

Nebojša Zlatković
Mihajlo Stefanović
Elektronski fakultet
Beogradska 14, 18000 Niš

PERFORMANSE DIGITALNIH SISTEMA U PRISUSTVU
GAUSOVOG ŠUMA I INTERFERENCE

PERFORMANSE FOR DIGITAL SIGNALS IN THE
PRESENCE GAUSSIAN NOISE AND INTERFERENCE

SAHRŽAJ- U ovom radu dat je izraz koji pokazuje uticaj sinusne smetnje na kombinovano amplitudsko- fazni modulirani signal, u prisustvu belog Gausovog šuma i verovatnoća greške. Pri ovoj analizi pretpostavljeno je da ne postoji intersimbolska interferencija. Analiza je izvršena za više tipova kombinovane amplitudno- fazne modulacije sa 16 nivoa.

ABSTRACT- In this paper, the bit error probability for digital signals in the presence of the Gaussian noise and interference is determined. The bit error probability is determined for the combined AM - PM modulation with 16 symbols for 9600 bit/s bit rates.

1. UVOD

Kombinovana amplitudno- fazna modulacija predstavlja veoma atraktivan tip modulacije za prenos digitalnih informacija zbog svojih osobina- potisnute noseće učestanosti i uzanog spektra. Zbog tih svojstava neki oblici ovog tipa modulacije su standardizovani od strane CCITT.

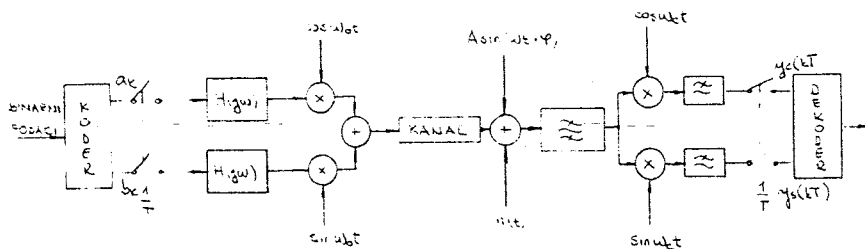
Jedna od oblasti primene ovog tipa modulacije je i prenos podataka kroz klasične telefonske kanale FDM sistema velikim brzinama reda 9600 b/s, što je standardna veličina.

Problem prenosa razmatran je u literaturi, ali najčešće kroz pretpostavku da ne postoji intersimbolska interferencija. Zbog toga je u ovom radu razmatran uticaj sinusne smetnje na sistem sa ovim tipom modulacije, na osnovu koga će se moći pristupiti daljoj analizi koju pretpostavlja intersimbolsku interferenciju. Ovi model, odnosno izrazi mogu da predstavljaju uticaj međukanalnog preslušavanja ili uticaj nekog nedovoljno potisnutog harmonika neke od nosećih učestanosti u FDM sistemima.

U radu je dat izraz za gustinu raspodele verovatnoće signala na izlazu demodulatora pri uticaju Gausovog šuma i sinusne smetnje. Na osnovu toga izvršeno je određivanje verovatnoće greške sistema u funkciji promene odnosa signal/šum (SNR) pri konstantnom odnosu snaga Gausovog šuma/ snaga sinusne smetnje, i u funkciji promene odnosa snaga Gausovog šuma/ snaga sinusne smetnje pri konstantnom odnosu signal/šum. Pri ovome odnos signal/šum je dat kao odnos srednje snage signala i Gausovog šuma.

2. MODEL SISTEMA

Model sistema za prenos kombinovanom amplitudno- faznom modulacijom [1], [3] prikazan je na slici 1. Binarna povorka impulsa prvo se grupiše u blokove od 4 bita obzirom da je analiza ograničena na 16- nivoisku modulaciju, odnosno postoji 16 različitih blokova. Svakom bloku se pripisuju dve sekvence $\{a_n\}$ i $\{b_n\}$ koje amplitudno modulišu svoje nosioce u fazi i kvadraturi respektivno.



slika 1.

