

Mihajlo Č. Stefanović, Nebojsa B. Zlatković

Elektronski fakultet, Beogradska 14.

18000 NIS

VEROVATNOĆA GREŠKE 64-QAM U PRISUSTVU ŠUMA, SMETNJE I DŽITERA

PERFORMANCE 64-QAM IN THE PRESENCE OF NOISE, SINUSOIDAL INTERFERENCE AND PHASE JITTER

Sadržaj: U ovom radu određena je simbolička verovatnoća greške 64-QAM sistema modulacije u prisustvu Gausovog šuma, sinusne interferencije i faznog džitera lokalnog oscilatora. Verovatnoća greške je data kao funkcija odnosa signal/šum (SNR), odnosa nosilac/interferencija (CIR) i varijanse faznog džitera (σ_{ψ}^2). Primenjeni metod za određivanje SER je potpuno numerički.

Abstract: The symbol error rate (SER) for 64-QAM system in the presence of sinusoidal interference, Gaussian noise and nonperfect carrier recovery is determined. The SER as shown as function of signal to noise ratio (SNR), carrier to interference ratio (CIR), and carrier phase jitter variance (σ_{ψ}^2). The performance are evaluated numerically by cubature rule.

1. UVOD

Poslednjih godina QAM tip modulacije je dosta razmatran kao jedna vrsta amplitudno-fazne modulacije (AM-PM) zbog svojih dobrih osobina, kao što su veoma uzan spektar, ukinut nosilac, a posebno zbog jednostavnosti prijemnika, posebno u odnosu na ostale poznate AM-PM tipove modulacije.

Razmatranje je započelo sa 16-QAM, da bi se danas došlo do viših nivoa (64-QAM i 256-QAM), s tim da u svim analizama koje su tretirale ovu problematiku pristup rešavanju problema nije dozvoljavao analizu modela sistema u složenijim prenosnim uslovima.

Zbog toga je u ovom radu razmatran model 64-QAM sistema u složenijim uslovima prenosa, kada na sistem postoji uticaj sinusne smetnje, Gausovog šuma i neidealne faze lokalnog oscilatora. Metod koji je primenjen za određivanje SER je potpuno numerički, i ukratko je opisan u [1], a delom je nešto bliže opisan i u ovom radu.

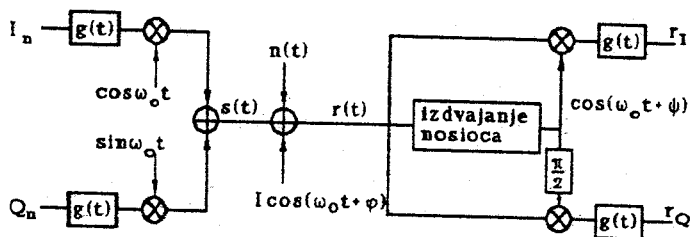
Rezultati su dati kao funkcije simboličke greške (SER) zavisno od SNR, CIR i σ_{ψ} . Pokazuje se velika zavisnost greške sistema i za

male vrednosti faznog džitera što treba uzeti u obzir pri projektovanju sistema.

Pri analizi sistema pretpostavljeno je da sistem zadovoljava I Nyquistov kriterijum tj. da u sistemu ne postoji intersimbolska interferencija i da je odmeravanje simbola idealno.

2. MODEL SISTEMA

Model sistema je u osnovi poznat i dat je na slici 1. Prikazani model je sličan datom u [1] s tom razlikom što u ovom slučaju imamo izdvajanje nosioca u prijemniku. Za ovakav model 64-QAM na



Slika 1. Model sistema

ulazu u prijemnik je prisutan signal koji se može predstaviti u sledećem obliku:

$$r(t) = \operatorname{Re} \left[\sum_n (I_n + jQ_n) \cdot g(t - nT) \cdot \exp(j\omega_0 t) \right] + n(t) + I \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (1)$$

gde je

I_n i Q_n su komponente predajnog simbola u fazi i kvadraturi

$g(t)$ je impulsni odziv

$n(t)$ je aditivni Gausov šum snage $2N_0$.

