XXXVI K O N F E R E N C I J A E T A N-a 1992.

Nela Zavaljevski
INSTITUT ZA NUKLEARNE NAUKE - Vinča
Laboratorija za nuklearnu energetiku i tehničku fiziku

ARMA MODELOVANJE STOHASTIČKIH PROCESA U NUKLEARNOM REAKTORU PRI VELIKOM ŠUMU DETEKCIJE

ARMA MODELLING OF STOCHASTIC PROCESSES IN NUCLEAR REACTOR WITH SIGNIFICANT DETECTION NOISE

SADRŽAJ Teorijska osnova ARMA modelovanja stohastičkih procesa u nuklearnom reaktoru prikazana je u prethodnom radu, zanemarujući šum detekcije. Identifikacija realnih reaktorskih podataka pokazala je da u nekim eksperimentima postoji znatan šum detekcije. Zbog toga je izvršeno detaljnije teorijsko modelovanje stohastičkih procesa u nuklearnom reaktoru. Polazeći od fundamentalnih stohastičkih diferencijalnih jednačina Lanževenovog tipa za interakciju detektora i neutronskog polja, izveden je novi teorijski ARMA(2,2) model. Preliminarni rezultati identifikacije potvrdjuju teorijska očekivanja.

ABSTRACT The theoretical basis of ARMA modelling of stochastic processes in nuclear reactor was presented in a previous paper, neglecting observational noise. The identification of real reactor data indicated that in some experiments the detection noise is significant. Thus a more rigorous theoretical modelling of stochastic processes in nuclear reactor is performed. Starting from the fundamental stochastic differential equations of the Langevin type for the interaction of the detector with neutron field, a new theoretical ARMA(2,2) model is developed. Preliminary identification results confirm the theoretical expectations.

1. UVOD

Dijagnostika anomalija u radu nuklearnih reaktora već godinama se vrši analizom stohastičkih fluktuacija pokazivanja neutronskih i drugih detektora [1]. Signali se obično obradjuju korišćenjem frekventne analize pomoću brze Furijeove transformacije [2]. Alternativni način obrade signala je modelovanje vremenskih nizova pomoću autoregresionih procesa (AR ili, opštije, ARMA) [3]. Ovaj pristup je posebno pogodan za praćenje procesa on-line i nestacionarne procese, jer dozvoljava korišćenje manjih statističkih uzoraka.

U cilju razvoja i implementacije novih metoda obrade signala u dijagnostici anomalija kod nuklearnih reaktora poslednjih godina posvećuje se pažnja boljem razumevanju teorijske osnove modelovanja stohastičkih procesa u nuklearnim reaktorima autoregresionim modelima. Teorijski radovi Kishide i Yamade [4]-[7] ukazali su na suštinsku vezu izmedju teorije stohastičkih fluktuacija u nuklearnom reaktoru i eksperimentalno dobijenih modela vremenskih nizova.

Na nuklearnom reaktoru RB u Vinči prikupljena je baza eksperimentalnih podataka [8] koja je upotrebljena za proveru teorijskih postavki. Zasnivajući se na Kishidinoj teoriji, razvijen je teorijski ARMA(2,1) model u kome je uticaj šuma detekcije zanemaren. Identifikacija realnih podataka pokazala je da se automatskim procedurama odredjivanja reda modela [9] dobija ARMA(1,1) model. Ovo se može objasniti ukoliko se efekat zakasnelih neutrona zanemari, a uzme u obzir šum detekcije. Medjutim, ovaj prost model ne može adekvatno da opiše sve razmatrane eksperimentalne konfiguracije. To je bio razlog za detaljniju analizu fizičke osnove ARMA modelovanja, gde je eksplicitno uzet u obzir šum detekcije i interakcija detektora i neutronskog polja. Rezultat je novi teorijski ARMA model koji je prikazan u ovom radu.

