XXXII JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA ETAN-a, S A R A J E V O, 6—10. JUNA 1988.

Goran Zelić, Julijan Šribar, Feliče Balarin
Elektrotehnički fakultet, Zagreb, Unska 3

ZAPIS MATRICE ADMITANCIJE POMOĆU JEDNODIMENZIONALNIH POKAZIVAČA

NODAL ADMITANCE MATRIX RECORDING BY MEANS OF ONE-DIMENSIONAL POINTERS SYSTEM

SADRŽAJ - Matrica admitancije koja se dobiva u metodi napona čvorova, odnosno modificiranoj metodi čvorova je redovito slabo popunjena. Radi što boljeg iskorištenja memorije računala neophodno je sabiti matricu, a da njena struktura ostane sačuvana. Za to se koriste prikazi pomoću različitih sustava pokazivača. U radu je opisan sustav vezanih jednodimenzionalnih pokazivača koji omogućava jednostavno i brzo umetanje novih članova u matricu admitancije.

ABSTRACT - Nodal admitance matrix obtained by nodal analysis or by modified nodal analysis is regularly sparse. In order to meet memory storage requirements it is necessary to compress the matrix, its structure being kept. Various pointer systems can be applied for this purpose. This paper deals with a linked one-dimensional pointer system which permits simple and quick insertion of matrix elements.

1. UVOD

Najrašireniji postupak koji se koristi za simulacije elektroničkih sklopova je metoda čvorova, odnosno proširenja te metode [1]. U metodi čvorova elektronički sklop se opisuje primjenom Kirchoffovog zakona za struje, te primjenom matematičkih modela idealnih elemenata. Sustav jednadžbi koji se dobiva je:

$$Y\,V = I, \tag{1}$$

gdje je Y matrica admitancije, V vektor nepoznatih potencijala čvorova, a I vektor poznatih struja koje ulaze u pojedine čvorove. Formalno rješenje sustava (1) je:

$$V = Y^{-1}\,I. \tag{2}$$

Sustav (1) redovito se rješava primjenom Gaussove eliminacije ili LU dekompozicije, pa je inverzija matrice Y nepotrebna. Rješavanje zahtijeva broj računskih operacija koji je proporcionalan s n^3, gdje je n dimenzija sustava.

Matrica admitancije Y je gotovo uvijek slabo popunjena, odnosno veliki postotak članova u matrici je jednak nuli. Broj članova u retku i stupcu izvan dijagonale redovito je jednak broju grana spojenih na pripadajući čvor. Taj broj rijetko je veći od četiri, pa se prema tome, već za mreže s deset čvorova, može očekivati da je više od 50 % članova jednako nuli. Taj postotak raste s porastom broja čvorova.

Budući da je matrica Y slabo popunjena, potrebno je pronaći efikasan način zapisa samo članova različitih od nule. Na taj način se štedi memorijski prostor, a ujedno se izbjegavaju trivijalne operacije množenja s nulom, što značajno skraćuje vrijeme rješavanja sustava. Broj računskih operacija time postaje proporcionalan s n^p, gdje p ovisi o popunjenosti matrice Y i redovito vrijedi $1 < p < 2$ [1, 2].

Iscrpan pregled raznih metoda zapisa nepopunjenih matrica dan je u referenci [3].

2. IZVORNI ZAPIS MATRICE POMOĆU JEDNODIMENZIONALNIH POKAZIVAČA

Jedan od prvih načina zapisa sabijene matrice predložio je Berry [4]. Vrijednosti članova matrice različitih od nule pohranjuju se u jednodimenzionalno polje A, a dva polja pokazivača određuju položaj člana u matrici.

Jednodimenzionalno polje A razdijeljeno je u tri područja. Prvo područje je rezervirano za dijagonalne članove matrice Y, drugo za članove iznad dijagonale i treće za članove ispod dijagonale. Kako je matrica Y dijagonalno dominantna i u većini slučajeva dijagonalni članovi su različiti od nule, dijagonala se ne sabija. Na slici 1. dan je primjer zapisa matrice dimenzije 100x100 s po najviše 400 mogućih članova različitih od nule iznad i ispod dijagonale.

