

Predrag Rapajić \*  
Aleksa Zejak \*\*

\* IRI OOUR BETA, Batajnički put 23, Zemun

\*\* Vojnotehnički institut, Katanićeva 15, Beograd

**POTISKIVANJE BOČNIH LOBOVA KOD RADARA SA DIGITALNO FAZNO  
MODULISANIM SIGNALOM, PRIMJENOM INVERZNOG RAZDEŠENOG  
FILTRA SA PROZORIRANIM IMPULSNIM ODZIVOM**

**SIDELOBE SUPPRESSION IN RADARS WITH THE DIGITALY PHASE  
MODULATED SIGNALS, BY THE INVERSE MISMATCH FILTER WITH  
WINDOWED PULSE RESPONSE**

**SAŽETAK :** U radu je opisan postupak za dobijanje koeficijenata inverznog razdešenog filtra (IRF) koji smanjuje bočne lobove u odnosu na prilagodjeni filter (PF) kod fazno kodiranih radarskih signala. Rezultati potiskivanja bočnih lobova IRF-om u odnosu na PF su ispitani na Barkerovim, kombinovanim Barkerovim, Frankovim i M-sekvencama. Takođe je ispitan uticaj "prozoriranja" koeficijenata filtra na poboljšanje njegovih karakteristika (odnos S/N i maksimalni nivo bočnih lobova). Kao osnova za "prozoriranje" korištena su tri tipa prozora: Gaussov, Kaiserov i Hammingov prozor. Ovakvim postupkom se kod nekih Barkerovih i kombinovanih Barkerovih sekvenci ostvaruju dobri rezultati.

**ABSTRACT:** In the paper is described how to obtain coefficients of the inverse mismatched filter which is intended to give lower sidelobe level than matched filter is able to give, for digitaly phase modulated signals. Results of the sidelobe suppression are investigated on: Barker's, combined Barker's, Frank's and M-sequences. The influence of the pulse response windowing to the characteristics improving is investigated (later SNR and lower sidelobe level). As the base for windowing, three types of the windows are used: Gauss', Haming's and Kaiser's windows. Favorable results are obtained for some Barker's and combined Barker's sequences.

## 1. UVOD

Radari sa složenim signalom imaju niz prednosti u odnosu na radare bez unutarimpulsne modulacije. Ipak jedan od nedostataka radara sa složenim signalom je relativno visok nivo bočnih lobova signala na izlazu iz prilagođenog filtra. Nizak nivo bočnih lobova kod radara sa složenim signalom je moguće postići amplitudno - faznom modulacijom predajnog impulsa [1], npr. Huffmanovim kodovima. Problemi oko modulacije amplitude kao i mala energetska efikasnost Huffmanovih kodova, za radar, eliminišu pomenuto rješenje iz praktične upotrebe, mada je moguće dodatnim izborom značajno povećati efikasnost Huffmanovog koda [2].

Drugi mogući put za dobijanje signala sa niskim bočnim lobovima je korišćenje komplementarnih sekvenci [3], međutim, zbog potrebe da bude očuvana koherencija od sekvence do sekvence nastaju dodatni problemi u obradi kako na predaji tako i na prijemu.

Potiskivanje bočnih lobova razdešenim filtrom i dalje ostaje aktuelna tema. Prvi put je taj problem rešavao Key i ostali [4]. Primjenu inverznog filtra ograničenu samo na Barkerove sekvence sa pozitivnim bočnim lobovima dali su Rihaczek i Golden [5]. Metod je specifičan i teško primjenljiv na ostale vrste sekvenci.

Prvi put inverzni filter po kriterijumu najmanjeg srednjekvadratnog nivoa bočnih lobova (LS kriterijum), na radarske signale su primijenili Ackroyd i Ghany [6] koristeći rezultate koje su ranih 60-tih godina dobili geofizičari [7] rješavajući svoje probleme rezolucije odjeka od tla. U istom radu [6] se ukazuje i na alternativni kriterijum tj. kriterijum minimalnog nivoa najvećeg bočnog loba (takozvani *minimax* kriterijum). Za geofizičke signale (Rickerov talas) Cavin [8] je našao koeficijente filtra sa konačnim impulsnim odzivom po LS kriterijumu kao i po *minimax* kriterijumu. Mosca [9] ukazuje teorijski na mogućnost korišćenja oba kriterijuma pri pronalaženju koeficijenata filtra za radarske signale. Konačno poređenje oba kriterijuma je izvršio Zoraster [10] na filtrima za Barkerovu sekvencu dužine 13. Poređenje je izvršeno po tri osnova: maksimalni nivo bočnih lobova, srednjekvadratni nivo bočnih lobova, odnos signal/šum i sve to u zavisnosti od broja koeficijenata, odnosno dužine, filtra. I u radovima [12-16] su takođe razrađivane metode za potiskivanje bočnih lobova.

