Aleksandra Preskar
Jovan Zatkalik

Elektrotehnički fakultet
Beograd, Bulevar revolucije 73

CFAR PROCEDURA DETEKCIJE U USLOVIMA WEIBULL KLATERA

CFAR DETECTION PROCEDURE IN WEIBULL CLUTTER

SADRŽAJ *Jedan od glavnih problema savremenih radara sa automatskom detekcijom je očuvanje konstantne verovatnoće lažnog alarma (CFAR) u uslovima nestacionarnog klatera, kakav je Weibull-ov. U cilju njegovog rešavanja formira se adaptivni prag detekcije koji zavisi ili od parametara klatera (koji se estimiraju), ili se bira tako da bude nezavisan od njih. Upravo ova druga metoda je razmatrana u ovom radu, razrađena na bazi ideje koju je dao Goldstein, a prema kojoj se od uzoraka klatera iz N referentnih ćelija formira tzv.* t *-statistika. Na osnovu te statistike izračunate su radne karakteristike radarskog prijemnika u Weibull klaterskom okruženju, koristeći Monte Carlo metodu simulacije.*

ABSTRACT *One of the main problems in modern radar systems with automatic detection is how to maintain constant false alarm rate (CFAR) in nonstationary clutter environment, like Weibull. In order to solve it, adaptive threshold is formed, in one of these two ways: threshold is either automatically modified, according to the clutter parameters (which are being estimated) or it is chosen to be independent of these parameters. This paper considers the second method, developed on Goldstein's idea of the t-statistics. That idea suggests that a statistics should be formed of clutter samples from N resolution cells, and on these grounds operating characteristics of the radar receiver in Weibull clutter is computed, using Monte Carlo simulation methods.*

I UVOD

U savremenim radarskim sistemima sa automatskom detekcijom jedan od osnovnih problema je održavanje konstantne verovatnoće lažnog alarma (Constant False Alarm Rate - CFAR). Taj problem je dosta dobro rešen za slučaj "klasične", Rejlijeve statistike klatera na ulazu u CFAR prijemnik, dok se za neke druge tipove klaterskog okruženja još uvek traže zadovoljavajuća rešenja. Jedan od takvih modela klatera je onaj čija se funkcija gustine verovatnoće (fgv) može opisati Weibull-ovim zakonom, datim izrazom (1.1):

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} x^{\beta-1} e^{-\frac{x^{\beta}}{\alpha}} \qquad (1.1)$$

gde su α i β parametri raspodele. Motivacija za uvođenje ovakve raspodele jeste da ona može da opiše realnu klatersku situaciju u mnogo širem opsegu promene uslova okoline nego Rejlijeva ili log-normal. Sa stanovišta detekcije, može se reći da log-normal raspodela predstavlja najteži slučaj (zbog mogućnosti postojanja repova), a Rejlijeva najpovoljniji, dok je Weibullova raspodela dobar sveobuhvatni model za detekciju u klateru. Alternativno, nekad se Weibullova raspodela piše u nešto drugačijem obliku:

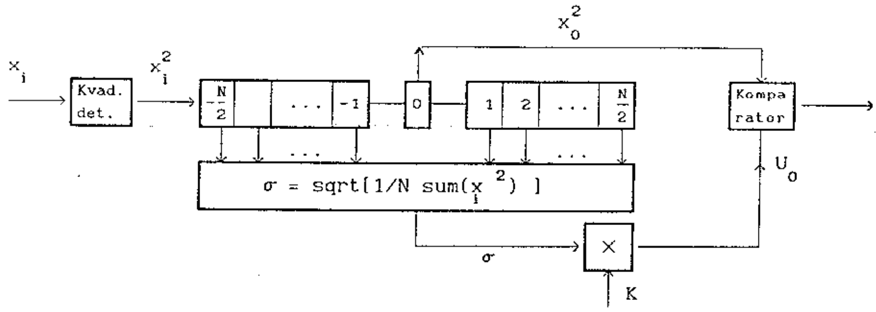
$$f(x) = \left[\frac{x}{q}\right]^{p-1} \frac{p}{q} \exp\left[-\left(\frac{x}{q}\right)^{p}\right] \qquad (1.2)$$

gde su q parametar skaliranja i p parametar oblika. Oni su povezani sa α i β relacijama: $p = \beta$ i $q^{p} = \alpha$.

