokazati da Θ_{ji} ima geometrijsku raspodelu sa

$$P(\Theta_{ji} = k) = \theta(1-\theta)^{k-1}, i,j = 1,\dots,n, k = 1,2,\dots \tag{5}$$

Jsno je iz (5) da je Θ_{ji} nezavisan od j i i, i da indeksi mogu biti izostavljeni. Dalje, imamo

$$E\Theta = \sum_{k=1}^{\infty} kP(\Theta = k) = \sum_{k=1}^{\infty} k\theta(1-\theta)^{k-1} = \frac{1}{\theta} = n. \tag{6}$$

Definišimo trajanje ciklusa C_i za Q_i kao vreme izmedju dva uzastopna dolaska S u Q_i. Lako se može videti da je EC_i nezavisan od i. Neka s označi srednje trajanje ukupnog prelaženja opsluživača u toku ciklusa, tj. s je srednje trajanje ciklusa kada su svi redovi prazni. Lako se može dobiti da

$$s = E\Theta_{ii} \sum_{i=1}^{n} \theta_i s_i = \sum_{i=1}^{n} s_i. \tag{7}$$

Iz argumenta balansa sledi da je srednje trajanje ciklusa

$$EC = \frac{s}{1-\rho}. \tag{8}$$

Stabilnost

Jasno je po analogiji sa sistemima sa cikličnim prozivanjem, zbog istih izraza za s i EC_i [2], da je kao i u tim sistemima potreban i dovoljan uslov za stabilnost reda Q_i da $\rho < 1$ i

$$\frac{\lambda_i s}{1-\rho} < 1. \tag{9}$$

3. ZAKON PSEUDOKONZERVACIJE

Uvedimo najpre pojam "odgovarajućeg" $M/G/1$ modela čekanja: to je $M/G/1$ red sa intenzitetom dolazaka λ i vremenom opsluživanja $\sum(\lambda_i/\lambda)B_i(\bullet)$.

Rezultat stohastičkog razlaganja je postavljen za sisteme sa odmorom opsluživača i za sisteme sa cikličnim prozivanjem. Sledi postavka za slučaj sistema sa slučajnim prozivanjem.

Teorema 1

Razmatrajmo sistem sa slučanim prozivanjem i 1-ograničnom disciplinom opsluživanja reda koji je opisan u delu 1. Pretpostavimo da su svi redovi stabilni. Tada je količina rada u sistemu u proizvoljnom trenutku vremena V_c rasporedjena kao zbir količine rada u "odgovarajućem" $M/G/1$ sistemu u proizvoljnom trenutku vremena V i količine rada Y u sistemu sa slučajnim prozivanjem u proizvoljnom trenutku u intervalu prelazaka. Drugim rečima,

$$V_c \stackrel{D}{=} V + Y, \tag{10}$$

gde $\stackrel{D}{=}$ označava jednakost u raspodeli. Štaviše, V i Y su nezavisne.

Primedba

Teorema važi za slučaj cikličnog opsluživanja i dokaz tereme je dat npr. u [2]. Teorema takodje važi za slučaj slučajnog prozivanja, jer je opsluživanje bez prekidanja (nonpreemptive) i redosled opsluživanja je nezavisan od trajanja opsluživanja klijenata. Dokaz za sistem sa cikličnim prozivanjem je direktno primenjiv za slučaj slučajnog prozivanja.

Iz (10),

$$EV_c = EV + EY. \tag{11}$$

Štaviše,

$$EV = \frac{\lambda^2 \beta^{(2)}}{2(1-\rho)}\beta + \frac{\beta^{(2)}}{2\beta}\rho. \tag{12}$$

Sa druge strane,

$$EV_c = \sum_{i=1}^{n} \rho_i EW_i + \frac{\beta^{(2)}}{2\beta}\rho. \tag{13}$$

Iz (11), (12) i (13) imamo

$$\sum_{i=1}^{n} \rho_i EW_i = \frac{\lambda \beta^{(2)}}{2(1-\rho)}\rho + EY. \tag{14}$$

Sada izvodimo izraz za EY. Neka EY_i označava srednju količinu rada u sistemu sa slučajnim prozivanjem u proizvoljnom trenutku u intervalu prelazaka od Q_i do sledećeg reda. Očigledno,

$$EY = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n} EY_i \tag{15}$$

Kao i u slučaju cikličnog opsluživanja, EY_i je zbir tri izraza:

1. $EM_i^{(1)}$: srednja količina rada u Q_i u trenutku odlaska opsluživača iz Q_i.