Realizacije filtra možemo grubo podijeliti na dvije vrste: *kaskadnu* i *direktnu realizaciju*. Kaskadna realizacija podrazumijeva da se filter za potiskivanje bočnih lobova nalazi u kaskadi sa prilagođenim filtrom dok direktna realizacija podrazumijeva umjesto pomenute kaskade samo jedan filter sa koeficijentima odabranim po nekom od gorepomenutih kriterijuma. U našem radu smo razmatrali direktnu realizaciju.

Oba kriterijuma i *LS* i *MINIMAX* podrazumijevaju sintezu filtra u vremenskom domenu. Mi ćemo razmatrati sintezu filtra u frekvencijskom domenu po kriterijumu što uniformnijeg spektra izlaznog signala, dakle, po definiciji inverznog filtra kao idealnog ekvalizatora.

## 2. INVERZNI FILTER

Koeficijenti inverznog filtra zavise od sekvence za koju je filter namijenjen. Idealni cilj je da odziv inverznog filtra na datu sekvencu bude Kronekerova delta, tj. da izlazna sekvenca bude jednaka nuli na svim osim na jednoj poziciji. Pozicija  $L$  nenultog elementa ne utiče na oblik impulsnog odziva inverznog razdešenog filtra (IRF) ali utiče na realizabilnost filtra. Budući da ćemo razmatrati samo aproksimacije IRF-a sa konačnim impulsnim odzivom, realizabilnost i stabilnost filtra su unaprijed ispunjeni.

Ako je :

$$x = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_m\}$$

kodna sekvenca njena,  $z$  - transformacija je data sa:

$$X(z) = x_0 + x_1 z^{-1} + \dots + x_m z^{-m}.$$

Željeni impulsni odziv je:

$$y = \delta(n-L) ; \quad \delta(k) = 1, \quad k=0$$

$$0, \quad k \neq 0$$

a  $z$  - transformacija

$$Y(z) = z^{-L}.$$

Prema tome, željena funkcija prenosa  $H(z)$  je

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{z^{-L}}{x_0 + x_1 z^{-1} + \dots + x_m z^{-m}}$$

Ako je  $H(z)$  promatrano samo na jediničnom krugu i pri tome stavimo  $L=0$  (jer to utiče samo na vremensko pomjeranje koeficijenata filtra ali ne i na vrijednost koeficijenata) imaćemo:

$$H(e^{j\omega}) = 1 / (x_0 + x_1 e^{-j\omega} + \dots + x_m e^{jm\omega})$$

Pošto imamo analitički oblik željene funkcije prijenosa, tehnikom frekvencijskog odmjjeravanja [11] moguće je naći koeficijente IRF. Naime, za  $\omega = (2\pi/N)k : k = (0 \dots N-1)$ , dobijamo odmjerke prenosne funkcije  $H(k)$  koji su povezani sa koeficijentima filtra  $h(n)$  na slijedeći način:

$$H(k) = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) \exp\left(-j\left(\frac{2\pi}{N}\right) \cdot n \cdot k\right) \quad \text{DFT} \quad (1)$$

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) \exp\left(j\left(\frac{2\pi}{N}\right) \cdot n \cdot k\right) \quad \text{IDFT} \quad (2)$$

Sam algoritam za dobijanje koeficijenata filtra  $h(n)$  je u nekoliko drugačiji i više je prilagođen samom računaru. Objašnjenje smo radi jasnoće podijelili u nekoliko manjih koraka:

1. Sekvenci  $x = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n\}$  dodaju se nule do dužine  $N$ . Poželjno je da bude  $N = 2^r$  zbog lakšeg korišćenja FFT-a kao i činjenice da bi se u hardverskoj realizaciji takođe koristili pomjerački registri standardnih dužina  $2^r$ , mada nije obavezno.

