

Aleksa Zejak \*

Predrag Rapajic \*\*

\* Vojnotehnički institut KoV, Katanićeva 15, 11000 Beograd,

\*\* 26 Shorney Rd., Parafield Gardens, Adelaide SA 5107, AUSTRALIA

## POTISKIVANJE BOČNIH LOBOVA RODNIH SEKVENCI I BARKEROVIH KULA

### GENIC SEQUENCES AND BARKER TOWERS SIDELOBE SUPPRESSION

SADRŽAJ: Rodne sekvence i Barkerove kule poseduju neka zanimljiva i korisna svojstva koja ih čine pogodnim za primjenu u radarima sa dobrom rezolucijom po daljinji, geofizici i sonarima. U ovom radu je analizirano optimalno potiskivanje bočnih lobova tih sekvenci primjenom LS (least square) i minimaksnog (MX) kriterijuma. Prikazani su primjeri rezultata za neke sekvence.

ABSTRACT: Genic sequences and Barker towers have some interesting properties which are useful for range resolution radar, geophysic and sonar applications. The optimal filtering of their range sidelobes is reported and discussed. Sidelobe suppression is performed using least square (LS) and minimax (MX) criterion. As an example, the results for some code are presented.

#### 1. UVOD

Radari sa ekspandovanim spektrom imaju mnoge prednosti u odnosu na radare sa prostom impulsnom modulacijom. Međutim, jedan od glavnih nedostataka je relativno visok nivo bočnih lobova (b.l.) na izlazu prilagođenog filtra. To može dovesti do neugodne posledice da b.l. jakog signala maskiraju glavni lob slabijeg signala.

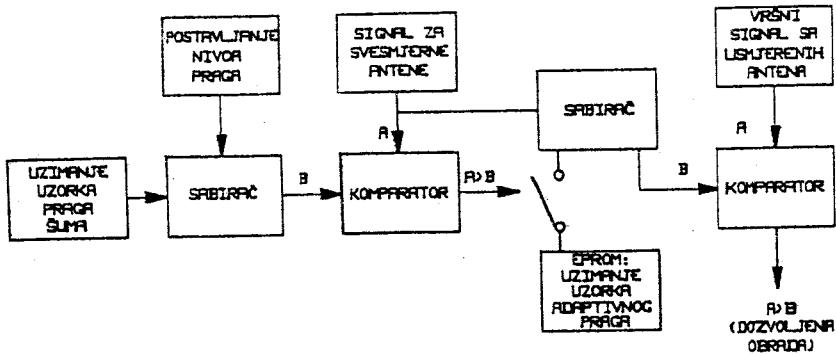
Ako je fazno kodirani signal kodiran sekvencom  $a = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , sa stanovišta detekcije radarskog cilja, idealna sekvencia bi bila ona čija bi autokorelaciona funkcija (acf)

$$r(k) = \sum_{i=0}^{N-1-k} x_i x_{i+k}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

bila idealna, tj.:

$$r(k) = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases} \quad (2)$$

U konstruisanju sekvenci za radar sa kompresijom impulsa jedan od ciljeva je postizanje što nižih bočnih lobova acf, tj. da  $r(k \neq 0)$  bude što bliže nuli. Drugim riječima, trud je usmjeriti ka projektovanju prilagođenog filtra sa odzivom što nižih bočnih lobova. I tako niski bočni lobovi, postignuti izborom sekvence, još uvijek su nepoželjni, te se i oni potiskuju razdešavanjem prilagođenog filtra koga smo prethodno tako brižljivo podešavali. Problem razdešavanja filtra detaljnije ćemo razmotriti u sljedećem odjeljku.



Slika 3 - Ostvarenje adaptivnog praga pri poništavanju bočnih lepeza

## 5. ZAKLJUČAK

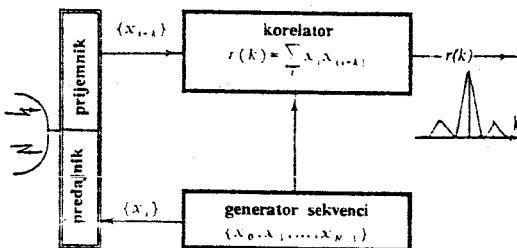
Metoda mjerjenja azimuta dolazećeg radarskog signala pomoću tri uzorka je jednostavna i daje dobre rezultate. Međutim, ostvarenim i predloženim izmjenama ona se značajno optimizira i odgovara zahtjevima složenih elektromagnetskih uslova okoline.