Tako se na izlazu predajnika iza izlaznih filtera i amplitudskih modulatora, prema kanalu dobija predajni signal koji je oblika:

$$x(t) = \sum_n [a_n h(t-nT) \cos \omega_c t - b_n h(t-nT) \sin \omega_c t] \quad (1)$$

gde je:

$h(t)$ - impulsni odziv izlaznih filtera

ω_c - učestanost nosioca

$1/T$ - simbolička učestanost (bitska učestanost)

U kanalu se akumulira aditivni Gausov šum i sinusna smetnja tako da na ulazu u prijemnik iza prijemnog filtera će biti prisutan signal:

$$y(t) = x(t) + n_o(t) \cdot \sin \omega_c t + n_c(t) \cos \omega_c t + A \cos(\omega t + \gamma) \quad (2)$$

gde je:

$n_c(t), n_s(t)$ - komponente Gausovog šuma jednakih varijansi N_0 ,
i srednje vrednosti ϕ

A - amplituda sinusne smetnje

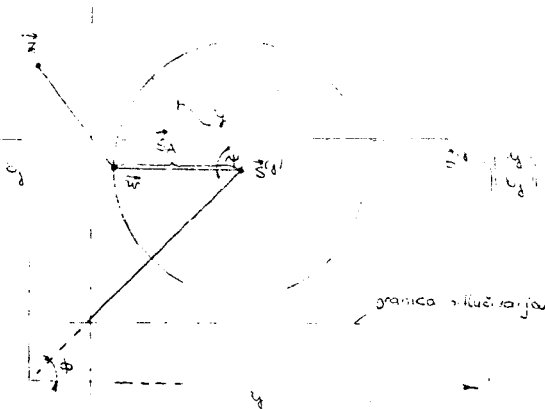
ω - učestanost sinusne smetnje

ψ - slučajna faza sinusne smetnje; može se uzeti da je jednaka nuli bez gubljenja opštosti analize

Signal $y(t)$ se demoduliše sinhrono odgovarajućim demodulatorom, koji na izlazu daje dve sekvence $y_c(kT)$ i $y_s(kT)$. Na osnovu njih, u detektoru se vrši odlučivanje kom predajnom simbolu pripada navedeni izlazni par iz demodulatora. Tako na izlazu postoje dve sekvence $\{\hat{a}_k\}$ i $\{\hat{b}_k\}$ koje u opštem slučaju nisu jednake predajnim sekvencama što je posledica uticaja smetnji.

Da bi odredili funkciju gustine raspodele verovatnoće signala na izlazu iz demodulatora treba razmotriti raspodelu koja definiše sinusnu smetnju.

41



slika 2.

Na slici 2. je prikazan taj uticaj koji se manifestuje kao tačka koja se kreće po krugu opisanom oko tačke $s^{(4)}$, koja predstavlja predajni simbol konstantne učestanosti $\omega_c - \omega$ i poluprečnika A . Gustina raspodele faze u tom slučaju biće:

$$p(\psi) = \frac{1}{2\pi} \quad |\psi| < \pi \quad (3)$$

Sa slike 2. može se uočiti da je uticaj sinusne smetnje ekvivalentan odgovarajućem faznom džiteru i parazitnoj amplitudnoj modulaciji nosioca.