2. $EM_i^{(2)}$: srednja količina rada u ostatku sistema u trenutku odlaska S iz Q_i.

3. $\rho \frac{s_i^{(2)}}{2 s_i}$: srednja količina rada koja je pristigla u sistem u toku prethodnog dela intervala prelazaka kojii se posmatra.

Razmotrimo $EM_i^{(2)}$, ukupnu količinu rada u $Q_{i+1},\dots,Q_n,Q_1,\dots,Q_{i-1}$ u trenutku odlaska S iz Q_i. Neka m_j označi srednje trajanje prelaska do Q_j plus srednje vreme boravka u $Q_j, j=1,\dots,n$. Tada imamo,

$$m_j = s_j + \frac{\rho_j s}{1-\rho}. \tag{16}$$

$EM_i^{(2)}$ se odredjuje kao zbir za sve redove osim Q_i srednjih količina rada u trenutku odlaska S iz Q_i, što je rad koji je pristigao u Q_j posle poslednje posete opsluživača u toku narednih perioda opsluživanja drugih redova i odgovarajućih intervala prelazaka, plus srednja količina rada u Q_j u trenutku odlaska opsluživača iz Q_j. Srednje vreme od prethodnog odlaska iz Q_j u trenutku odlaska S iz Q_i jednako je

$$m_i + (E\Theta_{ji} - 1)\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} m_k \frac{\theta_k}{1-\theta_j}. \tag{17}$$

Sada imamo

$$EM_i^{(2)} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} \rho_j \Big(m_i + (E\Theta - 1)\sum_{\substack{k=1\\k\neq j}}^{n} m_k \frac{\theta}{1-\theta}\Big) + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} EM_j^{(1)} \tag{18}$$

i stoga i iz (6)

$$EM_i^{(2)} = m_i\rho + (\rho - \rho_i)\sum_{j=1}^{n} m_j - \sum_{j=1}^{n} m_j\rho_j + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} EM_j^{(1)} \tag{19}$$

odakle i iz (16)

$$\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} EM_i^{(2)} = \frac{s}{1-\rho}\Big(\rho - \sum_{i=1}^{n}\rho_i^2\Big) - \sum_{i=1}^{n}\rho_i s_i + \frac{n-1}{n}\sum_{i=1}^{n} EM_i^{(1)}. \tag{20}$$

Odavde i iz (15) imamo

$$EY=\frac{\rho}{2n}\sum_{i=1}^{n}\frac{s_i^{(2)}}{s_i}+\frac{s}{1-\rho}(\rho-\sum_{i=1}^{n}\rho_i^2)-\sum_{i=1}^{n}\rho_i s_i+\sum_{i=1}^{n}EM_i^{(1)}. \tag{21}$$

Iz (14) i (21),

$$\sum_{i=1}^{n}\rho_i EW_i=\frac{\lambda\beta^{(2)}}{2(1-\rho)}\rho+\frac{\rho}{2n}\sum_{i=1}^{n}\frac{s_i^{(2)}}{s_i}+\frac{s}{1-\rho}(\rho-\sum_{i=1}^{n}\rho_i^2)$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\rho_i s_i+\sum_{i=1}^{n}EM_i^{(1)}. \tag{22}$$

$EM_i^{(1)}$ je odredjeno za slučaj cikličnog prozivanja, videti npr. [2]. Kako je izvedeno koristeći samo prvi momenat od C, a ne i raspodelu za C, taj rezultat možemo primeniti i za naš slučaj. Dakle,.

$$EM_i^{(1)}=\rho_i\frac{\lambda_i s}{1-\rho}EW_i+\rho_i^2\frac{s}{1-\rho}. \tag{23}$$

Formule (22) i (23) nas vode do sledeće teoreme.