Tako dobijamo sekvencu:

$$\tilde{x} = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, 0, 0, \dots, 0\}$$

2. Računa se DFT sekvence  $\tilde{x}$ :

$$A(k) = \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{x}(n) \exp\left(-j\frac{2\pi}{N}nk\right) \quad k=0, \dots, N-1 \quad \text{DFT}$$

3. Računaju se odbirci funkcije prenosa inverznog filtra:

$$H(k) = \frac{1}{A(k)} \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

4. Računa se inverzna DFT  $H(k)$ :

$$h(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H(k) \exp\left(j\frac{2\pi}{N}nk\right) \quad n=0, \dots, N-1 \quad \text{IDFT}$$

Potrebno je naglasiti da  $h(n)$  predstavlja pomjerenu i preklopljenu verziju stvarnog impulsnog odziva što je posledica primjene DFT-a i IDFT-a, što ne predstavlja suštinski problem. Jedan drugi problem je od daleko većeg interesa. Naime, i DFT i IDFT podrazumijevaju rad sa periodičnim odmjercima signalima. Tj. kada tražimo  $h(n)$  podrazumijevamo periodično proširenje  $h(n)$ , tj.  $h(n) = h(n+M)$ . Stoga  $h(n)$  predstavlja koeficijente filtra koji daju idealnu ali periodičnu kroskorelaciju sa ulaznom sekvencom  $x$  gdje se pikovi kroskorelacije nalaze na svakih  $N$  međusobno udaljenih mjesta. Mi smo zainteresovani za idealnu aperiodičnu kroskorelaciju. Trivijalno je rješenje je da se uzme jedna perioda impulsnog odziva  $h(n)$  i proglaši za koeficijente filtra. To bi odgovaralo prozoriranju periodičnog impulsnog odziva - pravougaonim prozorom. Kada broj koeficijenata filtra  $N$  teži beskonačnosti, tada se pikovi periodične kroskorelacije beskonačno razmiču, pravougaoni prozor postaje beskonačan i dovoljna je jedna perioda  $h(n)$ .

Predmet ovog rada je da se ispita: za datu konačnu dužinu jedne periode impulsnog odziva da li je moguće dobiti niži nivo bočnih lobova kada se prozoriranje vrši nekim drugim prozorom osim pravougaonim.

### 3. PROZORSKE FUNKCIJE

Za prozoriranje impulsnog odziva kao osnova su korištena tri tipa prozora: *Hammingov*, *Gaussov* i *Kaiserov*. U svakom od prozora je dopušten jedan stepen slobode za modifikaciju u obliku konstante  $K$ , pri čemu za ekstremne vrijednosti konstante  $K$  svaki od prozora poprima oblik pravougaonog prozora.

*Hammingov* prozor je definisan sa:

$$W(\omega) = 0.54 + 0.46 \cos(\pi\omega), \quad |\omega| \leq 1 \quad (3)$$

Odsječeni Hammingov prozor je definisan sa:

$$W_T(\omega) = K + (1 - K) \cos(\pi\omega), \quad |\omega| \leq 1 \quad (4)$$

Gdje je  $K$  koeficijent odsijecanja  $0.54 \leq K \leq 1$ . Za  $K=0.54$  ćemo imati slučaj Hammingovog prozora prema definiciji (1) a za  $K=1$  se dobija boxcar (pravougaoni) prozor.

Odsječeni Gaussov prozor je definisan sa:

$$W_T(\omega) = \exp(-K(\omega/2)^2), \quad |\omega| \leq 1 \quad (5)$$

Gdje je  $K$  koeficijent odsijecanja  $0 \leq K \leq 1$ . Za  $K=1$  ćemo imati slučaj neodsječenog Gaussovog prozora prema definiciji a za  $K=0$  se dobija boxcar (pravougaoni) prozor.

Kaiserov prozor je definisan sa:

$$W(\omega) = I_0(K\sqrt{1-[2\omega]^2}) I_0(K), \quad |\omega| \leq 1 \quad (6)$$

Gdje je  $I_0(x)$  modifikovana Besselova funkcija nultog reda.  $K$  je koeficijent odsijecanja  $0 \leq K \leq \infty$ . Za  $K=0$  se dobija boxcar (pravougaoni) prozor a sa većim  $K$  nivo platoa odsijecanja se približava nuli.

Optimizacija nivoa bočnih lobova u funkciji od  $K$  vršena je za svaki od prozora i za svaki tip sekvence.