## LITERATURA

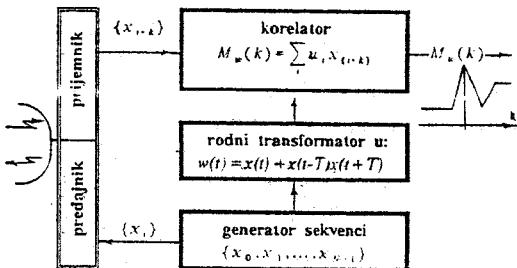
1. Schleher.D.C.Ph.D: Introduction to Electronic Warfare, Artech House. 1986.
2. Wiley G.R.: Electronic Intelligence - The Interception of Radar Signals, Artech House. 1985.
3. James Bao Yen Tzui: Microwave Receivers with EW Applications. John Wiley and Sons, 1986.

BARKER, KULA  N=20	MAKS. B.L. (dB)			SRED. B.L. (dB)			ukupno	potisk.	B.L. (dB)	
	MF	LS	IRL	MF	LS	IRLS			LS	IRLS
							maks.	sred.	maks.	sred.
L=N=20	-22.279	-19.444	-22.487	-38.823	-41.258	-39.554	+2.835*	-2.435	-0.208	-0.731
L=2*N=40	*	-23.881	-27.686	*	-48.985	-46.624	-1.602	-10.162	-5.407	-7.801

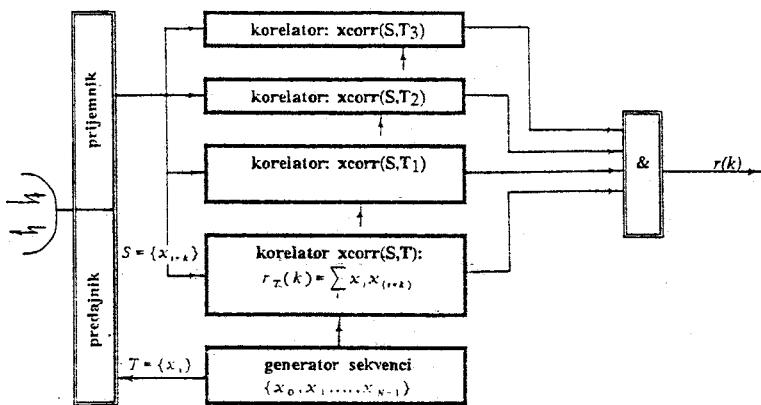
Tabela 1: Uporedni rezultati potiskivanja bočnih lobova prilagođenim (MF), LS i IRLS filterom za Barkerovu kulu dužine 20.



Slika 1a  
Princip prilagođenog filtriranja



Slika 1b  
Princip jednorodnog filtriranja



Slika 2  
Princip primjene Barkerovih kula

## 2. JEDNORODNE FUNKCIJE I BARKEROVE KULE

*Jednorodne funkcije.* Logično se nameće pitanje da li je moguće projektovati linearni sistem koji ne bi bio ni prilagođeni (matched) ni neprilagođeni (mismatched) filter. U tom pravcu je Moharir sa saradnicima [1] ponudio zanimljivu i provokativnu koncepciju zasnovanu na "jednorodnim" (monogenic) funkcijama. U ovom odeljku ćemo na sažet način prikazati osnovnu ideju te koncepcije. Možemo acf (1) napisati u proširenom obliku

$$r(k) = x_0 x_k + x_1 x_{k+1} + \dots x_{N-1} x_{N-k} \quad (3)$$

Svaki pojedinačni sabirak iz (3) se dobija povećanjem indeksa prethodnog sabirka za jedan. To znači da, ako nam je prvi sabirak poznat, možemo lako napisati sve ostale sabirke. Budući da prvi sabirak "rada" sve ostale, to se takve funkcije nazivaju jednorodnim (monogenic).