Za određivanje funkcije uslovne raspodele gustine verovatnoće na izlazu demodulatora pod uslovom da je predajni simbol $S^{(j)}$ važi:

$$p(z | S^{(j)}) \hat{=} p_j(z) = \int_{-\pi}^{\pi} p_j(z | \psi) p(\psi) d\psi \quad (4)$$

$$p_j(z | \psi) = \frac{1}{2\pi N_0} e^{-\frac{\|\vec{z} - \vec{w}\|^2}{2N_0}} \quad (5)$$

gde je:

$$\|\vec{z} - \vec{w}\|^2 = \sqrt{(z_a - w_a)^2 + (z_b - w_b)^2}$$

dato kao:

$$\|\vec{z} - \vec{w}\|^2 = \|\vec{z} - \vec{S}^{(j)}\|^2 + \|\vec{w}\|^2 - \|\vec{S}^{(j)}\|^2 + 2\langle \vec{z}, \vec{S}^{(j)} \rangle - 2\langle \vec{z}, \vec{S}^{(j)} \rangle \quad (6)$$

pri čemu $\langle \vec{z}, \vec{S}^{(j)} \rangle$ označava

$$\langle \vec{z}, \vec{S}^{(j)} \rangle = z_a a_j + z_b b_j$$

$$\|\vec{w}\|^2 = \|\vec{S}^{(j)}\|^2 + A^2 - 2A \|\vec{S}^{(j)}\| \cos(\psi - \chi(\vec{S}^{(j)}, \vec{S}_*)) \quad (7)$$

obzirom da je

$$\sin \psi = \pm \sqrt{1 - \frac{A^2}{A^2}} \quad (8)$$

i da promenljiva ψ ima funkciju gustine raspodele

$$p(\psi) = \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - \psi^2}} \quad |\psi| \leq A \quad (9)$$

Obzirom da za dato ψ imamo dva moguća vektora \vec{w} koji su podjednako verovatni, izraz za raspodelu gustine verovatnoće biće:

$$p_j(z) = \frac{1}{2\pi N_0} \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \int_{-A}^A e^{-\frac{\|\vec{z} - \vec{w}_i\|^2}{2N_0}} \cdot \frac{1}{\pi \sqrt{A^2 - \psi^2}} d\psi \quad (10)$$

za $\|\vec{w}_i\|$ važi

$$\|\vec{w}_i\| = \left\| \begin{matrix} a_{w_i} \\ b_{w_i} \end{matrix} \right\| = \left\| \begin{matrix} a_j + A \cos(\phi + \chi(\vec{S}^{(j)}, \vec{S}_*)) \\ b_j + A \sin(\phi + \chi(\vec{S}^{(j)}, \vec{S}_*)) \end{matrix} \right\| \quad (11)$$

Sređivanjem izraza (6) i uvođenjem u (10) smene $\psi = A \sin \chi$ (12) dobija se integral oblika:

$$p_j(z) = \frac{1}{2\pi N_0} e^{-\frac{\|\vec{z} - \vec{S}^{(j)}\|^2}{2N_0}} \cdot \frac{1}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} e^{\frac{A}{N_0} \|\vec{z} - \vec{S}^{(j)}\| \cos(\chi - \chi_0)} d\chi \quad (13)$$

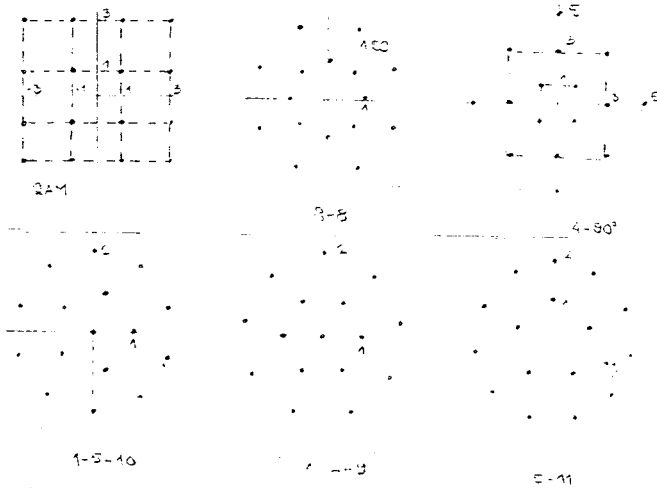
pa je konačno

$$p_j(\vec{z}) = \frac{1}{2\pi N_0} e^{-\frac{\|\vec{z} - \vec{s}^{(j)}\|^2}{2N_0}} \cdot I_0\left(\frac{A}{N_0} \|\vec{z} - \vec{s}^{(j)}\|\right) \quad (14)$$

gdè je $I_0(x)$ modifikovana Besselova funkcija nultog reda. Može se primetiti da izraz za gustinu raspodele u potpunosti odgovara raspodeli jednodimenzionalne promenljive za isti slučaj.

