

ALEKSA ZEJAK

Vojnotehnicki institut

Beograd

JEDAN PRISTUP PROJEKTOVANJU I ANALIZI OSOBINA  
GRUPNIH KOMPLEMENTARNIH SEKVENCI

ONE APPROACH TO GROUP COMPLEMENTARY CODES DESIGN  
AND ANALYSIS OF THEIR CHARACTERISTICS

SADRZAJ - Grupne komplementarne sekvence su proširenje komplementarnih sekvenci koje je uveo Golay. Sekvence koje se ovde razmatraju imaju dobra korelacina i kroskorelaciona svojstva. U članku je prikazana fleksibilna podrška za projektovanje i analizu ovih sekvenci.

ABSTRACT - Group complementary codes are an extension of the complementary codes introduced by Golay. Considered codes have good correlation and crosscorrelation characteristics. In this paper, an flexible supporting program for design and analysis of these sequences is presented.

## UVOD

Od kada je Golay [1] uveo u primenu komplementarne sekvence u mnogim radovima [2-9] su analizirane i razradjivane. Komplementarne sekvence nalaze svoju primenu kod radara, sonara i komunikacija. U prvom odeljku ovog rada ćemo dati kratak pregled razmatranja u ranijim radovima. U drugom odeljku ćemo prezentirati jedno proširenje ovih sekvenci koje se nazivaju grupnim komplementarnim sekvencama [11].

Zbog značaja ovih sekvenci i savremenih tehnoloskih mogućnosti nameće se potreba da se automatizuje generisanje i analiza sekvenci za brojne primene [10]. U odeljku 3 ćemo prikazati rezultate nastojanja da se kompletira set instrukcija koje će činiti specifičan meta - jezik za rad sa grupnim komplementarnim sekvencama.

## 1. KOMPLEMENTARNE SEKVENCE

Par konačnih biarnih sekvenci jednake dužine se nazivaju komplementarnim ako je suma njihovih autokorelacionih funkcija jednaka nuli [2, 5].

Sekvence  $\{ a_n \}$  i  $\{ b_n \}$  su komplementarne ako njihove autokorelacione funkcije imaju sledeca svojstva:

$$R_a + R_b = \begin{cases} 2N & \text{za } k=0 \\ 0 & \text{za } k = +1, \dots, +(N-1) \end{cases} \quad (1.1)$$

gde je  $n = 0, \dots, N$ ;  $k$  - relativni pomak

$$R_a = \sum_{n=k+1}^N a(n) * a(n-k) \quad (1.2)$$

$$R_b = \sum_{n=k+1}^N b(n)b(n-k)$$

Za zadato  $N$  moze se sastaviti nekoliko razlicitih parova komplementarnih sekvenci kombinujuci polozej elemenata. Broj elemenata u sekvencama mora biti istovetan a jednak  $N$ . Pored toga  $N$  je paran broj i jednak je sumi kvadrata celih brojeva:

$$N = (N - p - q)^2 + (p-q)^2 \quad (1.3)$$

gde su  $p$  i  $q$  broj elemenata "-1" u sekvencama  $\{ a_n \}$  i  $\{ b_n \}$ , respektivno. Iz formule (1.3) sledi da broj elemenata  $N$  moze biti samo suma kvadrata celih brojeva ukljucujuci i nulu.

Treba naglasiti da je ovaj uslov neophodan ali ne i dovoljan. Na primer, dokazano je da ne postoje komplementarne sekvence duzine  $N = 18$ .