#### 4. ANALIZA POTISKIVANJA BOČNIH LOBOVA INVERZNYM FILTROM I INVERZNYM FILTROM SA PROZORIRANIM KOEFICIJENTIMA

U radu smo izvršili modifikaciju inverznog filtra (IF) u inverzni filter sa prozoriranim koeficijentima (IPF) za Barkerove, kombinovane Barkerove, M-sekvence i polifazne sekvence. U tabeli I su prikazani rezultati potiskivanja bočnih lobova pomoću IF i IPF za predstavnike navedenih sekvenci. Analiza je provedena korišćenjem tri vrste prozora: Hammingov, Gaussov i Kaiserov. Najbolje rezultate pokazuje IPF primijenjen na Barkerove i kombinovane Barkerove sekvence uz primjenu modifikovanog Hammingovog prozora. Kod M-sekvenci inverzni filter pogoršava nivo bočnih lobova. Zanimljivo je da se prozoriranjem njegovih koeficijenata nivo bočnih lobova vraća blizu nivoa prilagođenog filtra. Ipak, možemo zaključiti da predložena metoda kod M-sekvenci ne daje ukupno poboljšanje i stoga u ovom slučaju nije primjenljiva.

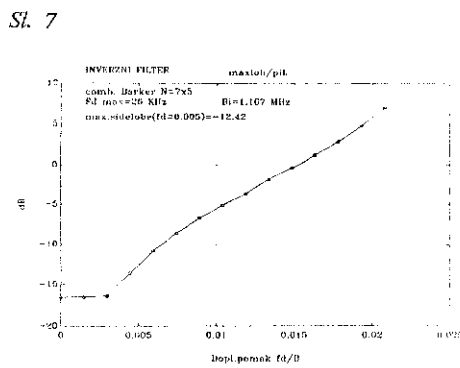
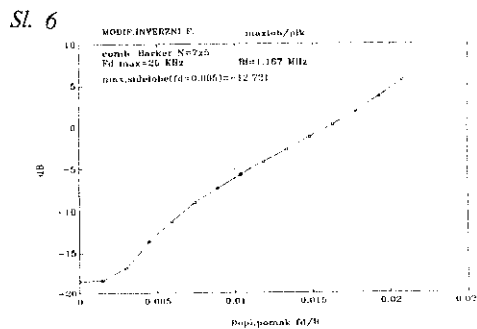
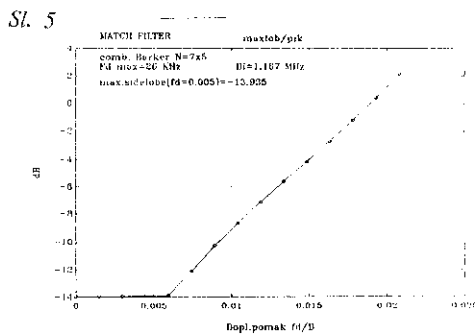
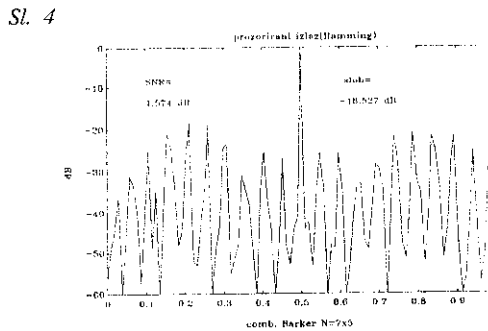
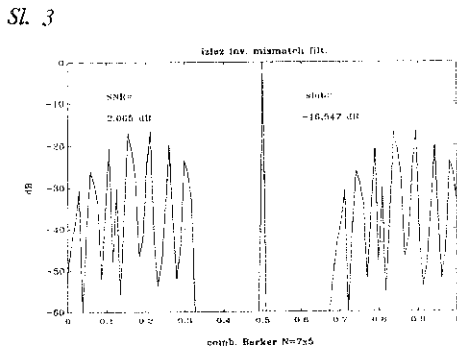
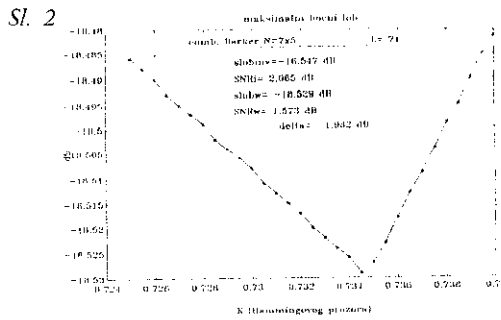
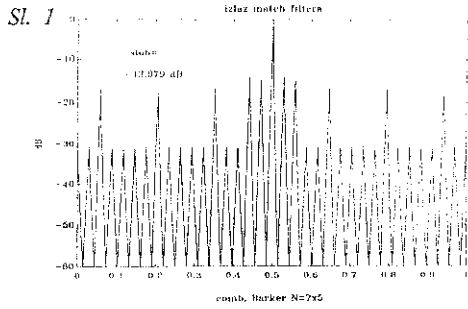
Kod polifaznih sekvenci za ispitivane P sekvence (P1-P4) inverzni filter nije realizabilan (zbog pola na jediničnom krugu) a za Frankove sekvence ne daje zadovoljavajuće rezultate.