2. NOVI TEORIJSKI ARMA MODEL

Uočene razlike izmedju teorije i eksperimenta su pripisane uglavnom neadekvatnom modelovanju interakcije detektora sa neutronskim poljem. Uzet je u obzir odziv detektora (bilo računski, bilo iz drugih eksperimenata) i uračunata je matrica kovarijacija izmedju fluktuacija u neutronskom polju i procesa detekcije. Za odredjivanje matrice kovarijacije usvojen je Langevin-ov pristup, koji je za sličan problem prvi primenio Akcasu [10], ali uzimajući u obzir samo promptne neutrone. U ovom radu je uračunat i uticaj zakasnelih neutrona, čije konstante slabljenja su kod teškovodnih sistema uporedive sa konstantama slabljenja promptnih neutrona. Ekvivalentni izvor šuma neutronskih fluktuacija sa jednom grupom zakasnelih neutrona definisan je kao kod Saita [11].

Langevin-ove jednačine se koriste u formi stohastičkih diferencijalnih jednačina sa ekvivalentnim izvorom šuma u formi Vinerovog procesa [13], za razliku od uobičajenog korišćenja Gausovog belog šuma. Ovakav izvor se često koristi u teoriji upravljanja stohastičkim procesima [14] i omogućuje korišćenje formalizma stohastičkog diferencijalnog računa [15] za egzaktnije izvodjenje ekvivalentnog diskretnog modela.

Interakcija detektora i neutronskog polja prikazana je sledećim spregnutim sistemom stohastičkih diferencijalnih jednačina, za razliku od [7], gde je proces detekcije opisan algebarskom jednačinom

$$d\delta N(t) = \frac{k(1-\beta)-1}{l}\delta N(t)\,dt + \lambda\delta C(t)\,dt + dw_N(t) \tag{1}$$

$$d\delta C(t) = \frac{\beta k}{l}\delta N(t)\,dt - \lambda\delta C(t)\,dt + dw_c(t) \tag{2}$$

$$d\delta D(t) = r_D\delta N(t)\,dt + dw_D(t) \tag{3}$$

Ovde je N(t) broj neutrona u sistemu u trenutku t, C(t) je broj prethodnika zakasnelih neutrona, D(t) je akumulirani broj impulsa u intervalu (0,t), w_N, w_C i w_D su Vinerovi procesi, a stohastičke jednačine opisuju slučajna odstupanja δN, δC i δD od stacionarnog stanja usled ekvivalentnog izvora šuma u formi incrementalnih Vinerovih procesa. Koeficijenti stohastičkih jednačina odgovaraju standardnim kinetičkim jednačinama, a r_D je verovatnoća detekcije neutrona u jedinici vremena.

Inkrementalne kovarijanse Vinerovih procesa su

$$E\begin{vmatrix} dw_N \\ dw_C \\ dw_D \end{vmatrix} \begin{vmatrix} dw^T_N & dw^T_C & dw^T_D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} R_{NN} & R_{NC} & R_{ND} \\ R_{CN} & R_{CC} & 0 \\ R_{DN} & 0 & R_{DD} \end{vmatrix} dt \tag{4}$$

Pokazano je [12] da Šotkijeva formula za spektralnu gustinu snage neutronskog ekvivalentnog izvora šuma ima oblik

$$R_1 = \begin{vmatrix} R_{NN} & R_{NC} \\ R_{NC}{}^T & R_{CC}{}^T \end{vmatrix} = \nu\Sigma_f N_0 \begin{vmatrix} \langle\nu_0(\nu_0-1)\rangle & \langle\nu_0\nu_1\rangle \\ \langle\nu_0\nu_1\rangle & \langle\nu_1(\nu_1-1)\rangle \end{vmatrix} + AE + EA^T \tag{5}$$

gde je

$$E = \begin{vmatrix} N_0 & 0 \\ 0 & C_0 \end{vmatrix} \quad (6)$$

pri čemu su N_0 i C_0 stacionarne vrednosti broja neutrona i prethodnika zakasnelih neutrona, A matrični operator tačkastih kinetičkih jednačina sa jednom ekvivalentnom grupom zakasnelih neutrona, ν_0 broj promptnih neutrona, ν_1 broj zakasnelih neutrona emitovanih po jednoj fisiji, a zagrade označavaju statističko usrednjavanje.

