Proglašen za najbolji rad u komisiji.

Nela Zavaljevski

INSTITUT ZA NUKLEARNE NAUKE "BORIS KIDRIČ"-VINČA

OOUR Institut za nuklearnu energetiku i tehničku fiziku NET

ANALIZA STOHASTIČKIH PROCESA U NUKLEARNOM REAKTORU KORIŠĆENJEM ARMA MODELA

STOCHASTIC PROCESSES ANALYSIS IN NUCLEAR REACTOR USING ARMA MODELS

SADRŽAJ U radu je data analiza ARMA modela izvedenog iz opštih stohastičkih jednačina stanja nuklearnog reaktora. Prikazana je zavisnost parametara modela od osnovnih fizičkih karakteristika nuklearnog reaktora RB u Vinči. Prikazani su preliminarni rezultati identifikacije, objašnjeni uzroci neslaganja izmedju eksperimenta i teorije i ukazano je na mogućnosti poboljšanja rezultata identifikacije.

ABSTRACT In this paper the analysis of ARMA model derived from general stochastic state equations of nuclear reactor is given. The dependence of ARMA model parameters on the main physical characteristics of RB nuclear reactor in Vinča is presented. Preliminary identification results are presented, observed discrepancies between theory and experiment are explained and the possibilities of identification improvement are anticipated.

KLJUČNE REČI stohastički procesi, nuklearni reaktor, identifikacija sistema, vremenski nizovi, ARMA modeli

1. UVOD

Stohastičke fluktuacije neutronske populacije u nuklearnom reaktoru mogu se iskoristiti za odredjivanje dinamičkih karakteristika, posebno značajnih u prelaznim procesima, a naročito u akcidentalnim situacijama, što je reaktorskim fizičarima poznato već trideset godina. Razvijene su mnogobrojne metode analize statističkih fluktuacija u nuklearnom reaktoru, i još uvek se razvijaju nove, posebno u oblasti energetskih nuklearnih reaktora, gde su procesi složeniji, a dijagnostika značajnija s obzirom na posledice mogućih akcidenata [1]. Većina metoda se zasniva na standardnoj spektralnoj analizi korišćenjem

FFT, ali se u poslednje vreme sve češće primenjuje i modelovanje stohastičkih procesa autoregresionim modelima (AR i ARMA). Veza izmedju dva pristupa, fizičkog pristupa zasnovanog na stohastičkim jednačinama stanja (Lanževenovim jednačinama) i pristupa korišćenjem metoda analize vremenskih nizova, uspostavljena je u teorijskim radovima Kishide i Yamade [2]-[4]. Pokazano je da se stohastički procesi u potkritičnom stanju nuklearnog reaktora nulte snage mogu opisati ARMA modelom koji se izvodi iz polaznih stohastičkih jednačina stanja.

Cilj ovog rada je eksperimentalna provera teorijskog modela i ocena pogodnosti primene metode identifikacije sistema u odredjivanju dinamičkog ponašanja nuklearnog reaktora RB u Vinči. Identifikacioni eksperiment je identičan standardnom statističkom eksperimentu prikazanom u [5].

2. TEORIJSKI ARMA MODEL

U najkraćem obliku prikazaćemo teorijski ARMA model, izveden u [3] i [4].

Polazeći od Lanževenovih jednačina u matričnom obliku

$$(d/dt)\,\bar{x}(t) = \bar{\Lambda}\,\bar{x}(t) + \bar{f}(t) \tag{1}$$

gde je $\bar{x}(t)$ 7-dimenzioni vektor čiji elementi su fluktuacije u broju promptnih neutrona i prethodnika zakasnelih neutrona, $\bar{\Lambda}$ je regresiona matrica čiji elementi su parametri uobičajenih jednačina tačkaste kinetike [6]

$$\bar{\Lambda} = \begin{vmatrix} \dfrac{k(1-\beta)-1}{\ell} & \lambda_1 & \lambda_2 & & \lambda_6 \\ \beta_1 k/\ell & -\lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ \beta_2 k/\ell & 0 & -\lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ \beta_6 k/\ell & 0 & 0 & & -\lambda_6 \end{vmatrix} \tag{2}$$

gde je k faktor umnožavanja neutrona u reaktoru, ℓ vreme trajanja promptnih neutrona, a β_i i λ_i frakcije, odnosno konstante slabljenja zakasnelih neutrona grupe i, a $\bar{f}(t)$ je tzv "ekvivalentni slučajni izvor", za koji se pokazuje da pretstavlja Gausov beli šum.

