XXXII JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA ETAN-a, S A R A J E V O, 6—10. JUNA 1988.

Nela Zavaljevski
Institut "Boris Kidrič" Vinča
OOUR Institut za nuklearnu energetiku
i tehnicku fiziku

JEDAN MODEL ZA ODREDJIVANJE OPTIMALNOG RASPOREDA GORIVA I SAGORIVIH APSORBERA U JEZGRU PWR SA SMANJENIM UMICANJEM NEUTRONA

A MODEL FOR FUEL SHUFLING AND BURNABLE ABSORBER OPTIMIZATION IN LOW LEAKAGE PWR'S

SADRZAJ *U radu je koriscenjem varijacionog oblika nestacionarne generalisane teorije perturbacije formulisan kvadratni mesovito-celobrojni model za odredjivanje optimalnog rasporeda goriva i sagorivih apsorbera u jezgru PWR sa smanjenim umicanjem neutrona.*

ABSTRACT *Using variational formulation of depletion generalized perturbation theory, a quadratic mixed-integer model is developed for fuel loading and burnable absorber optimization in low leakage PWR's.*

1. UVOD

Mada postoji veliki broj metoda matematičke teorije optimizacije koje se mogu primeniti za odredjivanje optimalnih konfiguracija jezgra PWR sa smanjenim umicanjem neutrona , za praktičnu realizaciju se još uvek najviše koriste iskustvena pravila za izmeštanje goriva [1]-[4]. Linearno programiranje se takodje često primenjuje [5]-[7],ali uz dosta grube aproksimacije.Glavnu teškoću u primeni linearnog programiranja i njegovih celobrojnih varijanti pretstavlja postupak linearizacije složenih funkcionala koji se pojavljuju u optimizacionim modelima.Razvoj nestacionarne generalisane teorije perturbacije[8] omogućio je odredjivanje uticaja perturbacija u parametrima reaktora na početku ciklusa na linearne i bilinearne funkcionale neutronskog i adjungovanog fluksa u bilo kom trenutku rada reaktora[8],[9]. Prva iskustva u primeni ove metode na optimizaciju konfiguracija reaktora [10],[11] pokazala su da postoje teškoće u modeliranju perturbacija sagorivim apsorberima. Direktna primena teorije perturbacije prvog reda vodi do velikih grešaka[10], a za sada ne postoje efikasni algoritmi za izračunavanje popravki višeg reda[13],[14].

Kao kompromisno rešenje u ovom radu je predloženo ograničavanje maksimalne dozvoljene promene koncentracije sagorivih apsorbera u okviru važenja teorije perturbacije prvog reda. Optimalnom rešenju se prilazi "korak po korak ", korišćenjem linearizovanih relacija dobijenih teorijom perturbacije prvog reda. Upravljanja su definisana pomoću dve vrste promenljivih: logičkih (0,1) promenljivih za opisivanje položaja gorivnih elemenata u jezgru i kontinualnih promenljivih za odredjivanje koncentracija sagorivih apsorbera.

2. DEFINICIJA PROBLEMA

Maksimizacija reaktivnosti na kraju ciklusa se pokazala [2],[3],[10],[11] kao pogodan neutronsko-fizički kriterijum za postizanje minimalne cene goriva, pošto se na taj način maksimizira ili dužina ciklusa ili izgaranje. Pošto maksimizacija reaktivnosti povećava lokalna opterećenja goriva, maksimalno dozvoljeno opterećenje goriva se mora eksplicitno uneti kao ograničenje u optimizacioni model.

U predloženom modelu se razmatra razmeštanje I vrsta gorivnih elemenata u J pozicija u reaktoru opisano matricom X_{ij}. Svaki gorivni element je opisan vektorom upravljanja $\bar{N}$ sa dve komponente: izgaranjem goriva i koncentracijom sagorivog apsorbera.