Pokazivači su pohranjeni u dva polja: **red** i **stu**. Polje **stu** u prvom koraku sadrži oznake stupaca svih nedijagonalnih članova različitih od nule svrstanih po recima matrice Y. Polje **red** sadrži n+1 cijelih brojeva, gdje je n broj čvorova elektroničkog sklopa. Broj koji se nalazi na položaju k ovoga polja pokazuje na početak dijela polja **stu** koji odgovara k-tom retku matrice admitancije, a ujedno i na kraj dijela koji odgovara k-1 retku. Primjer matrice s formiranim pokazivačima red i stu dan je na slici 2. (x označava članove matrice različite od nule).

$A(1) = y_{11}$
$A(2) = y_{22}$
$A(3) = y_{33}$
:   dijagonalni članovi
$A(n) = y_{nn}$
:
$A(100)$ ....
$A(101) = y_{1j}$
$A(102) = y_{1k}$
:   članovi iznad dijagonale
$A(m) = y_{n-1,n}$
:
$A(500)$ ....
$A(501) = y_{j1}$
$A(502) = y_{k1}$
:   članovi ispod dijagonale
$A(m+400) = y_{n,n-1}$
:
$A(900)$

Slika 1. Primjer zapisa vrijednosti matrice admitancije **Y** u jednodimenzionalno polje **A**.

Zapis matrice mora omogućiti jednostavno i brzo umetanje novih članova matrice različitih od nule. Novi članovi, osim tokom formiranja matrice, pojavljuju se i prilikom LU dekompozicije. Na slici 2. novi članovi matrice nastali tokom dekompozicije označeni su s o. Odgovarajućim redoslijedom eliminacije po recima i stupcima, može se broj novonastalih članova, umetaka (engl. fill-in) bitno smanjiti, što je važno zbog smanjenja potrebne memorije i broja računskih operacija [4, 7, 8]. Za stvaranje optimalnijeg sustava, mora postojati mogućnost jednostavne zamjene redaka i stupaca u sabijenoj matrici, kao i umetanja novonastalih članova. Pri istovremenoj zamjeni redaka i stupaca ne treba provesti stvarnu zamjenu mjesta članova pripadajućih redaka, već samo promijeniti oznake redaka pamteći u dodatnim poljima niz i čvor vezu s izvornim oznakama. Polje niz sadrži izvorne oznake čvorova svrstane po redoslijedu dekompozicije, dok je polje čvor inverzno polju niz (slika 2.).

	1	2	3	4	5
1	x		x		x
2		x	x	x	
3	x	x	x	o	o
4		x	o	x	o
5	x		o	o	x

niz(1) = 1	čvor(1) = 1	red(1) = 1	stu(1) = 3
niz(2) = 2	čvor(2) = 2	red(2) = 3	stu(2) = 5
niz(3) = 3	čvor(3) = 3	red(3) = 5	stu(3) = 3
niz(4) = 4	čvor(4) = 4	red(4) = 7	stu(4) = 4
niz(5) = 5	čvor(5) = 5	red(5) = 8	stu(5) = 1
		red(6) = 9	stu(6) = 2
			stu(7) = 2
			stu(8) = 1

Slika 2. Primjer matrice s poljima pokazivača.

Nakon što se odredi redoslijed eliminacije redaka i stupaca i umetnu novonastali članovi, za simetrične matrice broj pokazivača se može smanjiti na polovicu. Matrica Y je simetrična, osim za članove od upravljanih izvora. Uključivanjem članova jednakih nuli koji se nalaze simetrično članovima od upravljanih izvora, struktura matrice se može zadržati simetričnom. U tom slučaju polja pokazivača treba prepraviti tako da pokazuju samo na gornju trokutastu matricu i da odgovaraju novom rasporedu redaka i stupaca (slika 3.). Vrijednosti članova matrice tek sada se mogu ubaciti u jednodimenzionalno polje **A** i to u pripadajuća područja.