Diskretna reprezentacija jednačine (1) je

$$\bar{x}(n) = \bar{\Phi}\,\bar{x}(n-1) + \bar{w}(n) \tag{3}$$

gde je matrica $\bar{\Phi}$ data sa $\bar{\Phi} = \exp(\bar{A}\Delta t)$. Δt je vreme odabiranja, a diskretna slučajna promenljiva $\bar{w}(n)$ je Gausov beli šum sa matricom autokovarijanse $\bar{W}$.

Fluktuacije broja neutrona mere se neutronskim detektorom, dok se koncentracije prethodnika zakasnelih neutrona ne mogu meriti. Detekcija neutrona je proces sa šumom, za koji se može smatrati da je Gausov sa matricom autokovarijansi $\bar{V}$. Tada je jednačina koja opisuje merenje oblika

$$\bar{y}(n) = \bar{H}\,\bar{x}(n) + \bar{v}(n) \tag{4}$$

Jednačine (3) i (4) pretstavljaju diskretnu reprezentaciju procesa, ali kako se neke promenljive ne mogu meriti, potrebno je stohastički proces prikazati pomoću merenih vrednosti $\bar{y}(n)$. To se postiže projektovanjem neopservabilnih promenljivih stanja na prostor merenog vremenskog niza $\bar{Y}(n) = \{\bar{y}(n-1), \bar{y}(n-2), \ldots\}$. Pokazuje se da važi:

$$\bar{x}(n|n) = \bar{\Phi}\,\bar{x}(n-1|n-1) + \bar{K}\,\bar{\gamma}(n) \tag{5}$$

$$\bar{y}(n) = \bar{H}\,\bar{x}(n|n) + (I - \bar{H}\,\bar{K})\,\bar{\gamma}(n) \tag{6}$$

gde je $\bar{x}(n|n) = E\{\bar{x}(n)|\bar{Y}(n)\}$, $\bar{\gamma}(n) = \bar{v}(n) - \bar{y}(n|n-1)$ je inovacija, a Kalmanovo pojačanje je $\bar{K} = \bar{P}\,\bar{H}^T\,\bar{\Gamma}^{-1}$, gde je $\bar{\Gamma} = \bar{H}\,\bar{P}\,\bar{H}^T + \bar{V}$, a $\bar{P}$ stabilno rešenje jednačine Rikatijevog tipa:

$$\bar{P} = \bar{\Phi}\,(\bar{P} - \bar{P}\,\bar{H}^T\,\bar{\Gamma}^{-1}\,\bar{H}\,\bar{P})\,\bar{\Gamma} + \bar{W} \tag{7}$$

Eliminacijom neopservabilnih promenjlivih stanja dobija se ARMA model

$$A(z^{-1})\,y(n) = B(z^{-1})\,\gamma(n) \tag{8}$$

Za jednostavan, ali praktično važan slučaj jedne grupe zakasnelih neutrona red ARMA modela je (2,2).

Dinamičko ponašanje sistema se odredjuje iz nula polinoma

$$A(z^{-1}) = 1 - \mathrm{trag}\ \bar{\Phi}\ z^{-1} + \det \bar{\Phi}\ z^{-2} \tag{9}$$

pri čemu je

$$\Phi_{11} = \frac{\exp(z_1)\ (z_1-m_{22})}{z_1 - z_2} + \frac{\exp(z_2)\ (z_2-m_{22})}{z_2 - z_1} \tag{10a}$$

$$\Phi_{12} = \frac{\exp(z_1)\ m_{21}}{z_1 - z_2} + \frac{\exp(z_2)\ m_{21}}{z_2 - z_1} \tag{10b}$$

$$\Phi_{21} = \frac{\exp(z_1)\ m_{12}}{z_1 - z_2} + \frac{\exp(z_2)\ m_{12}}{z_2 - z_1} \tag{10c}$$

$$\Phi_{22} = \frac{\exp(z_1)\ (z_1-m_{11})}{z_1 - z_2} + \frac{\exp(z_2)\ (z_2-m_{11})}{z_2 - z_1} \tag{10d}$$

gde su sa m_{ij} označeni elementi martice $\tilde{M} = \tilde{\Lambda}\Delta t$.

