

Aleksić Milivoje
 Djurić Petar
 Zavajjevski Aleksandar
 INSTITUT "BORIS KIDRIČ" - VINČA
 OOUR Institut za računarsku tehniku "RT"
 P. fah 522, 11001 Beograd

PROCENA AZIMUTA PREDAJNIKA RADIO-SIGNALA
 METODOM MAKSIMALNE VERODOSTOJNOSTI

RADIO SOURCE AZIMUTH ESTIMATION
 BY MAXIMUM LIKELIHOOD PROCESSING

SADRŽAJ: U radu je izvedena procena azimuta i jačine radio-izvora korišćenjem kružnog antenskog sistema. Pretpostavlja se da je na prijemu, pored korisnog signala, prisutan i aditivni beli Gaussov šum. Za estimaciju azimuta i jačine polja korišćena je metoda maksimalne verodostojnosti (ML-maximum likelihood). U opštem slučaju rešenje nije moguće prikazati u zatvorenoj formi, pa je dato približno rešenje uz odgovarajuće aproksimacije. Na kraju je izvedena Cramer-Rao (CR) granica za opisani estimator.

ABSTRACT: Radio source azimuth and strength estimation using circular antenna system is derived. It is supposed that the useful signal is corrupted by additive white Gaussian noise. As an estimation procedure the Maximum Likelihood Processing is used. In the general case the solution can not be expressed in a closed form so that an approximate one is given. At the end, the Cramer-Rao bound for the described estimator is derived.

1. UVOD

Odredjivanje pravca zračenja radio-izvora je jedan od osnovnih problema u pasivnoj radio-lokaciji, radio-astronomiji i kod sonara. Klasični metodi procene zasnivaju se na sintezi dijagrama zračenja čija se karakteristika može podešavati izborom težinskih koeficijenata. Za razliku od navedenog pristupa, statistički prilaz tretira prijemni signal kao jednu realizaciju ansambla slučajnih procesa, koji u svojoj funkciji gustine verovatnoće sadrži relevantne informacije o nepoznatim parametrima. Ovo omogućava primenu različitih metoda parametarske estimacije.

Postoji dosta radova koji koriste metod ML u rešavanju sličnih problema [3], ali se u njima najčešće obradjuje veći broj signala primljenih antenskim nizovima. U [2] je opisana realizacija ML-estimatora u realnom vremenu sa kružnim antenskim sistemom i dvokanalnim prijemnikom. U ovom radu razmatran je statistički prilaz problemu određivanja parametara radio-izvora, azimuta i jačine polja korišćenjem kružnog antenskog sistema i trokanalnog prijemnika. Pored korisnog signala na prijemu je uvek prisutan i šum koji se sastoji od spoljašnjeg šuma i šuma prijemnika. On je posmatran kao aditivni beli Gauss-ov šum, pri čemu su šumovi u različitim kanalima međusobno nekorelisani. Izmedju različitih metoda procene izabran je metod maksimalne verodostojnosti. Od ostalih metoda estimacije on se izdvaja osobinama da je konzistentan i da je asimptotski efikasan.

U radu je izvedena funkcija maksimalne verodostojnosti, a zatim date jednačine estimatora i Cramer-Rao-va (CR) granica. Za slučaj velikog odnosa signal-šum izvedeno je približno rešenje jednačine maksimalne verodostojnosti u zatvorenoj formi.

2. DEFINISANJE PROBLEMA

Blok-šema sistema za procenu azimuta data je na Slici 1.



Slika 1.

Signal, čiji se parametri određuju, prima se sa kružnim antenskim sistemom koji se sastoji od vertikalnih dipola i neusmerene antene. Analognim kombinovanjem signala dobijaju se dva signala čije su jačine proporcionalne sin/cos azimuta radio-izvora. Ova

dva signala i signal primljen sa neusmerenom vertikalnom antenom pojačavaju se u trokanalnom prijemniku. Pretpostavlja se identičnost amplitudske i fazne karakteristike prijemnika. Izlazi iz prijemnika nakon odmeravanja mogu se predstaviti sledećim jednačinama:

$$X = A \cos \theta + N_1 \quad \dots (1)$$

$$Y = A \sin \theta + N_2 \quad \dots (2)$$

$$Z = A + N_3 \quad \dots (3)$$

gde su:

X, Y, Z - vektori odmeraka signala na izlazu iz prijemnika;

A - vektor odmeraka primljenog korisnog signala nakon pojačanja;

N_1, N_2, N_3 - vektori odmeraka šuma na izlazu iz prijemnika. Pretpostavlja se da su šumovi bell, da imaju Gauss-ovu raspodelu, pri čemu im je srednja vrednost nula, a varijansa ista i da su međusobno nekorelisani.

Zadatak je da se na osnovu odmeraka signala X, Y i Z proceni azimut radio-izvora i jačina trenutne vrednosti radio-signala. O položaju radio-izvora ne postoji nikakvo apriorno znanje, kao ni o korisnom signalu. Zato se promenljive θ i A posmatraju kao neslučajni parametri i kao takvi procenjuju. Za procenu ovih $N+1$ parametara (N - broj odmeraka) koristi se estimator maksimalne verodostojnosti.