Izgaranje goriva u elementu j u toku koraka izgaranja k opisano je jednačinom:

$$\frac{\partial}{\partial t} BU_j = \bar{\Sigma}_{jk} \bar{\phi}_{jk} \qquad t \in (t_k, t_{k+1}) \qquad \begin{array}{l} j = 1, 2, \ldots J \\ k = 1, 2, \ldots K \end{array} \tag{2.1}$$

gde je $\bar{\phi}_{jk}$ vektor srednjeg fluksa u gorivnom elementu j , a fluks se računa na početku svakog koraka izgaranja, ali i na kraju ciklusa, pomoću difuzione jednačine:

$$L_k(\bar{r}) \bar{\phi}_k(\bar{r}) - \frac{1}{k_{eff}} F_k(\bar{r}) \bar{\phi}_k(\bar{r}) \equiv B_k(\bar{r}) \bar{\phi}_k(\bar{r}) = 0 \qquad k = 1, 2, \ldots K+1 \tag{2.2}$$

Izgaranje se vrši u uslovima konstantne snage:

$$P_k = \int_{V_0} \bar{\Sigma}_{fk} \bar{\phi}_k \, d\bar{r} = \sum_{j=1}^{J} \bar{\Sigma}_{fjk} \bar{\phi}_{jk} \qquad k = 1, 2, \ldots K+1 \tag{2.3}$$

Promena koncentracije sagorivih apsorbera se takodje eksplicitno uzima u obzir:

$$\frac{\partial}{\partial t} C_i = \overline{\sigma}^{ba}_{jk} \overline{\phi}_{jk} C_j \qquad t\in(t_k, t_{k+1}) \quad j=1,2,\ldots J \quad k=1,2,\ldots K \tag{2.4}$$

Upravljanje gorivom se vrši na početku izgaranja. Pored odredjivanja rasporeda gorivnih elemenata ,odredjuje se i optimalna koncentracija sagorivog apsorbera u gorivnom elementu. To znači da na mestu j , na kome se nalazi gorivni element opisan vektorom upravljanja $\overline{N_o}$ dolazi do perturbacije

$$\delta\overline{N}_j = \sum_{\substack{i=1\\ i=j}}^{I} (\overline{N}^o_i - \overline{N}^o_j) X_{ij} + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{I} \Delta\overline{N}_i X_{ij} + \Delta\overline{N}_j X_{jj} \qquad j=1,2,\ldots J \tag{2.5}$$

Pretpostavlja se da su svi efikasni preseci koji figurišu u modelu prikazani eksplicitno u funkciji izgaranja i koncentracije sagorivih apsorbera.

Tako se dobija sledeća matematička formulacija:

Naći takav početni raspored goriva X_{ij} i promenu u početnim karakteristikama goriva $\overline{\Delta N}_i$ da se dobije maksimalna reaktivnost na kraju ciklusa

$$\max_{(X_{ij}, \Delta\overline{N}_i)} k^{EOC}_{eff} \equiv \max_{(X_{ij}, \Delta\overline{N}_i)} \lambda^{-1}_{EOC} \tag{2.6}$$

gde je $\lambda_{EOC} = 1/k_{eff}$ poznati varijacioni izraz [15]

$$\lambda_{EOC} = \frac{\int_{V_o} \overline{\phi}^*_{EOC}(\overline{r},t)\, L_{EOC}(\overline{r},t)\, \overline{\phi}_{EOC}(\overline{r},t)\, d\overline{r}}{\int_{V_o} \overline{\phi}^*_{EOC}(\overline{r},t) \overline{\chi}\nu\overline{\Sigma}_{fEOC}(\overline{r},t)\, \overline{\phi}_{EOC}(\overline{r},t) d\overline{r}} \tag{2.7}$$

Pri tom važi ograničenje form-faktora snage u obliku

$$pp_j(t_m) = \frac{\int_{V_j} \overline{\Sigma}_f(\overline{r},t_m)\, \overline{\phi}(\overline{r},t_m)\, d\overline{r}}{\int_{V_o} \overline{\Sigma}_f(\overline{r},t_m)\, \overline{\phi}(\overline{r},t_m)\, d\overline{r}} \le pp_{max} \qquad j=1,2,\ldots J \quad m=1,2,\ldots M \tag{2.8}$$

3. LINEARIZACIJA KORIŠĆENJEM NESTACIONARNE GENERALISANE TEORIJE PERTURBACIJE

Kriterijum (2.6) i ograničenja (2.8) uz jednačine stanja (2.1)-(2.4) definišu nelinearan optimizacioni problem. Primenom nestacionarne generalisane teorije perturbacije [8] na izračunavanje promena u funkcionalima (2.7) i (2.8) u funkciji promene upravljanja (2.5) može se linearizovati problem.