Teorema 2

Posmatrajmo stabilan sistem sa slučajnim prozivanjem sa jednim serverom i 1- ograničenom disciplinom opsluživanja koji je opisan u delu 1. Tada

$$\sum_{i=1}^{n}\rho_i\left[1-\frac{\lambda_i s}{1-\rho}\right]EW_i=\frac{\lambda\beta^{(2)}}{2(1-\rho)}\rho+\frac{\rho}{2n}\sum_{i=1}^{n}\frac{s_i^{(2)}}{s_i}$$

$$+\frac{s}{1-\rho}\rho-\sum_{i=1}^{n}\rho_i s_i \tag{24}$$

4. VREME ČEKANJA

Formula (24) može biti upotrebljena radi odredjivanja srednjeg vremena čekanja u simetričnom slučaju u sistemu sa slučajnim prozivanjem i 1-ograničenom disciplinom opsluživanja.

Neka je

$$n\lambda_i=\lambda,\ n\xi_i=\xi,\ n\rho_i=\rho,\ ns_i=s,\ \beta_i=\beta,\ \beta_i^{(2)}=\beta^{(2)},$$

$$\xi_i^{(2)}=\xi_j^{(2)},\ s_i^{(2)}=s_j^{(2)},\ i,j=1,\dots,n. \tag{25}$$

Zamenjujući (25) u (24) dobijamo srednje vreme čekanja za Q_i

$$EW_i=\frac{s_i^{(2)}-s_i^2}{2s_i}+\frac{n\lambda_i\beta_i^{(2)}+(2n-1)s_i+n\rho_i s_i+n\lambda_i(s_i^{(2)}-s_i^2)}{2(1-n\rho_i-n\lambda_i s_i)} \tag{26}$$

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu smo predstavili stohastičko razlaganje količine rada i sistemu sa slučajnim prozivanjem i 1-ograničenim disciplinom opsluživanja redova (10). Rezultat razlaganja rada se korisri radi dobijanja egzaktnog izraza za težinski zbir srednjih vremena čekanja - takozvani "zakon pseudokonzervacije" (24). Dalje, izvedeno je egzaktno srednje vreme čekanja u simetričnom sistemu (26).

Srednje vremena čekanja koje je odredjeno u ovom radu može se koristiti radi evaluairanja mehanizma pristupa u ATM orijentisanim prstenima pri velikim opterećenjima. Osim toga omogućeno je formiranje aproksimacija za ostala opterećenja i za razni broj izdeljaka, što će biti predstavljeno u narednim radovima.

LITERATURA

[1] K. Imai, T. Ito, H. Kasahara and N. Morita, "ATMR: Asynchronous transfer mode ring protocol", *Computer Networks and ISDN Systems*, vol. 26, no. 6-8, str. 785-798, mart 1994.

[2] O. J. Boxma and W. P. Groenendijk, "Pseudoconservation laws in cyclic- service systems", *J. Appl. Prob.*, vol. 27, decembar 1987.

[3] J. L. Adams, "Orwell", *Computer Networks and ISDN Systems*, vol. 26, no. 6-8, str. 771-784, mart 1994.

[4] M. Zafirovic-Vukotic and I. G. Niemegeers, "Performance modelling of the Orwell basic access mechanism", *ACM SIGCOM'87, Computer Comm. Rev.*, vol. 17, no. 5, str. 35-48, 1987.

Abstract - This paper considers a single- server, multiqueue systems were the server randomly polls the queues. The service strategy at a queue is 1-limited. A decomposition for the amount of work in such systems is obtained, leading to an exact expression for a weighted sum of the mean waiting times at the various queues. This leads to the exact mean waiting times in a symmetric random polling system. The random polling system is a generalisation of the access mechanisms in ATM oriented rings at high symmetric loads.

MODELLING OF ATM ORIENTED RING UNDER HIGH LOADS

Mirjana Zafirović- Vukotić