U formalnom smislu, funkcija  $f(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$  se naziva konačnom jednorodnom funkcijom ako se može izraziti na slijedeći način:

$$f(x_0, x_1, \dots, x_{N-1}) = \sum g_i(x_0, x_1, x_2, \dots) \quad (4)$$

$$g_{i+1}(x_0, x_1, x_2, \dots) = g_i(x_0, x_1, x_2, \dots), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (5)$$

Funkcija  $g_0(x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$  se naziva rođnom. Za funkciju u (3) rođna funkcija je  $x_0 x_k$ , koja je funkcija samo dvaju elemenata. Moguće je sastaviti više takvih funkcija i zamijeniti acf u (3) jednorodnom funkcijom  $M(k)$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  koja može naći primjenu u radarima, sonarima i geofizičkim uređajima. Sada umjesto željene acf (2), imamo odgovarajuću jednorodnu funkciju:

$$M(k) = \begin{cases} \text{velika pozitivna vrijednost} & k = 0 \\ 0, \pm 1 & k \neq 0 \end{cases} \quad (5)$$

Elementi sekvene se biraju iz binarnog, ternarnog ili nekog drugog alfabeta.  $M(k)$  ograničena na  $(1, 0, 1)$  je Barkerova jednorodna funkcija, nazvana tako zbog analogije sa acf binarnih Barkerovih sekvenci. Treba istaći da dužina sekvenci koje imaju ovakvu jednorodnu funkciju nije ograničena dok kod Barkerovih binarnih jeste.

Jednorodne sekvene se mogu projektovati tako da budu komplementarne, odnosno da im je združena funkcija predstavljena pikom za  $k=0$  a nulama za  $k$  različito od 0. Na sličan način se formiraju sekvene koje imaju združenu jednorodnu funkciju kao Huffmanove sekvene ili kao Barkerove sekvene.

Na slici 1 je prikazan princip jednorodnog filtriranja u poređenju sa prilagodenim filtriranjem. Za datu dužinu  $N$  sekvene, moguće je postići odnos pik/maksimalni bočni lob veći od  $N$ . Tako za  $N=10$  imamo sekvencu  $(-1 -1 1 -1 -1 -1 1 -1 1)$  koja daje pik jednorodne funkcije (v-oblike) vrijednosti 12 naspram maksimalnih bočnih lobova  $(+1, -1)$ . Na prvi pogled ovo izgleda zapanjujuće jer se dobija bolji odnos nego kod Barkerovih binarnih sekvenci. "Tajna" je međutim u tome što je optimizacija jednorodnih funkcija izvršena samo za opseg  $k=0, 1, \dots, N-1$ , što odgovara polovini acf (1), (3). Dok je acf simetrična, jednorodna funkcija u opštem slučaju to nije. Fizikalno gledano, dobitak u potiskivanju bočnih lobova se "ispucava" do kraja jednorodne funkcije.

$$\min_{\beta} \|y - \delta\|_{2 \times 2} . \quad (8)$$

**MINIMAKSNI (MX) filter :** Namjena minimaksnog filtera je da minimizira nivo maksimalnih b.l. Kao i kod LS filtra problem možemo prikazati na slijedeći način:

$$\min_{\beta} \|y - \delta\|_{2 \times m} \quad (9)$$

gdje su  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $y$ ,  $\delta$  definisane kao kod LS filtra.

*Postavljanje problema u nelinearnoj formi:* Ako sekvence  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$  ima realne komponente  $\alpha_i$ , problem može biti riješen dinamičkim programiranjem sa linearnim ograničenjima [7, 8].

Ako  $\alpha$  ima kompleksne komponente  $\alpha_i$  ( polifazne ili Huffmanove sekvence, na primjer) funkcija cilja i funkcija ograničenja nemaju linearni oblik, nego su (10) i (11), respektivno:

$$\max_{b_1} \left[ \left( \sum_{i=1}^m b_i \times \alpha_{i-\frac{m-n}{2}} \right) \times \left( \sum_{i=1}^m b_i \times \alpha_{i+\frac{m-n}{2}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$(S_k \times S_k^*)^{\frac{1}{2}} \leq 1 ; \quad 1-n \leq k \leq m-1 , \quad k \neq \frac{m-n}{2} \quad (11)$$

*Iterativna težinovana LS procedura.* Da bismo izbjegli nelinearni problem kod projektovanja minimaks filtera, predlažemo *iterativnu LS proceduru* koja se može koristiti kako za realne, tako i za kompleksne kodove. Pomoću ove procedure dobijaju se koeficijent minimaks filtra.

$$\text{inicijalni uslov: } R_1 = I_{(n+m-1) \times (n+m-1)} \quad (12)$$

$$\text{iterativna procedura: } \beta_i = (A^H \times R_i \times A)^{-1} \times A^H \times R_i \times \delta \quad (13)$$

$$C_i = \text{diag}(A \times \beta_i - \delta) ; \quad R_{i+1} = R_i \times (C_i \times C_i^*)^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

Vektor koeficijenata filtera  $\beta_i$  konvergira vektoru  $\beta$ , a matrica težinskih koeficijenata  $R_i$  konvergira matrici  $R$  ako i teži u beskonačnost. Možemo vidjeti da se koeficijenti LS filtra mogu dobiti kao produkt prvog koraka iterativne procedure. *Minimaksni filter* dobijen na ovaj način nazvaćemo *iterativnim RLS filterom (IRLS)*. IRLS ne treba mijesati sa iterativnim LS filterom kod koga je vrijeme predmet iteracije.