Svi funkcionali od interesa definisani su u diskretnim tačkama t_k.Uticaj perturbacija na definisane funkcionale je bitan samo pre tog vremena, koje u stvari odredjuje finalni uslov za proračun generalisanih adjungovanih funkcija.

Prošireni varijacioni funkcional se dobija kada se osnovnom funkcionalu $\mathcal{R}_o$ dodaju jednačine stanja pomnožene odgovarajućim Lagranževim multiplikatorima:

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_o + \sum_{k=1}^{K} \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} \sum_{j=1}^{J} BU_j^* \left[\frac{\partial}{\partial t} BU_j - \bar{\Sigma}_{fjk} \bar{\phi}_{jk} \right] dt$$
$$+ \sum_{k=1}^{K} \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} \sum_{j=1}^{J} C_j^* \left[\frac{\partial}{\partial t} C_j - \bar{\sigma}_{jk}^{ba} \bar{\phi}_{jk} C_j \right] dt + \sum_{k=1}^{K+1} \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_k^* B_k \bar{\phi}_k \, dV$$
$$+ \sum_{k=1}^{K+1} \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_k B_k^* \bar{\phi}_k^* \, dV + \sum_{k=1}^{K+1} P_k^* \left[P_k - \int_{V_o} \bar{\Sigma}_{fk} \bar{\phi}_k \, dV \right] \tag{3.1}$$

Iz uslova stacionarnosti ovog funkcionala u odnosu na varijacije δBU_j , δC_j, $\bar{\delta\phi}_k$ i $\bar{\delta\phi}_k^*$ izvode se [17] Ojlerove jednačine

$$-\frac{\partial BU_j^*}{\partial t} - BU_j^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fjk}}{\partial BU_{jk}} \bar{\phi}_{jk} - C_j^* \frac{\partial \bar{\sigma}_{jk}^{ba}}{\partial BU_{jk}} \bar{\phi}_{jk} C_j = 0 \tag{3.2}$$

$$-\frac{\partial C_j^*}{\partial t} - BU_j^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fjk}}{\partial C_{jk}} \bar{\phi}_{jk} - C_j^* \frac{\partial \bar{\sigma}_{jk}^{ba}}{\partial C_{jk}} \bar{\phi}_{jk} C_j - C_j^* \bar{\sigma}_{jk}^{ba} \bar{\phi}_{jk} = 0 \tag{3.3}$$

$t \in (t_k^+, t_{k+1}^-)$ $\quad j=1,2,\ldots J \quad k=1,2,\ldots K$

Pokazuje se [17] da su funkcije BU_j^* i C_j^* prekidne u vremenu sa uslovima "skoka" na granicama vremenskih intervala t_k

$$BU_j^*(t_k^-) - BU_j^*(t_k^+) + \int_{V_j} \bar{\Gamma}_k^* \frac{\partial B_k}{\partial BU_{jk}} \bar{\phi}_k \, dV \qquad j=1,2,\ldots J \quad k=2,3,\ldots K$$
$$+ \int_{V_j} \bar{\Gamma}_k \frac{\partial B_k^*}{\partial BU_{jk}} \bar{\phi}_k^* \, dV - P_k^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fjk}}{\partial BU_{jk}} \bar{\phi}_{jk} = 0 \tag{3.4}$$

$$C_j^*(t_k^-) - C_j^*(t_k^+) - \int_{V_j} \vec{\Gamma}_k^* \frac{\partial B_k}{\partial C_{jk}} \bar{\phi}_k \, dV \qquad \begin{matrix} j=1,2,\ldots J \\ k=2,3,\ldots K \end{matrix}$$

$$+ \int_{V_j} \bar{\Gamma}_k \frac{\partial B_k^*}{\partial C_{jk}} \vec{\phi}_k^* \, dV - P_k^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fjk}}{\partial C_{jk}} \bar{\phi}_{jk} = 0 \tag{3.5}$$