Ako imamo par komplementarnih sekvenci  $\{ a_n \}$  i  $\{ b_n \}$  duzine  $N$  njihovom kompozicijom cemo nazvati komplementarne sekvence duzine  $2N$  koje su formirane iz pocetnih sekvenci po odredjenim pravilima. Poznata su dva pravila formiranja kompozicija: pravilo naizmenicnosti ("ucesljanja") i pravilo dodavanja. Koristeci jedno ili drugo pravilo 1 -puta mozemo dobiti par komplementarnih sekvenci duzine

$$N_1 = 2^l * N \quad (1.4)$$

## 2. STRUKTURA I SVOJSTVA GRUPNIH KOMPLEMENTARNIH SEKVENCI

Grupne komplementarne sekvence predstavljaju proširenje komplementarnih sekvenci koje je uveo Golay [1]. Ove sekvence se prikazuju u obliku matrica koje cemo uslovno zvati grupnim komplementarnim matricama. Matrica je sastavljena od  $m$  redova i  $n$  kolona čiji je svaki element  $+1$  ili  $-1$ . Svaki red predstavlja kodnu reč koja ce se koristiti za kodiranje svakog od  $m$  impulsa korišćenjem bifazne modulacije.

Jezgro za konstruisanje grupne komplementarne matrice cini  $m$ -sekvenca (pseudoslučajna šift sekvenca maksimalne dužine). Struktura matrice je prikazana na slici 1. Prvih  $m-1$  redova su pomaknute verzije odabrane

m-sekvence ali sa jednim dodatnim bitom vrednosti "1" koji se dodaje na kraju. Poslednji red matrice sastavljen je samo od jedinica.

Iz ovakve konfiguracije se može generisati veoma veliki skup grupnih komplementarnih sekvenci. Sa inicijalnom matricom može se postupati na sledeće načine radi dobijanja novih matrica uz očuvanje povoljnih svojstava:

1. Uklanjanje jednog ili više stubaca ;
2. Zamenjivanje stubaca i redaka ;
3. Invertovanje jednog ili više stubaca ili redaka.

Na slici 2. prikazana je jedna grupna komplementarna matrica koja zadovoljava uslov:

$$H * H' = N * I \quad (2.1)$$

gde je  $H'$  transponirana matrica  $H$ ,  $I$  je jedinica matrica a  $N$  je red matrice  $H$ . Takva matrica se naziva Hadamard matricom ako su njeni elementi  $+1$  i  $-1$ , i zadovoljavaju relaciju (2.1)

$m(0)$	1
$m(1)$	1
	.
	.
	.
$m(n-2)$	1
1 1 ..... 1 1 1	

SI. 1 STRUKTURA GRUPNE KOMPLEMENTARNE SEKVENCE

Grupna komplementarna sekvenca ima optimizovana autokorelaciona svojstva kao što je to slučaj sa komplementarnim sekvencama opisanim u

odeljku 1. Autokorelaciona funkcija matrice sa slike 2a prikazana je na slici 2b. Računanje ovakvih matrica razmotrićemo u sledećem odeljku.

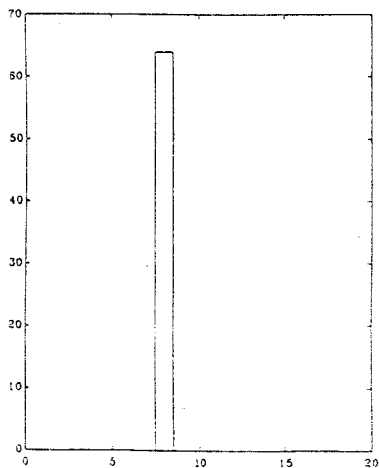
### 3. PROGRAMI ZA PROJEKTOVANJE I ANALIZU

Moguće je, korišćenjem računara, na jednostavan način automatizovati generisanje i analizu grupnih komplementarnih sekvenci. U tu svrhu smo pristupili kompletiranju specifičnog seta instrukcija za rad sa grupnim komplementarnim sekvencama koje bi činile specifičan meta-jezik za ove sekvence. Opisati ćemo neke od uvedenih instrukcija.

GROUP(X) - Ova instrukcija generiše grupnu komplementarnu matricu za početnu m-sekvencu. Dijagram toka programa prikazan je na slici 3. Primer generisanja sekvence dat je na slici 2a. Treba napomenuti da GROUP(X) generiše pravu grupnu komplementarnu matricu ako je argument m-sekvencu a kada je argument neka druga sekvencu generisaće se matrica koja će po formi odgovarati grupnim matricama ali neće imati njena svojstva.