Kako parametri mogu da uzmu različite vrednosti, primećuje se da se od Weibullove raspodele mogu dobiti neke druge raspodele, kao npr. eksponencijalna (za $\beta = 1$), ili Rejlijeva (za $\beta = 2$ i $\alpha = \sigma^2$). Zato se Weibullova raspodela smatra generalisanom raspodelom, od koje se mogu formirati različite familije raspodela. Pošto je detekcija signala u prisustvu Rejlijevog šuma ispitana u radarskoj praksi, ovde će biti ispitane karakteristike modifikovanog prijemnika koji bi vršio detekciju u različitim članovima familije Weibull klatera.

Klasična CFAR procedura detekcije

Klasičan CA -CFAR radarski prijemnik za detekciju u uslovima Rejlijevog klatera, sa linearnim ili kvadratnim detektorom, prikazan je na slici 1. Takav prijemnik je predložio Finn u literaturi [3], medutim on ne



Slika 1. CA-CFAR radarski prijemnik za detekciju u Rejlijevom klateru.

može da održava konstantnu verovatnoću lažnog alarma u slučaju da na njegov ulaz dolazi signal čija je fgv Weibull-ovog tipa. Stoga je potrebno modifikovati ovaj prijemnik i u nastavku rada će biti izložena jedna od mogućnosti za poboljšanje karakteristika detekcije radarskog signala u slučaju Weibull statistike klatera.

II MODIFIKOVANI CFAR PROCESOR U USLOVIMA WEIBULL KLATERA

Generalno posmatrano, da bi CFAR prijemnik mogao dobro da radi u uslovima klatera koji ima širok dinamički opseg (kakav je Weibull), na njegovom ulazu treba postaviti logaritamski detektor. U tom slučaju signal iza detektora je $\xi = \ln x$, pa je njegova fgv (koristeći poznati zakon o transformaciji promenljivih : $f(x)\,dx = \phi(y)\,dy$ i izraz (1.2)) :

$$\phi(\xi) = \frac{1}{b} \exp\left[(\xi-a)/b - \exp\left[(\xi-a)/b\right]\right] \qquad (2.1).$$

Gornji izraz predstavlja tzv. "Type I extreme-value" raspodelu gde su parametri a i b povezani sa parametrima Weibull-ove raspodele relacijama : $q = \exp(a)$, $p = 1/b$.

Da bi prijemnik održavao konstantnu verovatnoću lažnog alarma, treba ga konstruisati ili tako da se prag detekcije podešava saglasno nivou klatera, ili odrediti takav kriterijum detekcije kod koga je prag nezavisan od parametara klatera, tj. izvršiti tzv. neparametarsku proceduru detekcije.

Da bi se prag detekcije automatski podešavao, potrebno je estimirati parametre klatera, metodom uzorkovanja klatera iz referentnih ćelija radara. Pojam referentne ili "susedne" ćelije odnosi se na okruženje ćelije za koju se formira adaptivni prag detekcije i koja se naziva *test ćelija* (označena indeksom 0 na sl.1). Estimacija dva parametra Weibull klatera, α i β, je veoma složena. Medutim, znajući neke osobine statistike uzoraka iza logaritamskog detektora, Goldstein je u literaturi [1] predložio proceduru koja izbegava tako složen postupak, tj. spada u klasu neparametarskih procedura detekcije.

Predloženi postupak je sledeći: posmatra se prijemnik na čijem je ulazu signal ξ sa *normalnom* raspodelom. Na bazi odmeraka ξ_i iz N referentnih ćelija može se estimirati srednja vrednost $\bar{\xi}$ i varijansa σ^2 raspodele, kao :

$$\bar{\xi} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} \xi_i \quad \text{i} \quad \sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} (\xi_i - \bar{\xi})^2} \qquad (2.2).$$

Zatim se formira izraz :
$$t = \frac{\xi_o - \bar{\xi}}{\sigma} \qquad (2.3),$$
tj. normalizovana razlika vrednosti uzorka signala u posmatranoj ćeliji, ξ_o, i srednje vrednosti uzoraka iz referentnih ćelija. Dobijena veličina t je funkcija uzoraka ξ_i (tj. x_i), pa se zato naziva *t-statistika.* Funkcija gustine verovatnoće veličine t data je Studentovom t-raspodelom:

$$p(t) = \frac{\Gamma(N/2)}{\sqrt{\pi(N-1)}\;\Gamma\left(\frac{N-1}{2}\right)}\left[1 + \frac{t^2}{N-1}\right]^{-\frac{N}{2}} \qquad (2.4).$$