$1/T$ je simbolska učestanost ($1/T = 8T_b$ za 64-QAM)

ω_0 je noseća učestanost

φ je faza sinusne interferencije, sa uniformnom raspodelom

I je amplituda interferencije

Iz (1) je vidljivo da je učestanost interferencije jednaka ω_0 zbog jednostavnosti.

Na izlazu iz demodulatora prisutni su signali u fazi i kvadraturi, odnosno izlazni signal se može napisati u obliku vektora:

$$r = TRs^{(j)} \cdot n = [r_I, r_Q] \quad (2)$$

$$R = \begin{vmatrix} \cos\psi & -\sin\psi \\ \sin\psi & \cos\psi \end{vmatrix} \quad (3)$$

R - određuje uticaj faznog džitera i ψ je faza između nosioca i regenerisanog nosioca u prijemniku, i

$$T = \begin{vmatrix} 1 - \frac{1}{\|s^{(j)}\|} \sin\theta & -\frac{1}{\|s^{(j)}\|} \cos\theta \\ \frac{1}{\|s^{(j)}\|} \cos\theta & 1 - \frac{1}{\|s^{(j)}\|} \sin\theta \end{vmatrix} \quad (4)$$

T - predstavlja uticaj interferencije, gde je θ ugao između fazora interferencije i vektora predajnog simbola pomerenog zbog uticaja faznog džitera

Da bi odredili funkciju gustine raspodele izlaznog signala iz demodulatora, definisaćemo funkciju gustine raspodele faze regenerisanog nosioca. U ovoj analizi pretpostavićemo da se u izdvajanju nosioca koristi i fazna zatvorena petlja (PLL) prvog reda, odnosno u tom slučaju funkcija gustine raspodele faze se može napisati u sledećem obliku [2], [3]:

$$p(\psi) = \frac{1}{2\pi I_0(\alpha)} e^{\alpha \cos\psi} \quad |\psi| \leq \pi \quad (5)$$

gde je $I_0(\alpha)$ modifikovana Besselova funkcija prvog reda, i

$$\alpha^2 = \frac{1}{\phi} \quad (\alpha \geq 100) \quad (6)$$

faza θ je uniformno raspodeljena i uzimajući da je faza ψ sporo promenljiva, možemo pisati:

$$p(\theta) \approx p(\psi|\theta) = \frac{1}{2\pi} \quad |\theta| \leq \pi \quad (7)$$

Za uslovnu funkciju gustine raspodele izlaznog signala se može napisati [3] (pod uslovom da je predajni simbol $s^{(j)}$):

$$p_j(r) = p(r|s^{(j)}) = \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} p(r|\vartheta) p(\vartheta|\psi) p(\psi) d\vartheta d\psi \quad (8)$$

Polazeći od Gausove raspodele za $p(r|\vartheta)$ i zamenjujući (5) i (7) u (8) konačan izraz za gustinu raspodele izlaznog signala biće:

$$p_j(r) = \frac{1}{4\pi^2 N_0 I_0(\alpha)} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-\frac{u^2(\psi) + I^2}{2N_0} + \alpha \cos \psi} I_0\left(\frac{u(\psi) I}{N_0}\right) d\psi \quad (9)$$

gde je

$$u(\psi) = \sqrt{\|r\|^2 + \|s^{(j)}\|^2 - 2(\langle r, s^{(j)} \rangle \cos \psi + \langle r, s^{(j)^\perp} \rangle \sin \psi)} \quad (10)$$

$$\|r\|^2 = \sqrt{r_I^2 + r_Q^2}$$

$$\langle r, s^{(j)} \rangle = r_I \cdot I + r_Q \cdot Q$$

$$\langle r, s^{(j)^\perp} \rangle = r_I \cdot Q - r_Q \cdot I \quad (11)$$

Simbolska verovatnoća greške sistema je određena sa (12):

$$P_e = \sum_{j=1}^{64} P_j \int_{\bar{R}_j} p_j(r) dx dy \quad (12)$$

P_j - a priori verovatnoća pojavljivanja predajnog simbola $s^{(j)}$,
(pretpostavljamo jednaku za sve simbole)