Koeficijenti polinoma $B(z^{-1})$ zavise od rešenja Rikatijeve diferencne jednačine (7) i osobina šuma detekcije. Kako je matrica autokovarijansi šuma detekcije ionako nepoznata a priori, može se uzeti aproksimacija malog šuma detekcije, kada se model svodi na ARMA (2,1), a približan izraz za MA polinom je, prema [3]:

$$B(z^{-1}) = 1 - (1-\lambda\Delta t)z^{-1} \tag{11}$$

3. REZULTATI IDENTIFIKACIJE

Eksperimentalne vrednosti za analizu vremenskog niza dobijene su merenjima neutronskih fluktuacija u toku statističkih eksperimenata vršenih na reaktoru RB i prikazanih u [5]. Prenos podataka iz detektora u računar se vrši indirektno, preko multikanalnog analizatora (MCA), te je dužina vremenskog niza ograničena memorijom analizatora i iznosi 8192 podatka.

Vreme odabiranja iznosi 5 ms i izabrano je prema očekivanom karakterističnom vremenu sistema (vremenu trajanja promptnih neutrona). Broj impulsa u neutronskom detektoru zavisi od potkritičnosti reaktora, te je za identifikacioni eksperiment izabrano potkritično stanje relativno blizu kritičnosti, zbog bolje statistike. Merena konfiguracija reaktora RB je kritična na visini teške vode od 122.17cm, a obradjivani su vremenski nizovi dobijeni na 120 cm.

Raniji eksperimenti [5] pokazali su da je efektivni faktor umnožavanja na tom nivou k=0.995, a vreme trajanja promptnih neutrona 0.0006 s. Pomoću ovih parametara odredjeni su koeficijenti teorijskog ARMA(2,1) modela iz prethodnog odeljka:

$$A(z^{-1}) = 1 + 1.90106\, z^{-1} - 0.90114\, z^{-2} \qquad (12)$$

$$B(z^{-1}) = 1 - 0.99782\, z^{-1} \qquad (13)$$

Polovi AR polinoma su z_1=0.99916 i z_2 = 0.90190, dok su sopstvene vrednosti početne tranzicione matrice α_1 = 0.1671 s^{-1} i α_2 =20.649 s^{-1}. Druga sopstvena vrednost je konstanta slabljenja promptnih neutrona, koju treba odrediti iz identifikacionog eksperimenta. Prethodna merenja [5] Fejnmanovom metodom odnosa varijanse i srednje vrednosti merene neutronske populacije i fitovanjem teorijske autokorelacione funkcije daju vrednosti ove konstante u intervalu od 17.29 s^{-1} do 18.33s^{-1}.

Identifikacija dobijenih vremenskih nizova vršena je standardnim rutinama za vremensku analizu iz biblioteke IMSL, prema metodologiji Boxa i Jenkinsa [7].

Pokušaji identifikacije teorijskog ARMA(2,1) modela nisu dali nikakve rezultate. Parametri identifikovanog ARMA(2,1) modela drastično otstupaju od teorijskih, a iz njih odredjena konstanta slabljenja promptnih neutrona nema mnogo sličnosti sa konstantom dobijenom teorijski i iz prethodnih merenja. Slični rezultati se dobijaju i fitovanjem na model ARMA(2,2).

Jedan od mogućih uzroka neslaganja teorijskih i eksperimentalnih rezultata je nemogućnost standardnih algoritama da ocene parametre veoma nepogodnog teorijskog modela (jednačine(12) i (13)), čiji polovi i nule se nalaze vrlo blizu jediničnog kruga. Osim toga jedna nula i jedan pol su medjusobno bliski. U referenci [4] za identifikaciju parametara korišćeni su savremeniji algoritmi, ali su dobijena takodje znatna neslaganja teorijskih i eksperimentalnih vrednosti. To pokazuje da problem identifikacije nije ovde u nedovoljno dobrom algoritmu, već pre u neprilagodjenosti teorijskog modela realnim eksperimentalnim uslovima.

Naime, zakasneli neutroni, neopservabilne promenljive u polaznom stohastičkom modelu, imaju konstante slabljenja najmanje za dva reda veličine manje od konstanti slabljenja promptnih neutrona, te je njihovo eksperimentalno odredjivanje teško sa istim vremenom odabiranja. Problem bi se mogao rešiti dužim vremenskim nizovima, koji omogućuju odredjivanje i manjih karakterističnih vremena, ali u našim eksperimentalnim uslovima to nije bilo moguće.