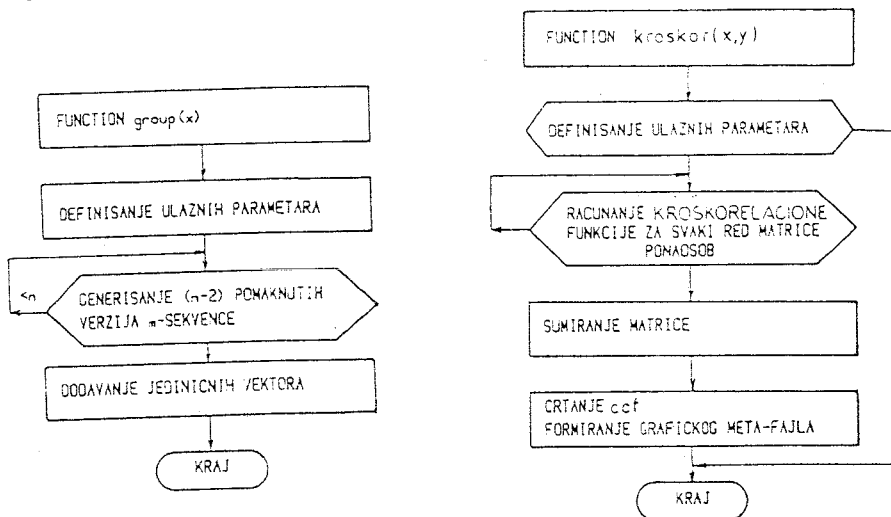
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

sl. 2a.



sl. 2b.

KROSKOR(X,Y) - računa kroskorelacionu funkciju grupnih komplementarnih sekvenci, odnosno autokorelacionu funkciju ako je definisan samo jedan argument. Dijagram toka dat je na slici 4.



SI. 3 DIJAGRAM TOKA M-PROGRAMA group(x) ZA GENERISANJE GRUPNE KOMPLEMENTARNE MATRICE

SI. 4 DIJAGRAM TOKA M-PROGRAMA kroskor(x) ZA RAČUNANJE AUTOKORELACIONE FUNKCIJE MATRICE

Korelacija za dati pomak je suma m parcijalnih korelacija:

$$C(\hat{\tau}) = \sum_{i=0}^{m-1} C_i(\hat{\tau}) \quad \text{za } 0 < \hat{\tau} < n-1$$

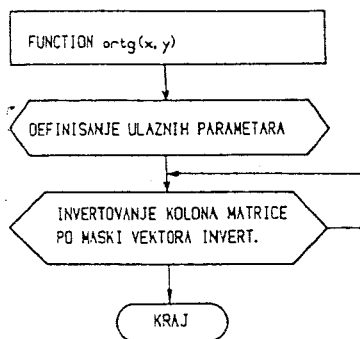
gde je m broj redova, n broj kolona,  $C_i(\hat{\tau})$  parcijalna korelacija jednog retka odnosno jedne kodne reci. Pored toga u ovu instrukciju je integrisana i grafička podrška tako da se kao rezultat dobija i grafički prikaz korelacione funkcije koji se sprema u grafički fajl koji se dalje može koristiti za dobijanje slike na printeru.

ORTG(X,Y) - kreira novu ortogonalnu grupnu komplementarnu matricu na osnovu matične matrice x, vektor transformacije je y. Dijagram toka je dat na slici 5. Z datu m x n matičnu matricu grupnih komplementarnih sekvenci, gde je n paran broj može se formirati novi skup od n matrica sa optimizovanim autocorelacionim i kroskorelacionim funkcijama [11].

Procedura sinteze se može prikazati sa

$$A_i = A_0 T_i$$

gde je  $A_0$  polazna matrica a  $T_i$  je vektor transformacije. Postoji  $\{T_i\}$  skup transformacionih vektora za datu dužinu  $n$  koja predstavlja broj kolona matrice nad kojom se vrši transformacija.