Stohastičke jednačine stanja se mogu napisati u pogodnijoj formi da bi se uočila razlika izmedju jednačine merenja i jednačina stanja, kao u teoriji upravljanja [14].

Ako definišemo vektor stanja x sa dve komponente δN i δC i vektorski izvor sa komponentama w_N i w_C, dobijamo sledeće vektorske stohastičke jednačine

$$d\overline{x} = \overline{A}\,\overline{x}dt + d\overline{v} \quad (7)$$

$$d\overline{y} = \overline{C}\,\overline{x}dt + d\overline{e} \quad (8)$$

gde redefinisani Vinerovi procesi imaju inkrementalne kovarijanse u obliku

$$E \begin{vmatrix} d\overline{v} \\ d\overline{e} \end{vmatrix} \| \, d\overline{v}^T \; d\overline{e}^T \, \| = \begin{vmatrix} R_1 & R_{12} \\ R_{12}{}^T & R_2 \end{vmatrix} dt \quad (9)$$

gde je R1 kvadratna matrica reda dva odredjena pomoću (5) i

$$R_{12}{}^T = (\, -r_D N_0 \;\; 0) \quad (10)$$

$$R_2 = r_D\, N_0 \quad (11)$$

$$\overline{C} = (r_D \;\; 0) \quad (12)$$

Merenje se vrši u diskretnim trenucima, pa se diskretni oblik dobija prema [14]

$$\overline{x}(t_{t+1}) = \overline{\Phi}(t_{i+1}; t_i)\, \overline{x}(t_i) + \overline{v}_x(t_i) \quad . (13)$$

$$\overline{y}(t_{i+1}) = \overline{y}(t_i) + \left(\int_{t_i}^{t_{i+1}} \overline{C}(s)\overline{\Phi}(s;t_i)\,ds\right)\overline{x}(t_i) + \overline{e}_y(t_i) \qquad (14)$$

Ovde su $\{ e_y(t_i) \}$ i $\{ v_x(t_i) \}$ nizovi nezavisnih normalnih promenljivih sa srednjom vrednošću nula i kovarijansama koje se mogu dobiti korišćenjem pravila stohastičkog diferencijalnog računa [14],[15]. Posle podugačkih transformacija, kovarijanse ekvivalentnog diskretnog izvora šuma se dobijaju u zatvorenoj formi. Razmatrani su stacionarni procesi, pa su koeficijenti diskretnih jednačina i matrice kovarijansi konstantni. Eksplicitni oblik će biti prikazan u radu koji je u pripremi.

Pomoću Kalmanovog filtra [17] formulisane diskretne stohastičke jednačine se mogu transformisati u ulazno-izlazni model, gde se uspostavlja relacija izmedju observabilnih merenih veličina (izlaza iz detektora) i pogodno uvedenog ekvivalentnog belog Gausovog šuma, čiju varijansu treba odrediti. Koristi se Kalmanov filter sa nenultom kovarijacijom izmedju jednačina stanja i jednačine merenja. Rekurentne relacije Kalmanovog filtra imaju oblik

$$\overline{X}(n+1|\overline{Y}_{n+1}) = \overline{\Phi}\,\overline{X}(n|\overline{Y}_n) + \overline{G}(n+1)\alpha(n+1) \qquad (15)$$

$$y(n+1) = \overline{\Theta}\,\overline{X}(n|\overline{Y}_n) + \alpha(n+1) \qquad (16)$$

$$\overline{G}(n+1) = (\overline{\Phi}\,\overline{P}(n)\,\overline{\Theta}^T + \overline{R}_{12})\,(\overline{\Theta}\,\overline{P}(n)\,\overline{\Theta}^T + \overline{R}_2)^{-1}. \qquad (17)$$

$$\overline{P}(n+1) = \overline{\Phi}\,\overline{P}(n)\,\overline{\Phi}^T - \overline{G}(n+1)\,(\overline{\Theta}\,\overline{P}(n)\overline{\Phi}^T + \overline{R}^T_{12}) + \overline{R}_1 \qquad (18)$$

gde $X(n|Y_n)$ pretstavlja ocenu stanja x u trenutku t_n pod uslovom da je dat skup merenja $Y_n = \{ y_1, y_2, \ldots, y_n \}$. Ovde je observabilna promenljiva $y(n)$ skalarna veličina za jedan detektorski izlaz.