R_j - oblast koja pripada predajnom simbolu $s^{(j)}$; greška sistema nastaje kada primljeni simbol ne pripada oblasti R_j , odnosno pripada oblasti \bar{R}_j , pri čemu važi

$$R_j \cap \bar{R}_j = \emptyset$$

Funkcija gustine raspodele izlaznog signala iz demodulatora je funkcija dve promenljive, a izraz koji je dobijen sadrži u sebi integral tako da nije moguće naći eksplicitni oblik da bi se odredila SER. Za razliku od jednostavnijih prenosnih uslova kada je funkciju gustine verovatnoće izlaznog signala moguće izraziti kao funkciju jedne promenljive i samim tim jednostavnije rešiti ovde je problem nešto složeniji. Međutim rešenje treba tražiti u numeričkom rešavanju problema, s tim da se za (12) upotrebe formule za numeričko izračunavanje dvostrukih integrala. Pre definisanja daljeg pristupa treba reći da postoje razvijene formule za numeričko izračunavanje dvostrukih integrala i da slično jednodimenzionalnim problemima kada zavisno od tipa podintegralne funkcije biramo pogodan način izračunavanja. Za formule za izračunavanje dvostrukih integrala biraju se oblasti definisanosti funkcije nad kojom se vrši integracija. U ovom radu korišćen je metod koji je definisan u [4], kada je oblast definisanosti proizvoljan trougao. Za dobijanje rezultata prvo su određene granice integracije dovoljno velike da greška izračunavanja bude dovoljno mala, što ne predstavlja poseban problem, jer je funkcija gustine raspodele tipa $\exp(-x^2)$ definisana je na $(-\infty, \infty)$. Odnosno oblast \bar{R}_j je prvo redukovana na oblast \bar{R}_j^* , a zatim je ova oblast podeljena na trouglove nad kojima je primenjena numerička integracija. Ovaj metod dozvoljava rešavanje sličnih problema kada je potrebna dvostruka integracija, a funkciju nije moguće izraziti analitički.

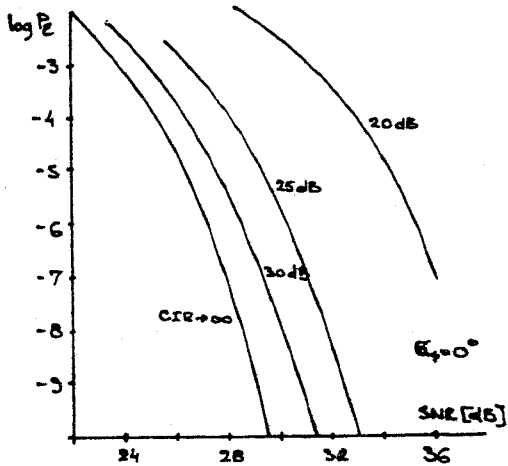
3. REZULTATI

Dobijeni rezultati su dati na slikama 2, 3 i 4. Na slici 2. date vrednosti SER u funkciji SNR za konstantne vrednosti parametra CIR pri graničnom slučaju kada je izdvajanje nosioca u prijemniku idealno. Dobijeni rezultati se potpuno slažu sa rezultatima [5] i [6] koji su dati za slučaj sinusne interferencije bez džitera, što potvrđuje ispravnost postupka. Slika 3. pokazuje zavisnost SER od SNR za različite vrednosti parametra CIR pri $\sigma_\psi = 1^\circ$. Sa slike je očito da funkcije pokazuju znatna odstupanja u odnosu na sliku 2. i da porastom vrednosti SNR teže konačnim vrednostima, što pokazuje da su konačne vrednosti SER određene vrednošću σ_ψ . Pokazuje se da za $P_e = 10^{-6}$ je potreban za 1.5 dB veći SNR pri $CIR \rightarrow \infty$ kada se σ_ψ promeni od 0° do 1° . Pri istoj promeni σ_ψ za vrednosti CIR=25 dB potreban je 4.5 dB