Diferencijalne jednačine za $\vec{\Gamma}_k^*$ koje važe u oblasti zona V_j su oblika

$$B_k^* \vec{\Gamma}_k^* - \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} BU_j^* \, \bar{\Sigma}_{fjk} dt - \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} C_j^* \, \bar{\sigma}_{jk}^{ba} \, C_j dt - P_k^* \, \bar{\Sigma}_{fjk} = 0 \tag{3.6}$$

$$j=1,2,\ldots J \quad k=1,2,\ldots K$$

$$B_k \bar{\Gamma}_k = 0 \tag{3.7}$$

Za generalisane adjungovane funkcije važi uslov kontinuiteta na granicama zona, kao i uslov kontinuiteta odgovarajućih struja.

Finalni uslovi su

$$BU_j^*(t_{K+1}) + \int_{V_j} \frac{\partial \mathcal{R}_o}{\partial BU_{j,K+1}} dV + \int_{V_j} \vec{\Gamma}_{K+1}^* \frac{\partial B_{K+1}}{\partial BU_{j,K+1}} \bar{\phi}_{K+1} dV$$

$$+ \int_{V_j} \bar{\Gamma}_{K+1} \frac{\partial B_{K+1}^*}{\partial BU_{j,K+1}} \vec{\phi}_{K+1}^* \, dV - P_{K+1}^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fj,K+1}}{\partial BU_{j,K+1}} \bar{\phi}_{j,K+1} = 0 \tag{3.8}$$

$$j=1,2,\ldots J$$

$$C_j^*(t_{K+1}) + \int_{V_j} \frac{\partial \mathcal{R}_o}{\partial C_{j,K+1}} dV + \int_{V_j} \vec{\Gamma}_{K+1}^* \frac{\partial B_{K+1}}{\partial C_{j,K+1}} \bar{\phi}_{K+1} dV$$

$$+ \int_{V_j} \bar{\Gamma}_{K+1} \frac{\partial B_{K+1}^*}{\partial C_{j,K+1}} \vec{\phi}_{K+1}^* \, dV - P_{K+1}^* \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fj,K+1}}{\partial C_{j,K+1}} \bar{\phi}_{j,K+1} = 0 \tag{3.9}$$

$$j=1,2,\ldots J$$

$$B_{K+1}^* \vec{\Gamma}_{K+1}^* + \frac{\partial \mathcal{R}_o}{\partial \bar{\phi}_{K+1}} - P_{K+1}^* \bar{\Sigma}_{f,K+1,j} = 0 \tag{3.10}$$

$$j=1,2,\ldots J$$

$$B_{K+1} \bar{\Gamma}_{K+1} + \frac{\partial \mathcal{R}_o}{\partial \vec{\phi}_{K+1}^*} = 0 \tag{3.11}$$

Lagranževi multiplikatori P_k^* jednačine za normiranje snage su

$$P_k = - \frac{\sum_{j=1}^{J} \left\{ \int_{V_j} \bar{\phi}_k \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} BU_j^* \, \bar{\Sigma}_{fjk} \, dt \, dV + \int_{V_j} \bar{\phi}_k \int_{t_k^+}^{t_{k+1}^-} C_j^* \, \bar{\sigma}_{jk}^{ba} \, C_j \, dt \, dV \right\}}{\sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\phi}_k \, \bar{\Sigma}_{fjk} \, dV} \qquad k=1,2,\ldots,K \tag{3.12}$$

$$P_{K+1}^* = \frac{\sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\phi}_{K+1} \frac{\partial \mathcal{R}_o}{\partial \bar{\phi}_{K+1}} dV}{\sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\phi}_{K+1} \, \bar{\Sigma}_{fj,K+1} dV} \tag{3.13}$$

Ovi rezultati se slažu sa jednačinama izvedenim u [9], ako se izostavi jednačina za izgaranje sagorivih apsorbera. Kako je pristup usvojen u ovom radu opštiji, očekuje se da će numerička realizacija pokazati poboljšanje u modeliranju sagorivih apsorbera u odnosu na parametarsku analizu osetljivosti primenjenu u dosadašnjim radovima.