#### 4. RAZDEŠENO FILTRIRANJE RODNIH SEKVENCI I BARKEROVIH KULA

Ranije analize [3, 4, 5] su pokazale da su neke Barkerove i kombinovane Barkerove sekvence pogodne za potiskivanje b.l. primjenom minimaksne metode. Ta činjenica je nametnula pitanje kako se prema toj metodi ponašaju rodne sekvence u opštem obliku a kako Barkerove kule.

*Rodne sekvence.* Kada se metoda IRLS filtriranja primjeni na rodne sekvence, izraz (13) poprima oblik

Ako se jednorodna funkcija realizuje preko FIR filtra, kao što je prikazano na slici 1b, tada se cijeli sistem može posmatrati kao specijalni slučaj razdešenog filtra gdje su koeficijenti filtra "rodna" transformacija emitovane sekvene. Osnovni nedostatak ovako realizovane jednorodne funkcije je u tome što se u cjelini ne postižu niski bočni lobovi. S druge strane, diskutabilna je primjena u kojoj bi se iskoristili niski bočni lobovi samo polovine aperiodične rodne sekvene.

*Barkerove kule.* Ovaj termin je takođe uveo Moharir sa saradnicima za sekvene koje su predložili u [2]. Te sekvene su specijalni slučaj rodnih sekveni. Međutim, dok rodne sekvene u prilagodenom filtru daju lošu pa i potpuno nekorelisanu acf, to se Barkerove kule mogu koristiti i u običnim prilagodenim filtrima. Naime, ove sekvene imaju odlična autokorelaciona svojstva pa su upravo zbog toga postale predmet našeg interesovanja. Neobično ime Barkerove kule duguju spratovskoj strukturi, naime, sastavljene su od više kraćih Barkerovih sekveni. Sekvene su postavljene tako da se preklapaju u "smaknutom poretku". Tako i Barkerova sekvena dužine 13 sama po sebi predstavlja Barkerovu kulu zato što u sebi sadrži dvije Barkerove sekvene dužine 4 i pet sekveni dužine 3. Navećemo jedan primjer jedne ternarne Barkerove kule dužine 17:

$$\begin{array}{ccccccccccccc} T: & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ & & T_3 & & & & T_2 & & & & & & & & & & & \end{array}$$

T1

Osim dobrih autokorelacionih svojstava, višeslojna struktura se može iskoristiti za pouzdaniju detekciju kao što je prikazano na slici 2.

### 3. POTISKIVANJE BOČNIH LOBOVA RAZDEŠENIM FILTRIRANJEM

Potiskivanje b.l. razdešenim (mismatch) filtrima zaslužuje posebnu pažnju. Taj problem je prvi analizirao E.L.Key sa saradnicima [6]. Acroyd i Ghany [7] su primijenili inverzni filter sa najmanjim srednjekvadratnim nivoom b.l. (LS - kriterijum) na radarski signal. Isti kriterijum su prije toga primjenili Trietel i Robinson [8] za dekonvoluciju signala koji se javljaju u geofizici. U svim tim radovima LS kriterijum je primjenjen samo na realne kodove. Mi smo uradili generalizaciju tog kriterijuma na kompleksne kodove (polifazni, kompleksni Huffmanovi itd.) [3, 4, 5].