	4	2	3	1	5
4	x	x			
2	x	x	x		
3		x	x	x	
1			x	x	x
5				x	x

niz(1) = 4	čvor(1) = 4	red(1) = 1	stu(1) = 2
niz(2) = 2	čvor(2) = 2	red(2) = 2	stu(2) = 3
niz(3) = 3	čvor(3) = 3	red(3) = 3	stu(3) = 4
niz(4) = 1	čvor(4) = 1	red(4) = 4	stu(4) = 5
niz(5) = 5	čvor(5) = 5	red(5) = 5	stu(5) = 0

Slika 3. Matrica sa slike 2. s optimalnim redoslijedom eliminacije redaka i stupaca s poljima pokazivača.

Glavni nedostatak zapisa matrice pomoću jednodimenzionalnih pokazivača je u tome da se prilikom svakog unosa novog člana u redak matrice mora napraviti mjesto u polju pokazivača stu, budući su svi članovi redaka sabijeni jedan do drugog. U ovisnosti o tome gdje treba ubaciti novi član i broj pomicanja u polju **stu** je različit.

U nedavno objavljenom članku Saša i Slapničar [5] predložili su da se polje **stu** organizira na način prikazan na slici 4.

A_1	1	B_1	2	B_1	3	B_1	4 .... B_1	n-1	B_1	n	B_1

Slika 4. Zapis članova matrice s razmacima između segmenata redaka [5].

Na početku polja predviđa se prostor veličine A_1, a između segmenata redaka polja veličine B_1. Nakon eliminacije vodećeg retka i umetanja novonastalih članova u odgovarajući prostor B_1, segment vodećeg retka prebacuje se na početak polja u prostor A_1. Time je vrijeme sređivanja matrice proporcionalno broju novonastalih članova, što nije slučaj kod prethodno opisanog sustava pokazivača.

Glavni nedostatak ovog postupka je što se mora za svaki redak osigurati prostor veličine B_1, što povećava zauzeće memorijskog prostora.

3. VEZANI JEDNODIMENZIONALNI POKAZIVAČI

Nedostatak zapisa matrice pomoću jednodimenzionalnih pokazivača koje je predložio Berry, je problem umetanja novog člana i kod formiranja sustava pokazivača i kod pojave umetaka u toku dekompozicije. Taj nedostatak je izbjegnut kod poboljšane verzije pokazivača [5]. Međutim, u tom pristupu potrebno je predvidjeti broj umetaka u svakom retku matrice, što može uzrokovati neracionalno iskorištenje memorije računala.

Zbog navedenih nedostataka predlažu se vezani jednodimenzionalni pokazivači. Oni su pohranjeni u tri polja: **red**, **stu** i **pok**. Polje **stu** sadrži oznake stupaca svih članova matrice svrstanih po redoslijedu učitavanja. Broj koji se nalazi na položaju **k**, polja **red** pokazuje na prvi član u k-tom retku. Vrijednosti polja **pok**, koje je iste veličine kao i polje **stu**, pokazuju na kom položaju se nalaze slijedeći članovi u istom retku matrice. Posljednji član u retku ima na pripadajućem mjestu u polju pok vrijednost nula. Za primjer sa slike 2. polja pokazivača **red**, **stu** i **pok** imaju vrijednosti prikazane slikom 5.

red(1) = 1	stu(1) = 1	pok(1) = 2
red(2) = 4	stu(2) = 3	pok(2) = 3
red(3) = 7	stu(3) = 5	pok(3) = 0
red(4) = 10	stu(4) = 2	pok(4) = 5
red(5) = 12	stu(5) = 3	pok(5) = 6
	stu(6) = 4	pok(6) = 0
	stu(7) = 1	pok(7) = 8
	stu(8) = 2	pok(8) = 9
	stu(9) = 3	pok(9) = 0
	stu(10) = 2	pok(10) = 11
	stu(11) = 4	pok(11) = 0
	stu(12) = 1	pok(12) = 13
	stu(13) = 5	pok(13) = 0

Slika 5. Zapis članova matrice sa slike 2. pomoću vezanih jednodimenzionalnih pokazivača.