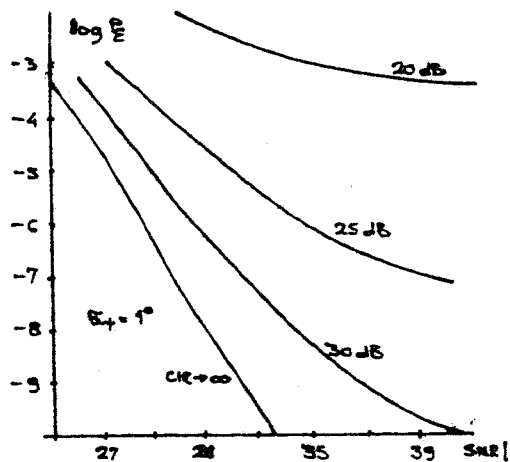
veći SNR, što pokazuje da ovaj "udruženi" uticaj bitno narušava karakteristike sistema. Na slici 4. date su funkcije SER u zavisnosti od σ_ψ pri konstantnim vrednostima parametara SNR i CIR. Vrednosti konstantnih parametara su tako izabrani da je za $\sigma_\psi = 0^\circ P_e \approx 10^{-9}$. Sa slike je očita zavisnost SER od faznog džitera. U prisustvu jake interferencije osetljivost sistema na džiter raste tako da za CIR=20 dB SER opada za red veličine pri promeni σ_ψ od vrednosti 0° do 0.25° . Slika 4. pokazuje da 64-QAM postavlja veoma oštre zahteve u pogledu kvaliteta kola za generisanje-izdvajanje nosioca u lokalnom oscilatoru prijemnika. Na kraju napomenimo da je za određivanje SER uzeto da su granice odlučivanja optimalne Gausove, odnosno da nisu optimalne u ovim uslovima prenosa.

4. LITERATURA

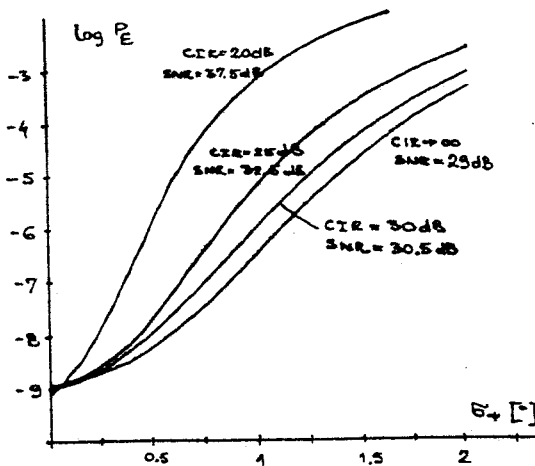
1. N. Zlatković i M. Stefanović: "Performanse digitalnih sistema u prisustvu Gausovog šuma i interference", XXXI ETAN, Bled 1987. god.
2. Foshini G.J., Gitlin R.D. and Weinstein S.B., "On The Selection of a Two Dimensional Signal Constellation in Presence of Phase Jitter and Gaussian Noise", BSTJ Transaction Communication, Vol. Com-22, pp. 927-965, July-August 1973.
3. Lindsey W.C. and Simon M.K., "Telecommunication system engineering", Prentice-Hall Inc., New Jersey, 1973.
4. Laurie D.P., "CUBTRI: Automatic cubature over a triangle", ACM Transaction on Mathematical Software, Vol.8, No. 2, pp. 210-218, June 1982.
5. Coco R.A.: "Symbol Error rate Curves for M-QAM Signals with Multiple Cochannel Interferers", IEEE Trans. Comm., Vol.36, No.8, pp.980-983, August 1988.
6. Wu K.T. and Feher K.: "Performance of 64-QAM, 225-QPRS and 256-QAM in a Cochannel Interference Environment", IEE Proceedings, Vol.133, Pt.F, No.6, October 1986.



slika 2.



slika 3.



slika 4.