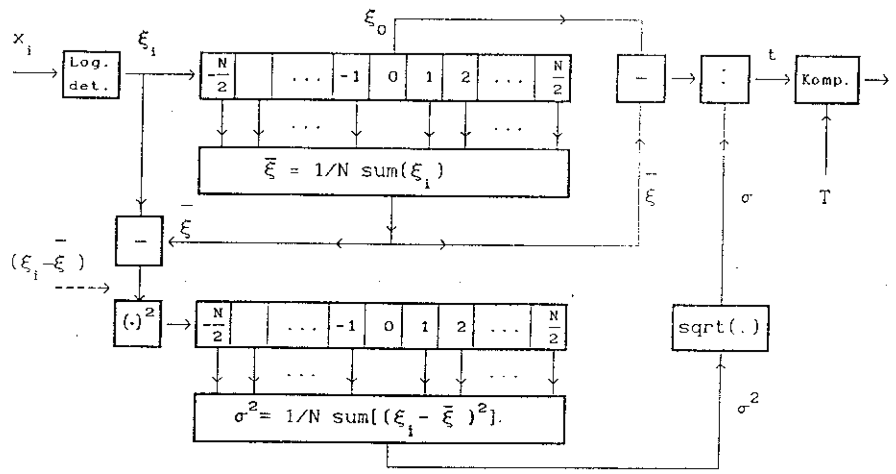
Iz ovog izraza se vidi da je osnovna osobina t-statistike ta da ona *ne zavisi* od veličina $\bar{\xi}$ i σ, već samo od broja uzoraka N, tj. od stepena slobode Studentove raspodele, k = N-1. Upravo ta osobina je iskorišćena u formiranju CFAR procedure: signal t, koji predstavlja slučajnu veličinu, vodi se na komparator gde se upoređuje sa pragom T i donosi odluka o prisustvu ili odsustvu korisnog signala u posmatranoj ćeliji, zavisno od toga da li je t veće ili manje od T. Znači da se, za razliku od standardnog pristupa gde se signal iz ćelije posmatranja ξ_o kao slučajna veličina upoređuje sa adaptivnim pragom U_0 , ovde uvodi slučajna veličina t data izrazom (2.3), koja se upoređuje sa fiksnim pragom T. Pošto prag T ne zavisi od parametara Weibull raspodele, ovaj algoritam detekcije spada u neparametarske CFAR procedure, a ovakav detektor se naziva log-t detektor.

Međutim, kod primene takvog detektora na ulazni signal sa Weibullovom raspodelom, kakav je ispitivani slučaj, nailazi se na problem transformacije te raspodele na oblik (2.4). U tom slučaju nije moguće dobiti raspodelu t u zatvorenom obliku, ali se ipak može pokazati da će opisana procedura biti CFAR : naime, ako se izraz (2.3) napiše direktno u funkciji ulaznog signala x_i , umesto u funkciji $\xi_i = \ln x_i$, dobija se :

$$t = \frac{\ln\left[\prod_{i=1}^{N} \frac{x_o}{x_i}\right]}{\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}\left[\ln\left(\prod_{j=1}^{N}\frac{x_k}{x_j}\right)\right]}} \qquad (2.5).$$

Ako se sada svaki ulazni odmerak x_i , (i = 1,2,...,N) zameni sa $r\,x_i^{\,s}$, vidi se da to neće uticati na veličinu t. Upravo parametri r i s (parametar skaliranja i parametar oblika), omogućuju da se za raspodelu x_i odabere Weibull-ova familija, saglasno izrazu (1.2), a malopredašnji zaključak o neosetljivosti t na r i s znači da će i u slučaju Weibull raspodele postupak detekcije biti CFAR.

Ovakvu ideju detekcije moguće je realizovati uz pomoć prijemnika čija je principska šema prikazana na slici 2. U takvom prijemniku se formira količnik $t = (\xi_o - \bar{\xi})/\sigma$, koji se vodi na jedan ulaz komparatora, dok se na drugi ulaz dovodi prag T. Vrednost praga T određuje se saglasno broju referentnih ćelija N i pretpostavljenoj verovatnoći lažnog alarma P_{la}, i njegove vrednosti se određuju numeričkim metodama, a ovde će biti prikazani samo dobijeni rezultati, u tabeliranoj formi.



Slika 2. Modifikovani prijemnik za signal u ne-rejlijevskom klateru.

Za razliku od log-normal klatera, kod koga se vrednost praga može izračunati tačno (iz Studentove raspodele), u slučaju Weibull klatera je taj problem daleko komplikovaniji. On je u literaturi [1] rešen aproksimativno, za N ≥ 20, a rezultati su prikazani u Tabeli 1, za različite verovatnoće lažnog alarma i u zavisnosti od broja referentnih ćelija.