ISTRAŽIVANJE VEROVATNOĆE GREŠKE

Korišćenjem gornjeg izraza za verovatnoću greške može se odrediti verovatnoća greške modela sa slike 1. Tipovi kombinovane amplitudne modulacije koji se analiziraju su QAM, 8-8, 4-90°, 1-5-10, 1-6-9 i 5-11, koji su prikazani na slici 3. [2]



slika 3.

Verovatnoća greške je data sa:

$$P_g = \sum_j p_j P_{g_j}$$

- p_j - apriorna verovatnoća pojavljivanja j -tog simbola (pretpostavljamo da je jednaka za sve simbole)
 P_{g_j} - verovatnoća greške po j -tom simbolu
 P_{g_j} se određuje na osnovu:

$$P_{g_j} = P[\vec{Z} \notin R_j | s^{(j)}]$$

što znači da je to verovatnoća da \vec{Z} ne pripada oblasti simbola

$S^{(j)}$ ako je isti bio predajni simbol.

Ovde se odmah postavlja problem granica odlučivanja odnosno, određivanja oblasti R_j . U daljoj analizi uzeto je da R_j predstavlja oblast oko simbola $\vec{S}^{(j)}$ ograničenu bisektrisama duži koje spajaju susedne tačke $\vec{S}^{(i)}$ sa tačkom $\vec{S}^{(j)}$. Tako se za R_j dobija:

$$P_{Ej} = \iint_{R_j} p_i(\vec{z}) \cdot d\vec{z}$$

Za izračunavanje ove verovatnoće iskorišćen je numerički metod [4], primenom kubaturnih formula, koje su oblika:

$$\iint_D f(x, y) dx dy = \sum_k \sum_l a_{kl} f(x_k, y_l) + \epsilon$$

Ceo postupak je izveden na računaru i potpuno je numerički, stim što tačnost metoda uglavnom ograničava kvalitet računara (dužina mantise kojom se predstavlja broj u računaru) i tačnosti bibliotečkih funkcija. Postupak je realizovan na računaru Ei-HONEYWELL.

NUMERIČKI REZULTATI

Rezultati su dati u prilogu rada na slikama 4 do 7. Predstavljani su ovisnost verovatnoće greške sistema u funkciji odnosa signal/šum, pri konstantnom odnosu snaga sinusne smetnje/ snaga Gausovog šuma (u oznaci $A^2/2N_0$). Rezultati su dati na sl. 4 i 5.

Pri realizaciji, potrebno je napomenuti, kao SNR uzet je odnos srednje snage signala/ snaga Gausovog šuma, tj.

$$SNR \cong \frac{1}{16} \sum_{j=1}^{16} \frac{\|\vec{S}^{(j)}\|^2}{2N_0}$$

Takođe su prikazani rezultati - promena verovatnoće greške u funkciji promene odnosa A/N_0 , pri nekoj konstantnoj vrednosti SNR. Ti rezultati dati su na slici 6. i 7.

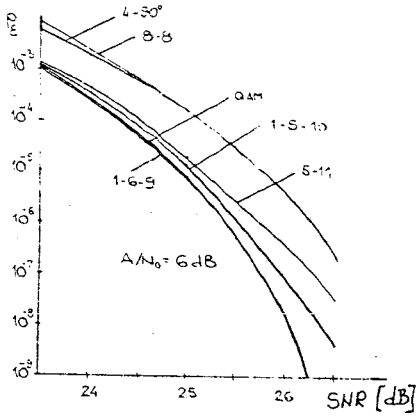
Kao što je vidljivo sa slika, date su funkcije za sve navedene tipove modulacije.