Umetanje novog člana u matricu je kod ovakvih pokazivača vrlo jednostavno, budući se položaj novog člana u matrici dodaje na kraj polja **stu**, bez ikakvog pomicanja već postojećih članova. Istovremeno se preusmjere pokazivači **pok** prethodnog člana u retku na novi član, te novog člana na slijedeći. Na primjer, u matricu na slici 2. želi se umetnuti član na mjesto (3,5). Novi član će se dodati na četrnaesto mjesto, te je: **stu(14) = 5**, **pok(9) = 14** i **pok(14) = 0**. U dodatku je dan algoritam koji opisuje osnovne korake unosa idealnih elemenata u simetričnu matricu admitancije.

4. ZAKLJUČAK

Razmotren je zapis strukture nepopunjene matrice koja se dobiva metodom čvorova i modificiranom metodom čvorova [6]. U usporedbi s izvornim jednodimenzionalnim pokazivačima [4], predloženi vezani pokazivači omogućavaju jednostavnije i brže umetanje novih članova u matricu admitancije Y. S obzirom na pristup predložen u [5], pokazuju veću prilagodljivost, time i bolje iskorištenje memorije računala.

Glavni nedostatak svih zapisa matrica pomoću jednodimenzionalnih pokazivača je taj što se vrijednosti članova matrice mogu unijeti tek nakon utvrđivanja slijeda čvorova po kojem se radi LU dekompozicija. Zbog toga se mora provesti simbolička dekompozicija kojom se utvrđuje redoslijed eliminacije i umeću novonastali članovi. Nakon što je utvrđen slijed eliminacije za simetrične matrice dovoljno je sačuvati pokazivače samo na polovicu matrice.

LITERATURA

1. L.W.Nagel: SPICE2: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits, Electronic Research Laboratory Memorandum No. ERL-M520, May 1975.
2. A.L.Sangiovanni-Vicentelli: Circuit Simulation, u P.Antognetti, D.O.Pederson, H. de Man (ed.): Computer Design Aids for VLSI Circuits, NATO ASI Series, Martinus Nijhoff Publishers, 1986.
3. I.S.Duff: A Survey of Sparse Matrix Research, Proc. of the IEEE, vol. 65, pp. 500-535, April, 1977.
4. R.D.Berry: An Optimal Ordering of Electronic Circuit Equation for Sparse Matrix Solution, IEEE Trans. on Circuit Theory, vol. 18, pp. 40-50, January, 1971.
5. S.Saša, P.Slapničar: Analiza i postupak za rješavanje električkih mreža s veoma velikim brojem čvorova - I dio, Elektrotehnika, vol. 30, pp. 3-9, siječanj-veljača, 1987.
6. C.W.Ho, A.E.Ruehli, P.A.Brennan: The Modified Nodal Approach to Network Analysis, IEEE Trans. Circuits and Systems, vol. CAS-22, pp. 504-509, June, 1975.
7. H.M.Markowitz: The Elimination Form of the Inverse and its Application to Linear Programming, Management Sci., vol. 3, pp. 255-269, April, 1957.
8. J.Vlach, K.Singhal: Computer Methods for Circuit Analysis and Design, Van Nostrand Reinhold Co., New York, 1983.