P_{la} =	10^{-3}	10^{-4}	10^{-6}		10^{-3}	10^{-4}	10^{-6}
N=20	2.77	4.18	22.50	N= 90	2.09	2.41	3.04
30	2.43	3.13	6.00	100	2.07	2.39	2.97
40	2.27	2.83	4.20	110	2.06	2.37	2.92
50	2.20	2.66	3.66	120	2.05	2.35	2.89
60	2.15	2.55	3.40	130	2.04	2.34	2.85
70	2.12	2.50	3.24	140	2.04	2.33	2.82
80	2.10	2.46	3.12	150	2.03	2.32	2.79
				∞	1.96	2.18	2.50

Tabela 1. Vrednosti praga detekcije za detektor u Weibull klateru

III KARAKTERISTIKE LOG-T DETEKTORA U WEIBULL KLATERU

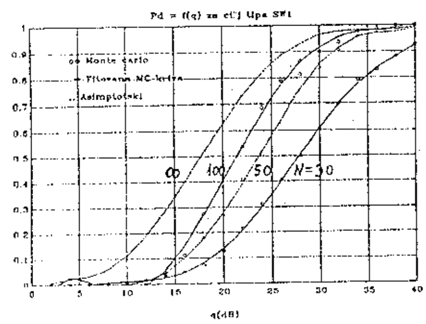
Da bi se ispitale radne karakteristike log-t detektora, formiran je program MCCFWA.M u programskom jeziku MATLAB. Program generiše slučajne brojeve sa Weibull-ovom raspodelom, kao i slučajne brojeve za simulaciju fluktuirajućeg cilja tipa SW1. Zatim program vrši detekciju prema algoritmu opisanom u prethodnom poglavlju, dok se vrednosti praga detekcije uzimaju iz posebne tablice. Verovatnoća detekcije određuje se Monte Carlo metodom, kao broj slučajeva kada je vrednost signala u test ćeliji prešla vrednost praga detekcije, prema ukupnom broju iteracija. U programu postoji mogućnost menjanja broja referentnih ćelija od 20 do 140, što prevazilazi danas postojeće radare, te se on može koristiti i za određivanje karakteristika pri projektovanju novih prijemnika.

Vrednosti Weibullovih parametara α i β zadaju se interaktivno. Kao što je već rečeno, promenom tih vrednosti mogu se generisati ulazni signali sa različitim raspodelama iz Weibull-ove familije, a za neke tipove terena, različite frekvencijske opsege i upadne uglove, u literaturi [2] su eksperimentalno izmerene vrednosti parametra β, date u Tabeli 2 :

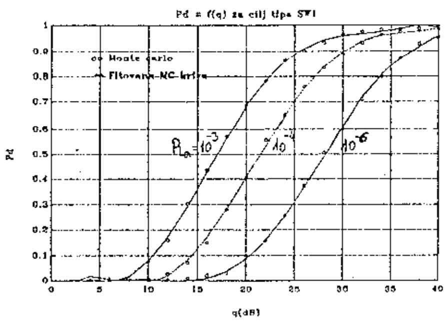
Teren/ stanje mora	Frekv. opseg	Širina snopa [°]	Širina impulsa [μsec]	Upadni ugao	Weibullov parametar β
Stenovite planine	S	1.5	2	...	0.52
Pošumljena brda	L	1.7	3	~ 0.5	0.63
Šuma	X	1.4	0.17	0.7	0.51-0.53
Obrađena zemlja	X	1.4	0.17	0.7-5.0	0.61-2.0
Stanje mora 1	X	0.5	0.02	4.7	1.45
Stanje mora 2	K_u	5	0.1	1.0-30.0	1.16-1.78

Tabela 2. Izmerene vrednosti parametra β za neke tipove terena.

Kao rezultat simulacije dobijene su karakteristike prikazane na slikama 3,4,5 i 6. Na slici 3 prikazane su karakteristike detekcije za različiti broj referentnih ćelija, N = 30, 50, 100, kao i asimptotski slučaj $N = \infty$, i za verovatnoću lažnog alarma $P_{la} = 10^{-4}$, pri vrednostima parametara $\alpha = 1$ i $\beta = 1$.