Na osnovu ovoga je smisleno detaljnije ispitivati primjenu IPF-a za Barkerove i kombinovane Barkerove sekvence. U tabeli II su prikazani rezultati primjene IF i IPF sa Hammingovim prozorom na takve sekvence. Analiza je pokazala da IF najbolje potiskivanje postiže kod Barkerove sekvence dužine 5 i kombinovanih Barkerovih sekvenci sa spoljnom sekvencom dužine 5. Takođe se vidi da se za sekvence za koje IF ostvaruje najbolje potiskivanje, jednokratno prozoriranje ne daje nikakav efekat u odnosu na maksimalni bočni lob. Od ispitanih sekvenci efekat primjene IPF-a je najbolji kod kombinovane barkerove sekvence 7x5, a najgori kod Barkera dužine 11 gdje je situacija slična kao kod M-sekvenci.

Postignuti rezultati nameću zaključak da primjena IPF-a daje prednost sekvenci Barker 5 i njenim kombinacijama a IPF smanjuje nivo bočnih lobova kod svih ostalih sekvenci u odnosu na IF.

Optimizacija prozora je vršena izborom konstante  $K$  u formulama (4 - 6) kojima su definisani prozori.

Na slikama 1-7 su prikazani rezultati analize za kombinovanu Barkerovu sekvencu 7x5.



*Kombinovana Barkerova sekvenca 7x5*

1. Izlaz prilagodjenog filtra.
2. Minimizacija maksimalnih bočnih lobova izborom optimalnih prozora.
3. Izlaz inverznog razdešenog filtra.
4. Izlaz prozoriranog inverznog razdešenog filtra.
- 5,6,7. Doplerova osjetljivost prilagodjenog (5), inverznog (6) i prozoriranog inverznog filtra.

TABELA II

SEKV-ENCA	PRO ZOR	ODSC. PROZ.		SNR (dB)		NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) match filtra	NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) inverz. filtra	NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) prozor. inverz.f.	DOBITAK prozo- riranja	UKUPNO POTIS- KIVANJE
		K	(dB)	INV.	PROZ. INV.					
BARKER N = 7	H	0.808	-4.2	1.626	1.194	-16.902	-14.801	-17.139	-2.338	-0.237
BARKER N = 11	H	0.628	-11.9	1.696	1.161	-20.828	-16.038	-18.298	-2.26	+ 2.53
BARKER N = 7X5	H	0.735	-6.6	2.065	1.574	-13.978	-16.547	-18.527	-1.98	-4.599
BARKER N = 7X7	H	0.739	-6.4	3.472	2.558	-16.902	-16.056	-18.276	-2.22	-1.374
BARKER N = 5	H	1	0	0.628	0.628	-13.979	-21.911	-21.911	0	-7.932
BARKER N = 5X5, N = 5X7, N = 5X11	H	1	0	1.276 1.994 1.919	1.276 1.994 1.919	-13.979 -13.979 -13.979	-22.915 -23.452 -24.518	-22.915 -23.452 -24.518	0 0 0	-8.936 -9.473 -10.539

H - Hammingov prozor

TABELA I

SEKV. ENCA	PRO ZOR	ODSC. PROZ.		SNR		NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) match filtra	NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) inverz. filtra	NIVO BOČNIH LOBOVA (dB) prozor. inverzf.	DOBITAK prozo- riranja	UKUPNO POTIS- KIVANJE
		K	(db)	INV.	(dB)					
BARKER N = 13	G	4.45	-9.7		0.211			-27.009	-0.583	-4.147
	K	2.55	-10.5	0.214	0.203	-22.279	-26.426	-26.905	-0.479	-4.626
	H	0.734	-6.6		0.229			-27.214	-0.788	-4.935
COMBINED BARKER N = 4x13	G	2.8	-6.0		1.624			-14.872	-2.831	-2.831
	K	1.8	-6.0	1.975	1.628	-12.041	-12.041	-14.866	-2.819	-2.819
	H	0.786	-4.8		1.613			-15.088	-3.047	-3.041
M-SEKV. N = 63	G	8.75	-19		3.337			-17.391	-3.597	+0.534
	K	4.5	-25	5.03	3.305	-17.925	-13.794	-17.083	-3.296	+0.842
	H	0.588	-15		3.352			-17.583	-3.789	+0.342
FRANK N = 64	G	4.55	-9.8		1.272			-24.88	+0.777	+2.9
	K	2.75	-12	1.73	1.247	-27.78	-24.103	-24.85	+0.747	+2.92
	H	0.754	-5.9		1.331			-24.768	+0.665	+3.012