Eliminišući ocene promenljivih stanja, dobijamo ulazno-izlazni model

$$y(n+1) = (\overline{\Theta}(z\,I - \overline{\Phi})^{-1}\,\overline{G}(n+1) + 1\,)\,\alpha(n+1) \qquad (19)$$
$$= H\,(z)\,\alpha(n+1)$$

gde se α (n) naziva inovacijom i pokazuje se da pretstavlja Gausov beli šum sa varijansom

$$\Sigma(n+1) = \overline{\Theta}\overline{P}(n)\overline{\Theta}^T + \overline{R}_2 \tag{20}$$

Ovde je H(z) prenosna funkcija koja se može prikazati kao

$$H(z) = \frac{\overline{\Theta}\, adj(zI-\overline{\Phi})\ \overline{G}(n+1) + \det(zI-\overline{\Phi})}{\det(zI-\overline{\Phi})} = A^{-1}(z)\ B(z) \tag{21}$$

odnosno kao ARMA(2,2) model, pošto su i brojilac i imenilac polinomi drugog reda.

Može se pokazati da su polovi prenosne funkcije, odnosno polovi polinoma A(z) odredjeni pomoću

$$z_i = \exp(\alpha_i \Delta t) \qquad i=1,2 \tag{22}$$

gde su α_i konstante slabljenja promptnih i zakasnelih neutrona.

Za dobijanje prenosne funkcije i ekvivalentnog ARMA modela moraju se numerički rešiti rekurentne jednačine Kalmanovog filtra.

Numerička implementacija prikazanog teorijskog ARMA modela je u toku.

3. PRELIMINARNO ARMA MODELOVANJE EKSPERIMENTALNIH PODATAKA

Estimacija parametara vršena je korišćenjem eksperimentalnih rezultata za konfiguraciju reaktora RB prikazanu u [16], za koju je kritičan nivo teške vode 122.17 cm. Najpre su podaci obradjivani ARMA(1,1) modelom. Blizu kritičnosti rezultati su bliski ranijim merenjima pomoću Fejnmanove metode [16], ali se dalje od kritičnosti dosta razlikuju, pa je modelovanje vršeno sa više parametara, odnosno ARMA(2,2) modelom.

Polovi ekvivalentnog ARMA(2,2) modela razmatrane konfiguracije su bliski jediničnom krugu, posebno pol koji odgovara zakasnelim neutronima. U takvim slučajevima postupci za ARMA estimaciju su vrlo osetljivi i može doći do numeričkih problema, što je eksperimentalno i utvrdjeno.

Sa dobro odabranim početnim uslovima, rezultati ARMA estimacije su vrlo bliski standardnim stohastičkim metodama. Početne vrednosti su odredjene empirijski. Uočeno je da postoji potiranje nula i polova ARMA (2,2) modela, rezultujući u

ARMA(1,1) modelu koji nije "suviše daleko" od stvarnog modela. Tako se ocenjeni polovi i nule redukovanog ARMA(1,1) modela, uz par pol-nula blizu jediničnog kruga, mogu upotrebiti kao dobre početne vrednosti za ARMA(2,2) model. Ukoliko se vodi računa i o tome da je inicijalni model stabilan i invertibilan, ovakav izbor početnih vrednosti omogućuje sigurnu konvergenciju.

Na ovaj način izvršena je prelimimarna ARMA(2,2) estimacija i odatle odredjena konstanta slabljenja promptnih neutrona. Uporedjenje ovog i drugih eksperimentalnih [16] i teorijskih [18] metoda odredjivanja konstante slabljenja promptnih neutrona dato je u Tabeli 1. Korišćen je nepotpun skup eksperimentalnih podataka. Preliminarni rezultati ARMA(2,2) modelovanja su vrlo dobri, a očekuje se i poboljšanje posle obrade kompletnog skupa podataka i korišćenja teorijskih početnih vrednosti.