Kada su Ojlerove jednačine zadovoljene, članovi uz sve varijacije, izuzev varijacija početnih uslova, su jednake nuli, tako da je sada varijacija funkcionala $\mathcal{R}$ oblika:

$$\begin{aligned}
\delta \mathcal{R} = & - \sum_{j=1}^{J} BU_{j1}^* \delta BU_{j1} - \sum_{j=1}^{J} C_{j1}^* \delta C_{j1} + \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_1^* \frac{\partial B_1}{\partial BU_{j1}} \bar{\phi}_1 dV \, \delta BU_{j1} \\
& + \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_1 \frac{\partial B_1^*}{\partial BU_{j1}} \bar{\phi}_1^* dV \, \delta BU_{j1} + \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_1^* \frac{\partial B_1}{\partial C_{j1}} \bar{\phi}_1 dV \, \delta C_{j1} \\
& + \sum_{j=1}^{J} \int_{V_j} \bar{\Gamma}_1 \frac{\partial B_1}{\partial C_{j1}} \bar{\phi}_1^* dV \, \delta C_{j1} - \sum_{j=1}^{J} P_1^* \int_{V_j} \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fj1}}{\partial BU_{j1}} \bar{\phi}_1 \, dV \, \delta BU_{j1} \\
& - \sum_{j=1}^{J} P_1^* \int_{V_j} \frac{\partial \bar{\Sigma}_{fj1}}{\partial C_{j1}} \bar{\phi}_1 \, dV \, \delta C_{j1}
\end{aligned} \tag{3.14}$$

Kako je $\delta BU_{j1} = \delta N_{1j}$ i $\delta C_{j1} = \delta N_{2j}$, gde su δN_{1j} i δN_{2j} definisani pomoću (2.5) , zamenom ove relacije u (3.14) dobija se linearizovana promena svakog definisanog funkcionala $\mathcal{R}_o$ u zavisnosti od upravljanja X_{ij} i $\Delta \bar{N}_j$.

Postupak rešavanja generalisanih adjungovanih jednačina za definisane funkcionale (2.7) i (2.8), kao i eksplicitan oblik finalnih uslova i nehomogenih članova, detaljno je prikazan u [17].

4 ANALIZA SA ASPEKTA MATEMATIČKOG PROGRAMIRANJA

Definisani problem matematičkog programiranja ima oblik:

Odrediti

$$\max_{\langle X_{ij},\, \Delta N_j \rangle} \left[\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} c_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} d_{ij} X_{ij}\, \Delta N_j \right] \qquad (4.1)$$

pod uslovima

$$\sum_{i=1}^{I} X_{ij} = 1 \qquad j=1,2,\ldots J \qquad (4.2)$$

$$\sum_{j=1}^{J} X_{ij} = 1 \qquad i=1,2,\ldots I \qquad (4.3)$$

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} a^m_{ij} X_{ij} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} b^m_{ij} X_{ij}\, \Delta N_j \le r^m \qquad m=1,2,\ldots M \qquad (4.4)$$

$$\Delta N_{j\,min} \le \Delta N_j \le \Delta N_{j\,max} \qquad (4.5)$$

$$X_{ij} \in \langle 0,1 \rangle \qquad (4.6)$$

Ovo je jedan specijalan oblik kvadratnog problema mešovito- celobrojnog programiranja. Direktan pristup rešavanju je primena metode "grananja i ogradjivanja " (branch & bound) [16]. Metode zasnovane na specijalnoj strukturi definisanog problema analizirane su u [17].