Fizička priroda problema, kao i analiza nula i polova teorijskog ARMA(2,1) modela (blizina nule i pola) ukazuju na to da je model moguće još uprostiti. Zato je u daljem postupku identifikacije primenjen algoritam koji automatski odredjuje red modela analizom ostatka i uporedjivanjem sa belim šumom (takodje standardna rutina iz IMSL biblioteke). Ovakav postupak je kao optimalni model identifikovao ARMA(1,1). Rezultat se može objasniti eksperimentalnim uslovima (relativno dugačkim vremenom odabiranja i relativno malim brojem podataka po vremenskom nizu), što je onemogućilo odredjivanje malih karakterističnih vremena u sistemu. Sa stanovišta eksperimentatora ovaj sistem se ponaša kao da ima samo jednu konstantu slabljenja (konstantu slabljenja promptnih neutrona), te u polaznim stohastičkim jednačinama može da se uzme samo jedna jednačina umesto dve. U tom slučaju , uz nepromenjene pretpostavke o prirodi pobude i šuma merenja , dobija se da je teorijski model ARMA(1,1). Iz pola modela je odredjena konstanta slabljenja promptnih neutrona. Rezultati su prikazani u Tabeli 1.

Tabela 1 Rezultati identifikacije

uzorak	AR(1)	MA(1)	$\alpha_p (s^{-1})$
1	0.90877	0.74132	19.13
2	0.92232	0.76346	16.17
3	0.89381	0.72483	22.45
4	0.90162	0.74515	20.71
5	0.92304	0.75708	16.02
6	0.90405	0.73873	20.17
7	0.88810	0.71935	23.73
8	0.90223	0.72672	20.57
9	0.90662	0.74089	19.61
10	0.93077	0.76459	14.35
11	0.91997	0.75866	16.68
12	0.9189	0.76986	16.91
13	0.90971	0.75086	18.92
14	0.91687	0.74179	17.37

Srednja vrednost konstante slabljenja promptnih neutrona koja se dobija iz ovih uzoraka je $(18.77 + 2.56)$ s^{-1}, što je vrlo blisko ranijim eksperimentalnim i teorijskim rezultatima [5].

4. ZAKLJUČAK

U ovom radu je pokazano da je metodama analize vremenskih nizova moguće odrediti jednu od najvažnijih dinamičkih karakteristika nuklearnog reaktora - konstantu slabljenja promptnih neutrona. Umesto teorijski izvedenog ARMA(2,2) ili ARMA(2,1) modela eksperimentalno je identifikovan ARMA(1,1) model. Analiza nula i polova teorijskog modela pokazala je da su jedan pol i nula teorijskog modela veoma bliski, te može doći do "skraćivanja" nule i pola, odnosno do redukcije modela. Pošto su eksperimentalni uslovi takvi da je uticaj zakasnelih neutrona u postupku identifikacije zanemarljiv, potreban je manji broj stohastičkih jednačina stanja za opisivanje procesa, što takodje ukazuje na niži red modela.

Konstanta slabljenja se blizu kritičnosti odredjuje sa dosta dobrom tačnošću, ali se za veće potkritičnosti stanje pogoršava, pošto se znatno smanjuje broj impulsa i kvari statistika. U principu, bolji rezultati identifikacionog eksperimenta se mogu postići korišćenjem dužih vremenskih nizova. Zbog jednostavnosti identifikovanog modela, moguće je identifikaciju vršiti "on line", što je značajno, jer se mogu direktno pratiti dinamičke karakteristike nuklearnog reaktora nulte snage.

R E F E R E N C E

[1] Proceedings of Fifth Specialist Meeting on Reactor Noise (SMORN V), Munchen, 1987

[2] K.Kishida: "Physical Langevin Model and Time-Series Model in Systems Far from Equilibrium", Phys. Rev. A,25,496,(1982)

[3] S.Yamada, K.Kishida, K.Bekki: "Properties of Autoregressive Model in Reactor Noise Analysis", J.Nucl.Sci.Technol.,24,1009 ,(1987)

[4] S.Yamada, M.Morita, K.Sumita: "Application of an Adaptive Filter for Criticality Surveillance Systems",Ann.Nucl.Energy,16,551 (1989)

[5] N.Zavaljevski, Lj.Kostić, M.Milošević, M.Pešić: "Odredjivanje kinetičkih parametara reaktora RB statističkim metodama", Zbornik radova XXXIII jugoslovenske konferencije ETAN-a, Novi Sad, (1989)

[6] R.G.Keepin: "Physics of Nuclear Reactor Kinetics", Addison-Wesley, Reading, Massachusetts, (1965)

[7] G.E.P.Box, G.M.Jenkins: "Time Series Analysis, Forecasting and Control" Holden-Day, San Francisco, (1976)