ZAKLJUČAK

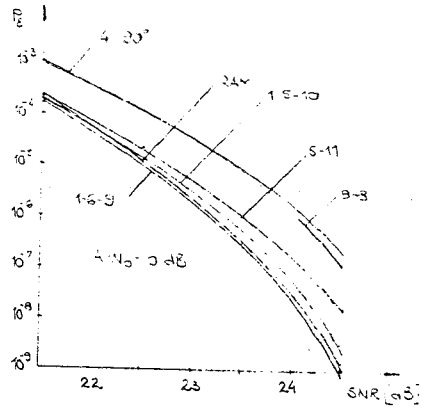
Rezultati sa slika 4. do 7. odmah na prvi pogled daju podatak da u uslovima prenosa definisanim u modelu sistema tipovi modulacije 8-8 i 4-90° su apsolutno inferiorni, jer za istu verovatnoću greške zahtevaju veći SNR za 0,5 ÷ 1 db bez obzira na odnos $A^2/2N$. S druge strane povećanje odnosa $A^2/2N$ za 6 db zahteva povećanje odnosa SNR za oko 2,5 db. Na slikama 4. do 7. vidljivo je da je QAM za nijansu slabija od 1-6-9 tipa modulacije. Međutim, ovde postoji jedan argument koji ipak pokazuje da je QAM ipak najatraktivniji tip modulacije u uslovima datog modela. To je mogućnost praktične realizacije detektora, jer je detektor za QAM praktično lakše rešiv od detektora za 1-6-9 tip modulacije.

LITERATURA

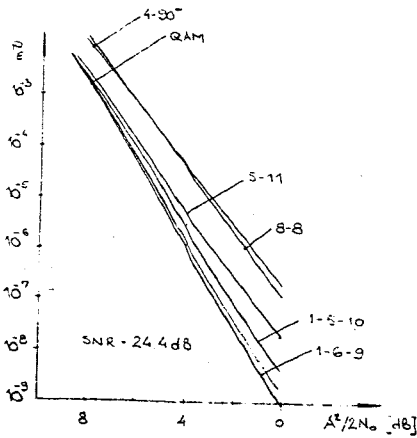
1. Foshini G.J. and al.: "On the selection of Two-dimensional Signal Constellation in presence of phase jitter and Gaussian noise", BSTJ, Vol.52, No. 6. July-August, 1973.
2. Foshini G.J. and al.: "Optimization of two-dimensional signal constellation in presence of Gaussian noise", IEEE Trans. on Comunic., Vol. 22, No 1, 1974.
3. Zoran Petrović: "Uticaaj nelinearnih izobličenja na prenos signala kombinovanom amplitudnom i faznom modulacijom", XXIV ETAN, 1980.g.
4. Laurie D.P.: "Automatic Cubature over a Triangle", ACM Transact. on Mathematical Software, Vol.8, No.2, June 1982.



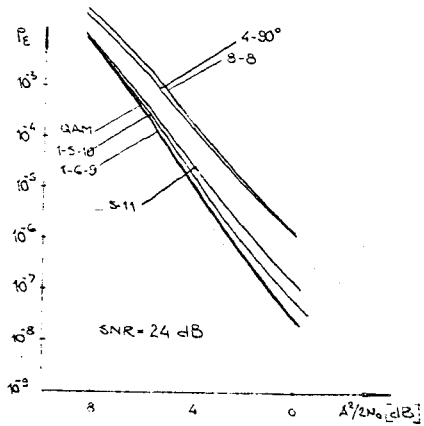
sl. 4.



sl. 5.



sl. 7.



sl. 6.