DODATAK

```
početak
.   :
.  n:=0                                 ; n - broj čvorova.
.  k:=0                                 ; k - broj članova u matrici.
.  dok (ima elemenata) čini
.  .  pročitaj (n1, n2)                 ; n1, n2 - čvorovi na koje je
.  .                                    ;          spojen element.
.  .  UMETNI_ELEMENT_U_MATRICU(n1, n2)
.   :
kraj

procedura UMETNI_ELEMENT_U_MATRICU(n1, n2)
.  ako je ((n1≠0) i (n2≠0))             ; 0 - referentni čvor
.  .  onda
.  .  .  ako NE_POSTOJI_REDAK(n1)
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_DIJAGONALNI_CLAN(n1)
.  .  .  ako NE_POSTOJI_CLAN(n1, n2)
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_CLAN(n1, n2)
.  .  .  ako NE_POSTOJI_REDAK(n2)
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_DIJAGONALNI_CLAN(n2)
.  .  .  ako NE_POSTOJI_CLAN(n2, n1)
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_CLAN(n2, n1)
.  .  inače
.  .  .  ako je ((n1≠0) i (NE_POSTOJI_REDAK(n1)))
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_DIJAGONALNI_CLAN(n1)
.  .  .  ako je ((n2≠0) i (NE_POSTOJI_REDAK(n2)))
.  .  .  .  onda
.  .  .  .  .  UMETNI_DIJAGONALNI_CLAN(n2)
kraj
```

```
funkcija NE_POSTOJI_REDAK(r)                  ; ova funkcija ispituje da li
.   ako je(čvor[r]=0)                          ; postoji redak r preko
.   .   onda                                   ; ispitivanja vrijednosti
.   .   .   NE_POSTOJI_REDAK:=istina           ; polja čvor, koja je
.   .   inače                                  ; različita od nule samo ako
.   .       NE_POSTOJI_REDAK:=laž              ; je redak ve učitan.
kraj

procedura UMETNI_REDAK(r)
.   n:=n+1                                     ; redak se umeće preko polja
.   k:=k+1                                     ; čvor i niz.
.   niz[n]:=r
.   čvor[r]:=n
.   stu[k]:=r                                  ; umetanje dijagonalnog člana
.   red[r]:=k                                  ; na početak retka.
.   pok[k]:=0
kraj

funkcija NE_POSTOJI_CLAN(r, s)
.   gdje:=red[r]                               ; ova funkcija osim
.   ako je (stu[gdje])>=s)                     ; izračunavanja svoje
.   .   onda                                   ; logičke vrijednosti
.   .   .   ako je (stu[gdje]=s)               ; mijenja i globalnu
.   .   .   .   onda                           ; varijablu gdje.
.   .   .   .   .   NE_POSTOJI_CLAN:=laž
.   .   .   .   inače
.   .   .   .   .   gdje:=0                    ; pokazuje da se umeće
.   .   .   .   .   NE_POSTOJI_CLAN:=istina    ; na početak retka.
.   .   inače
.   .   .   dok je ((pok[gdje]≠0) i (stu[pok[gdje]]<s)) čini
.   .   .   .   gdje:=pok[gdje]
.   .   .   ako je (pok[gdje]=0)
.   .   .   .   onda
.   .   .   .   .   NE_POSTOJI_CLAN:=istina
.   .   .   .   inače
.   .   .   .   .   ako je (stu[pok[gdje]=s)
.   .   .   .   .   .   onda
.   .   .   .   .   .   .   NE_POSTOJI_CLAN:=laž
.   .   .   .   .   .   inače
.   .   .   .   .   .   .   NE_POSTOJI_CLAN:=istina
kraj

procedura UMETNI_CLAN(r, s)
.   k:=k+1
.   stu[k]:=s
.   ako je (gdje=0)
.   .   onda
.   .   .   pok[k]=red[r]                      ; umetanje na početak retka.
.   .   .   red[r]:=k
.   .   inače
.   .   .   pok[k]:=pok[gdje]                  ; umetanje iza člana na kojeg
.   .   .   pok[gdje]:=k                       ; pokazuje gdje.
kraj
```