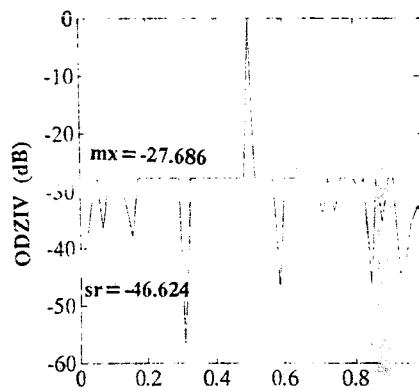
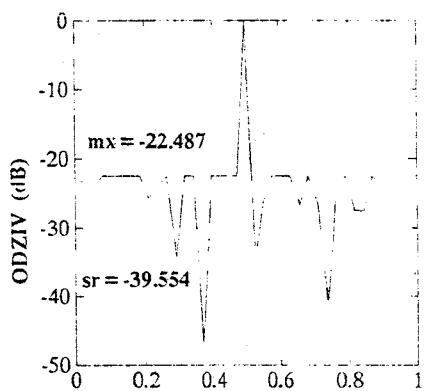
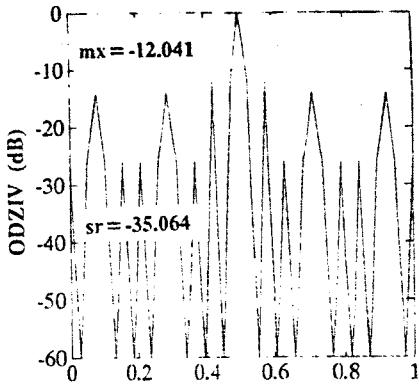
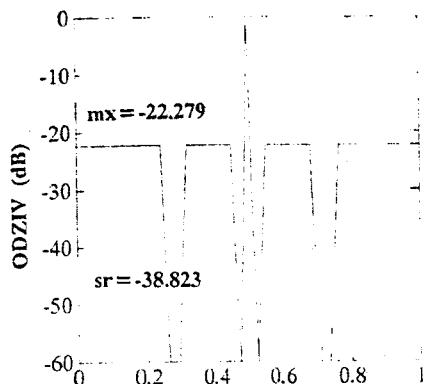
**LS (least square) filter:** Cilj LS filtera je da minimizira odnos izmedju glavnog loba i srednjekvadratnog nivoa b.l. Ako iamo (kompleksnu) sekvenu:  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$ , tražimo sekvenu:  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_m)$  koja minimizira sumu:

$$S = \sum_{i=1}^{n+m-1} r_i (\alpha_i - \beta_i)^2 \quad (6)$$

gdje  $r = (r_1, r_2, \dots, r_{n+m-1})$  predstavlja kroskorelaciju između  $\alpha$  i  $\beta$ . Željeni izlaz je predstavljen sa  $\delta = (\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_{n+m-1})$ , a sekvena težinskih koeficijenata je  $\rho = (r_1, r_2, \dots, r_{n+m-1})$ . Tako postavljeni problem ima jedinstveno rješenje:

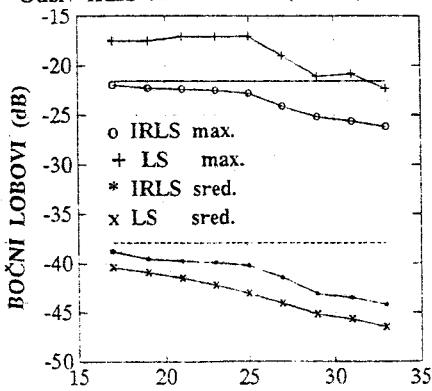
$$\beta = (A^H \times R \times A)^{-1} \times A^H \times R \times \delta \quad (7)$$

gdje je  $A (n+m-1) \times m$  matrica a superskript  $H$  označava konjugovanu i transponovanu matricu. Obično je:  $R = I_{(n+m-1) \times (n+m-1)}$ , gdje je  $I$  jedinična matrica. Problem se matematički može opisati na slijedeći način

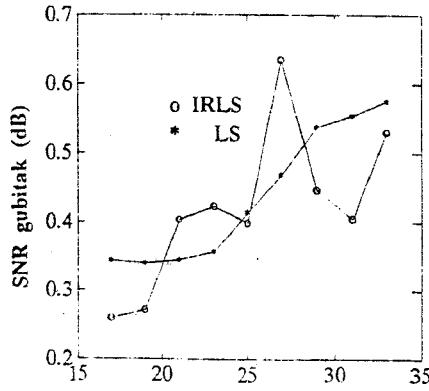


Slika 5a  
Odziv IRLS filtera  $L=20$  (B.kula,  $N=20$ )

Slika 5b  
Odziv IRLS filtera  $L=40$  (B.kula,  $N=20$ )



Slika 6  
Bočni lobovi LS i IRLS filtera ( $B.kula$ ,  $N=20$ )



Slika 7  
Gubitak SNR LS i IRLS filtera