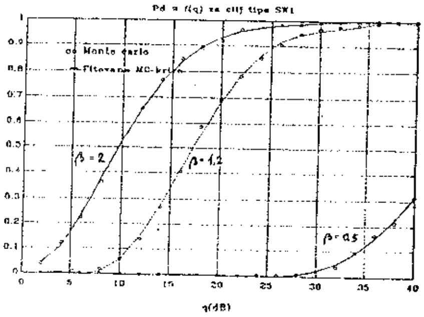
Slika 3. Karakteristike detekcije log-t detektora za $P_{la}=10^{-4}$, $\alpha=1$, $\beta=1$, $N=30, 50, 100, \infty$



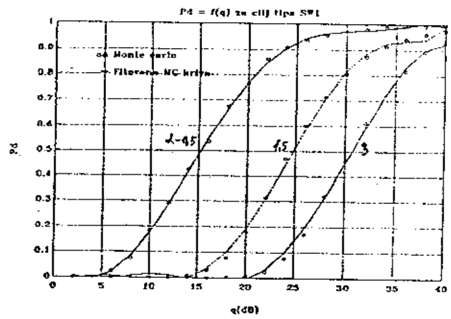
Slika 4. Karakteristike detekcije za $P_{la}=10^{-3}, 10^{-4}, 10^{-6}$ $\alpha = 1$, $\beta = 1$, N = 80

Na slici 4 date su karakteristike za različite verovatnoće lažnog alarma, $P_{la} = 10^{-3}$, 10^{-4} i 10^{-6} i za N = 80, pri istim vrednostima parametara α i β. Sa slika 3 i 4 vidi se da potreban odnos signal-šum za ostvarenje određene verovatnoće detekcije opada sa porastom broja referentnih ćelija koje učestvuju u formiranju praga detekcije, kao i sa porastom P_{la}, što su očekivani rezultati.

Slike 5 i 6 prikazuju karakteristike za fiksno $P_{la} = 10^{-4}$ i N = 80, ali za različite vrednosti parametara. Može se primetiti velika zavisnost karakteristika datekcije od parametara, naročito od β. Uzrok tome je velika fleksibilnost Weibull-ove raspodele prema promeni parametara, kao i to da se raspodela približava Rejlijevoj kada β teži 2. To znači da je karakteristika za $\beta = 2$ u stvari slučaj Rejlijevog klatera, dok je za $\beta < 2$ klater više Weibullovskog tipa (što se može zaključiti i iz Tabele 2). Zato i jeste karakteristika za Rejlijev klater najpovoljnija, a sa udaljavanjem raspodele od Rejlijeve zahteva se sve veći odnos signal-šum za istu verovatnoću detekcije.



Slika 5. Karakteristike detekcije za $P_{la}=10^{-4}$, N=80, $\alpha = 1$ i $\beta = 0.5$, 1.2 i 2



Slika 6. Karakteristike za $P_{la}=10^{-4}$, N=80, $\beta=1$ i $\alpha = 0.5$, 1.5 i 3

Ovakve karakteristike, uz tabelirane vrednosti praga detekcije, nisu pronađene u raspoloživoj literaturi, a daju mogućnost brze procene kvaliteta detektora, kao i njegovo ponašanje u nekom hipotetičkom klateru.

IV ZAKLJUČAK

U radu su razmatrane radne karakteristike radarskog CFAR prijemnika koji radi u klateru Weibull-ovog tipa. Taj model klatera može dobro da opiše realnu klatersku situaciju u različitom okruženju i, sa različitim vrednostima parametara, može da aproksimira više tipova klatera, uključujući i Rejlijev. Da bi se u takvom klateru mogla efikasno obaviti detekcija, izvršena je modifikacija klasičnog CFAR prijemnika, formiran je tzv. *log-t* detektor koji vrši neparametarsku detekciju. U njemu se formira veličina t koja se upoređuje sa fiksnim pragom T, čija se vrednost određuje zavisno od zadate verovatnoće lažnog alarma i broja referentnih ćelija. Programski je simuliran rad takvog detektora, za cilj čija je efektivna refleksna površina tipa Swerling 1 i Monte Carlo metodom određena verovatnoća detekcije takvog cilja. Dobijeni su grafici na slikama 3, 4, 5 i 6 , za različite vrednosti parametara Weibull-ove raspodele α i β, i za različit broj referentnih ćelija i verovatnoće lažnog alarma. Ti grafici su pogodni za praktičnu primenu pri ispitivanju postojećih procesora, ali i za procenu kvaliteta prilikom eventualnog projektovanja novih.

V LITERATURA

[1] False-Alarm Regulation in Log-Normal and Weibull Clutter - G.B. Goldstein, IEEE Trans. on AES, vol.AES-9, No 1, January 1973.

[2] Introduction to Radar Systems - M.I. Skolnik, Mc Graw-Hill Book Company, New York, 1962.

[3] Adaptive Detection Mode with Threshold Control as a Function of Spatially Sampled Clutter Level Estimates - H.M. Finn and R.S. Johnson, RCA Review, vol.29, No.3, September 1968.