SI. 5 DIJAGRAM TOKA M-PROGRAMA  $ortg(x, y)$  ZA INVERTOVANJE KOLONA MATRICE  $x$  PRMA MASKI VEKTORA  $y$

COMPOSIT(X,Y) - Kreira matrice dugih kompozitnih grupnih komplementarnih sekvenci za zadatu pocetnu  $m$ -sekvencu. Ove matrice se kreiraju tako što se sastavlja niz grupnih komp. matrica koje se dobijaju od polazne preko skupa transformacionih vektora  $\{T_i\}$ .

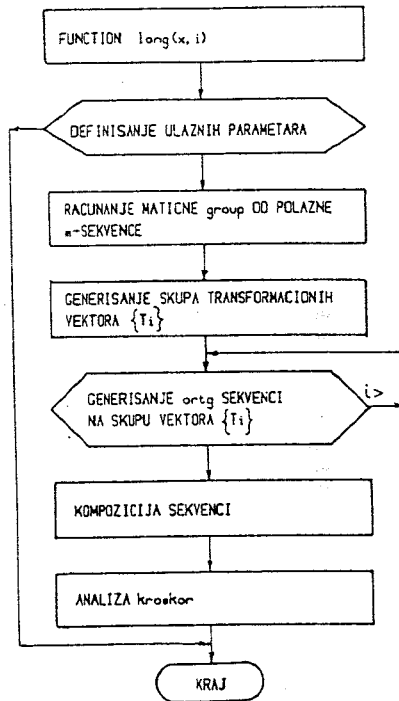
$x$  je polazna  $m$ -sekvencu,

$i$  je red kompozitne matrice.

Iz dijagrama na slici 6 se vidi da se ova funkcija zasniva na prethodno uvedenim meta - instrukcijama.

#### ZAKLJUČAK

Kreirana je fleksibilna podrška za projektovanje grupnih komplementarnih sekvenci. Omogućeno je jednostavno ispitivanje svojstava autokorelacionih i kroskorelacionih funkcija. Kao sledeći korak nameće se potreba za uvodjenjem instrukcija koje ce računati,



SI. 6 DIJAGRAM TOKA n-PROGRAMA long(y, i) ZA GENERISANJE DUGIH  
KOMPOZITNIH GRUPNIH KOMPL SEKVENCI

prikazivati i analizirati funkciju neodređenosti za datu sekvencu. Funkcije koje će slediti treba da omoguće i jednostavnu spektralnu analizu talasnih oblika sa grupnim komplementarnim sekvencama.

## LITERATURA

1. M.J.E. Golay: "Complementary series", IRE Trans. on IT, IT-11, pp. 207 - 214, 1961.
2. L.E.Varakin: "Sistemy svjazi s shumopodobnymi signalami", Moskva, Radio i svjaz', pp. 72 - 75.
3. I.M.I.Habbab, L.F.Turner: "New class of M-ary communication using complementary sequences", IEE Proc., vol.133, Pt.F, No-3, pp. 293-300, June 1986.
4. C.C.Tseng, C.L.Lin: "Complementary sets of sequences", IEEE Trans., IT-18, No. 5, pp. 644-652, 1972.
5. R.Turyn: "Ambiguity functions of complementary sequences", IEEE Trans. on information theory, pp. 46- 49, January 1963.
6. R.Sivaswamy: "Self-clutter cancellation and ambiguity properties of subcomplementary sequences" IEEE Trans.,AES-18, No.2, pp. 163-180, 1982.
7. Y.Taki,H.Miyakawa,M.Hatori,S.Namba: "Even-shift ortogonal Sequences", IEEE Trans., IT-15,No.2,pp. 295- 300, 1969.
8. F.S.Gutleber: "Spread spectrum multiplexed noise codes", ibid., pp. 15.1-1 - 15.1-10, 1982.
9. S.Budišin, B.Popović, I.Indjin: "Designing radar signals using complementary sequences", Radar '87, pp. 593 - 596, 1987.
10. A.Zejak: "Mikroprocesorska konfiguracija linearnog generatora binarnih pn sekvenci", referat na MUKS JUREMA 86, pp. 89 -92, 1986.
11. E.M.Holiday, G.W.Weathers: "Group complementary codes with optimized aperiodic corelation", Technical report RE-83-5, Alabama, 1983.