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu razvijen je jedan model za simultano odredjivanje optimalnog upravljanja gorivom i sagorivim apsorberima u jezgru nuklearnog reaktora. Model je zasnovan na varijacionoj formulaciji nestacionarne generalisane teorije perturbacije prvog reda, uz uračunavanje uticaja sagorivih apsorbera pomoću odgovarajuće jednačine stanja. Na taj način je problem spregnutog upravljanja gorivom i apsorberima definisan opštije nego u dosadašnjoj literaturi dostupnoj autoru. Pogodnim izborom upravljanja dobijen je jedan specijalan oblik kvadratnog problema mešovito-celobrojnog programiranja, gde se pojavljuje interakcija upravljanja gorivom i sagorivim apsorberima, koja se inače zanemaruje.

REFERENCE

[1] R.B.Stout,A.H.Robinson:"Determination of Optimum Fuel Loadings in PWR's Using Dynamic Programming" ,Nucl.Technol., 20,86,1973

[2] H.Y.Huang, S.H.Levine: " A New Method for Optimizing Core Reloads", Trans.Am.Nucl.Soc,30,339 ,1978

[3] Y.Ch.Chang,A.Sesonske: "Optimization and Analysis of Low-Leakage Core Management for Pressurized Water Reactors",Nucl.Technol.,65,292,1984

[4] B.Petrović,D.Pevec,N.Urli: "Odredjivanje razmještaja goriva u jezgri PWR minimizacijom vršne snage ",Zbornik radova 29.konf.ETAN-a,Niš,1985

[5] J.O.Mingle: " In-core Fuel Management via Preturbation Theory",Nucl.Technol., 27,248,1975

[6] A.Suzuki,R.Kiyose: "Application of Linear Programming to Refueling Optimization for Light Water Moderated Power Reactors",Nucl.Sci.Engng.,46,112,1971

[7] N.Zavaljevski: "Primena linearnog programiranja i teorije perturbacije na optimizaciju iskorišćenja goriva u nuklearnom reaktoru", Magistarski rad, Elektrotehnički fakultet , Beograd,1985

[8] M.L.Williams: " Developement of Depletion Perturbation Theory for Coupled Neutron/Nuclide Fields",Nucl.Sci.Engng.,70,20,1979

[9] T.Takeda.T.Umano: "Burnup Sensitivity Analysis in a Fast Breeder Reactor-PartI: Sensitivity Calculation Method with Generalized Perturbation Theory",Nucl.Sci.Engng.,91,1, 1985

[10] J.R.White,D.M.Chapman,D.Biswas: "Developement of a GPT-Based Optimization Algorithm",Trans.Am.Nucl.Soc.,50,83, 1985

[11] M.Hamasaki,T.Takeda: "Application of Depletion Perturbation Theory to Fuel Loading Optimization", Jour.of Nucl. Sci.Technol.,23,1, 1986

[12] C.R.Drumm,J.C.Lee: "Gadolinium Burnable Absorber Optimization by the Method of Conjugate Gradients",Nucl.Sci.Engng.,96,17,1987

[13] E.Greenspan,D.Gilai: "Second-Order Generalized Perturbation Theory for Source Driven Systems",Nucl.Sci.Engng.,68,1, 1978

[14] A.Gandini: "Explicite and Implicite Higher Order Perturbation Methods for Nuclear Reactor Analysis",Nucl.Sci.Engng.,67,3,1978

[15] V.V.Hromov,A.M.Kuzmin,B.B.Orlov: "Metod posledovateljnoj linearizaciji v zadachah optimizaciji reaktorov na bistrih neitronah",Moskva,Atomizdat,1978

[16] E.M.L.Beale : "Branch and Bound Methods for Mathematical Programming Systems",Annals of Discrete Mathematics,5,201, 1979

[17] N.Zavaljevski : "Optimizacija rasporeda goriva i sagorivih apsorbera u jezgru nuklearnog reaktora, zasnovana na nestacionarnoj teoriji perturbacije i mesovoto-celobrojnom programiranju", Interni izveštaj IBK-NET