3. ML ESTIMACIJA PARAMETARA

Uslovna verovatnoća primljenih odmeraka može se prikazati jednačinom:

$$P(X, Y, Z | \theta, A) = \frac{1}{(2\pi \sigma^2)^{\frac{3N}{2}}} \exp \left\{ - \frac{(X - A \cos \theta)^T (X - A \cos \theta) + (Y - A \sin \theta)^T (Y - A \sin \theta) + (Z - A)^T (Z - A)}{2\sigma^2} \right\} \dots (4)$$

Uvedimo operator:

$$\nabla = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial \theta} \\ \frac{\partial}{\partial A} \end{bmatrix} \quad \dots (5)$$

Njegovom primenom na logaritam uslovne gustine verovatnoće (2), dobija se jednačina maksimalne verodostojnosti:

$$\nabla \ln [P(X, Y, Z | \theta, A)] = 0 \quad \dots (6)$$

odnosno:

$$\nabla \ln [P(X, Y, Z | \theta, A)] = - \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} A^T X \sin \theta - A^T Y \cos \theta \\ 2A - X \cos \theta - Y \sin \theta - Z \end{bmatrix} = 0 \quad \dots (7)$$

Oдавде se dobija:

$$\hat{A} = \frac{1}{2} (X \cos \hat{\theta} + Y \sin \hat{\theta} + Z) \quad \dots (8)$$

I zamenom u (7):

$$X^T Y \cos 2\hat{\theta} - \frac{1}{2} (X^T X - Y^T Y) \sin 2\hat{\theta} + Z^T Y \cos \hat{\theta} - Z^T X \sin \hat{\theta} = 0 \quad \dots (9)$$

Ovo predstavlja nelinearnu jednačinu, tako da rešenje ne može da se dobije u zatvorenom obliku. Klasičnom smenom $\text{tg}(\theta/2) = t$ rešavanje jednačine se svodi na nalaženje nula polinoma četvrtog stepena. U opštem slučaju jednačina može da ima 4 rešenja, odnosno funkcija verodostojnosti može da ima dva maksimuma pa je potrebno za ML procenu izabrati globalni maksimum.

Jednačina (9) može se napisati u nešto preglednijem obliku:

$$K \sin(2\hat{\theta} - 2\phi_2) + \sin(\hat{\theta} - \phi_1) = 0 \quad \dots (11)$$

$$K^2 = \frac{(X^T Y)^2 + 0.25(X^T X - Y^T Y)^2}{(Z^T Y)^2 + (Z^T X)^2} \quad \dots (12)$$

$$\text{tg} 2\phi_2 = \frac{2X^T Y}{X^T X - Y^T Y} \quad \dots (13)$$

$$\operatorname{tg} \phi_1 = \frac{Z^T Y}{Z^T X} \quad \dots (14)$$

Za slučaj da je odnos signal-šum dovoljno veliki, jednačinu (11) možemo aproksimirati obrascem:

$$K(2\hat{\theta} - 2\phi_2) + \hat{\theta} - \phi_1 = 0 \quad \dots (15)$$

čije je rešenje:

$$\hat{\theta} = \frac{2K\phi_2 + \phi_1}{2K+1} \quad \dots (16)$$

Ovaj rezultat može da se posmatra kao srednja vrednost procene ML za slučaj da nema vektora merenja Z, [2], i korekcije procene zbog poznavanja vektora merenja Z.

4. CR GRANICA

Da bi izračunali CR granicu potrebno je prvo da odredimo elemente Fisher-ove Informacione matrice J. Fisher-ova matrica J data je jednačinom:

$$J = E \{ [\nabla \ln P(X, Y, Z | \theta, A)] \cdot [\nabla \ln P(X, Y, Z | \theta, A)]^T \} \quad \dots (17)$$

gde je:

$$\nabla \ln P(X, Y, Z | \theta, A)$$

dato jednačinom (7).

Koristeći se pretpostavkom da su šumovi beli i medjusobno nekorelisani i iste varijanse, odnosno jednačinom:

$$E (N_i N_k^T) = \delta_{ik} \sigma^2 \quad \dots (18)$$

gde je δ_{ik} Kronecker-ova delta funkcija, a σ^2 varijansa šumova, dobija se informaciona matrica J:

$$J = \frac{1}{\sigma^2} \begin{bmatrix} A^T A & 0 \\ 0 & 2I \end{bmatrix} \quad \dots (19)$$

odnosno J^{-1} :

$$J^{-1} = \sigma^2 \begin{bmatrix} \frac{1}{A^T A} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} I \end{bmatrix} \quad \dots (20)$$

Ako sa σ_{BCR}^2 označimo CR granicu varijanse procene azimuta, tada iz (20) sledi:

$$\sigma_{BCR}^2 = \frac{\sigma^2}{A^T A} \quad \dots (21)$$

Odatavde se vidi da je varijansa procene obrnuto proporcionalna odnosu signal-šum i broju odmeraka.

5. ZAKLJUČAK

U radu je izložena procena parametara radio-izvora, azimuta i jačine polja, metodom maksimalne verodostojnosti. Razmatran je slučaj kada je pored korisnog signala prisutan beli nekorelisani šum. Izračunata je CR granica estimatora i dato je približno rešenje za veliki odnos signal/šum. Dalji rad na ovoj temi treba da pokaže odnos procene varijanse i CR granice na simuliranim vremenskim nizovima signala, kao i testiranje pomeraja procene. Osim toga, interesantan je slučaj ML estimacije u slučaju kada je šum u trećem kanalu Z, korelisani sa šumovima u ostalim kanalima.

6. LITERATURA .

- [1] Gething, P.J.D.: "Radio Direction Finding and Resolution of Multicomponent Wave-Fields", Peter Peregrinus Ltd.
- [2] M. Aleksić, A. Zavaljevski, P. Djurić: "Procesor azimuta sa signal procesorom TMS32010", Informatika, Jahorina, 1986.
- [3] I.N.El-Behery, R.H. Macphie: "Radio Source Parameter Estimation by Maximum Likelihood Processing of Variable Baseline Correlation Interferometer Data", IEEE on Antennas and Propagation, No. 2, March 1976.
- [4] Van Trees, H.L.: "Detection, Estimation, and Modulation Theory", John Wiley, New York, 1968.