G - Gaussov, H - Hammingov, K - Kaiserov prozor

## 5. ZAKLJUČAK

U radu je dat algoritam za dobijanje inverznog razdešenog filtra. Takođe je vršen izbor, između tri najčešće korištena, prozora za prozoriranje impulsnog odziva razmatranog filtra. Vršena je optimizacija prozora na osnovu jednog stepena slobode - konstante  $K$  u svakom od prozora. Pokazano je da za neke Barkerove sekvence inverzni filter daje značajno poboljšanje u smanjenju nivoa bočnih lobova a kod nekih prozorirani filter daje još značajnije poboljšanje. Značajno je takođe pomenuti da za  $M$ -sekvence kao i Frankove polifazne sekvence nisu dobijeni povoljni rezultati.

Preliminarna ispitivanja osjetljivosti na Dopplerov pomjeraj, inverzni filter ne pokazuje bitno lošija svojstva nego prilagođeni filter za te sekvence.

## LITERATURA:

- [1] D. A. Huffman: "The generation of impulse-equivalent pulse trains", IRE Trans. Information Theory, Vol. IT8, pp. s10-s16, Sept. 1962.
- [2] M. H. Ackroyd: "Synthesis of efficient Huffman sequences", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-8, No. 1, pp. 2-8, January 1972.
- [3] M. J. E. Golay: "Complementary series", IRE Transaction on Inform. Theory, pp. 82-87, April 1961.
- [4] E. L. Key, E. N. Flowle and R. D. Haggarty: "A method of sidelobe suppression in phase-coded pulse compression systems", M. I. T. Tech. Rep. 209, 1959.
- [5] A. W. Rihaczek and R. M. Golden: "Range sidelobe suppression for Barker codes", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-7, No. 6, pp. 1087-1092, Nov. 1971.
- [6] M. H. Ackroyd and F. Ghani: "Optimum mismatched filter for sidelobe suppression", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-9, No. 2, pp. 214-218, Mar. 1973.
- [7] S. Trietel and E. A. Robinson: "The design of high-resolution digital filters", IEEE Trans. Geosc. Electron., Vol. GE-7, pp. 142-145, July 1966.
- [8] R. K. Cavin, C. H. Ray and V. T. Rhyne: "The design of optimal convolution filters via linear programming", IEEE Trans. Geosc. Electron., Vol. GE-4, pp. 25-38, June 1969.
- [9] E. Mosca: "Sidelobe reduction in phase-coded pulse compression radars", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-13, pp. 131-134, Jan. 1967.
- [10] S. Zoraster: "Minimum peak range sidelobe filters for binary phase-coded waveforms", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-16, No. 1, pp. 112-115, Jan. 1980.
- [11] Rabiner L. R. and B. Gold: "Theory and Application of Digital signal processing", Prentice-Hall, N. J., 1975.
- [12] S. Wright and D. E. Hammers: "SAW sidelobe reduction filter for Barker codes", RADAR 77, IEEE Conf. Publ. 155, pp. 493-497,
- [13] E. D. Mese, D. Guili: "Optimum recursive processing in phase-coded waveform radars", IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst., vol AES-13, No. 2, pp. 163-171, mar. 1977.
- [14] E. D. Mese, D. Guili: "Echo discrimination in a dense target environment", RADAR 77, IEEE Conf. Publ. 155, pp. 498-502, 1977.
- [15] R. J. Evans: "Design of robust sidelobe suppression filters", RADAR 77, IEEE Conf. Publ. 155, pp. 503-507, 1977.
- [16] E. D. Mese, D. Guili: "Range sidelobe elimination in phase-coded pulse radars", IEE Proc., Vol. 129, Pt. F, No. 4, pp. 289-296, Aug. 1982.