Tabela 1. Konstanta slabljenja promptnih neutrona dobijena raznim statističkim modelima

h D2O /model	ARMA(1,1)	ARMA(2,2)	Feyn.prompt	Feyn.zak.	Teorija
116	23.49±1.44	36.52±2.35	30.53±0.89	31.45±0.66	37.75
117	20.11±1.46	30.14±2.42	29.27±0.86	30.01±0.64	33.62
119	21.89±0.86	21.72±1.87	21.02±0.57	23.49±0.43	25.63
120	18.46±0.73	19.12±1.75	17.29±0.50	18.33±0.38	21.78
121	16.18±0.36	17.09±1.72	14.53±0.45	15.74±0.29	18.02

4. ZAKLJUČAK

Detaljna analiza teorijske osnove ARMA modelovanja izvršena u ovom radu pokazala je da postoje nekonzistentnosti u formulaciji stohastičkih diferencijalnih jednačina za interakciju neutronskog polja i detektora pri značajnom šumu detekcije. Zato je uvedena nenulta kovarijaciona matrica interakcije detektora i neutronskog polja i novi oblik stohastičkih diferencijalnih jednačina. Na taj način je formulisan novi teorijski ARMA model, čija numerička implementacija je u toku.

Identifikacija realnih reaktorskih podataka ARMA(2,2) modelom izvršena je uz teškoće, koje su teorijski objašnjene osobinama samog modela (položajem nula i polova u odnosu na jedinični krug) kao i nekim problemima konvergencije primenjene metode maksimalne verodostojnosti. Istaknut je značaj dobro odabranih početnih vrednosti. Predložena je i primenjena pogodna empirijska procedura za izbor početnih vrednosti kojom se otklanjaju uočeni problemi u identifikaciji realnih podataka. Jos bolje početne vrednosti se mogu dobiti iz teorijskog modela. Ovo je egzaktan i jedinstven način i očekuje se da će poboljšati tačnost ocene ARMA parametara, pa time i odredjivanje konstante slabljenja promptnih neutrona. Tako će u potpunosti biti rešeni problemi u praktičnoj primeni ARMA modelovanja stohastičkih procesa i dobiće se eksperimentalna metoda brzog i tačnog odredjivanja kinetičkih parametara pogodna kako za stacionarne, tako i za nestacionarne procese, za egzaktnu off-line analizu i brzu on-line analizu.

5. REFERENCE

[1] J.A.Thie (1981) Power Reactor Noise, Publication of ANS
[2] J.Bendat, A.Piersol (1971) Random Data Analysis, Wiley,NY
[3] S.M.Kay (1987) Modern Spectral Estimation , Prentice-Hall, Englewood Cliffs
[4] K.Kishida (1991) Proc of the VIth SMORN , p. 26.01
[5] S.Yamada, K.Kishida, K.Bekki (1987) J. Nucl. Sci. Technol. 24, p. 1009
[6] K.Kishida, S.Yamada (1988) Prog. Nucl. Energy, 21, p. 679
[7] S.Yamada et al (1989) Ann. Nucl. Energy , 16, p.551
[8] N.Zavaljevski (1990) Zbornik radova XXXIV jugoslovenske konferencije ETAN-a, Vol XXII, p.15, Zagreb
[9] G.E.P.Box, G.M.Jenkins (1976) Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco
[10] A.Z.Akcasu, A.Stolle (1989) Ann.Nucl.Energy, 16,p.493
[11] K.Saito (1967a) Nucl.Sci.Eng,27, p.452
[12] K.Saito (1967b) Nucl.Sci.Eng, 28, p.384
[13] M.M.R.Williams (1974) Random Processes in Nuclear Reactors, Pergamon Press,Oxford
[14] K.J.Astrom (1970) Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press,New York
[15] N.Ikeda,S.Watanabe (1981) Stochastic Differential Equations and Diffusion Processes, North-Holland Publishing Company, Amsterdam
[16] N.Zavaljevski, Lj.Kostić (1989) Zbornik radova XXXIII jugoslovenske konferencije ETAN-a, Vol. IX, p. 47
[17] T.Soderstrom, P.Stoica (1988) System Identification, Prentice Hall, London
[18] M.Milošević (1989) IBK-NET-29, Vinča