

Zlatko Zografski  
Mašinski fakultet  
Karpoš II, bb, 91000 Skopje

NOVA EFIKASNA METODA ZA PLANIRANJE  
SIGURNIH TRAJEKTORIJA ZA PLANARNA  
KRETANJA ROBOTA

A NEW EFFICIENT ALGORITHM FOR PLANNING COLLISION-  
AVOIDING TRAJECTORIES FOR PLANAR ROBOT MOTIONS

SAHRŽAJ - U radu je prezentirana nova metoda za planiranje bezbednih trajektorija kretanja robota kroz prostore sa preprekama. Metoda pripada grupi metoda koje koriste eksplicitno izračunavanje slobodnih i zabranjenih oblasti u radnom prostoru. Glavni rezultat rada je nova reprezentacija slobodnog prostora i razvoj vrlo efikasnog algoritma za nalaženje minimalnih trajektorija koje potpuno leže u njemu.

ABSTRACT - In this paper a new method for planning safe trajectories for robot motions through cluttered space is presented. The method uses an explicit computation of free and forbidden regions in robot's Configuration Space. The main result of this work is a new representation of free space and a very efficient algorithm for finding minimal trajectories lying entirely in free space.

I. UVOD

Problem planiranja kretanja robota podrazumeva prevodjenje simboličkog opisa zadatka u sekvencu eksplicitnih komandi za pokretanje mehanizma koji obavlja zadatak. Jedan od centralnih problema je sinteza trajektorije kretanja koja izbegava sudare sa preprekama u radnom prostoru robota. Algoritmi za izbegavanje prepreka svrstavaju se u tri grupe [2] : 1) hipoteza i test, 2) funkcija kazne, 3) eksplicitno pretstavljanje slobodnog prostora. Osnovne karakteristike poslednje grupe metode su:

- računanje slobodnih i zabranjenih zona u radnom prostoru robota, preko geometrijske transformacije prostora u eksplicitno određene konfiguracije robota koje su bezbedne, ili dovode do sudara,

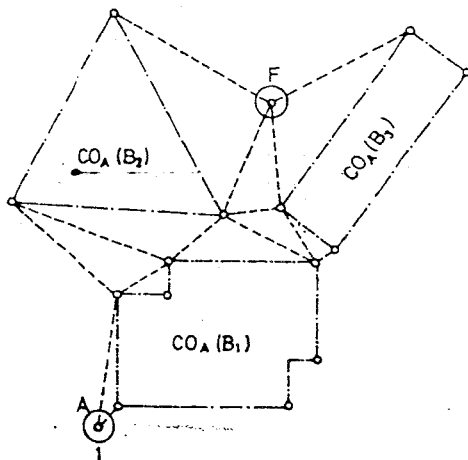
- traženje puta od početne do krajnje konfiguracije, koji potpuno leži u slobodnom prostoru.

U ovom radu je predstavljen novi algoritam za planiranje kretanja koji koristi eksplicitno izračunavanje slobodnog prostora. Glavni rezultat rada je nova reprezentacija slobodnog prostora i razvoj vrlo efikasnog algoritma za nalaženje minimalnih trajektorija koje potpuno leže u njemu.

## 2. GEOMETRIJSKA TRANSFORMACIJA RADNOG PROSTORA

Formulacija proglema glasi: dat je poligonalni objekt A u dvodimenzionalnoj otvorenoj oblasti V, i kolekcija poligonalnih linija  $B_i$  (prepreke). Potrebno je naći put bez sudara sa preprekama, kojim se kreće telo A od početne konfiguracije I do krajnje F.

Mozemo odrediti ograničenje na moguće konfiguracije objekta A koje bi izazvale sudare sa preprekama  $B_i$ . Takve zabranjene zone u konfiguracijskom prostoru robota nazivaju se konfiguracijske prepreke  $CO_A(B_i)$ . Kad se one eksplicitno odrede, moguće je jednostavno odrediti slobodni prostor kao komplement unije svih  $CO_A(B_i)$ ,  $(\cup CO_A(B_i))^C$ .



Sl. 1. Konfiguracijski prostor i prepreke

Interesnatnu mogućnost za pretstavljanje slobodnog prostora pruža Voronoejev dijagram ([1], [4]), koji je definisan kao geometrijsko mesto  $V(S)$  tačaka u ravni, koje su najbliže zadanom skupu tačaka i linija  $S$  (u ovom slučaju preprekama). Voronoejev dijagram je mreža konveksnih poligona koja pokriva slobodni prostor. Dualna struktura Voronoejevom dijagramu  $V(S)$  je trijangulacioni graf prikazan na slici 1. Za računanje kompliciranih struktura  $V(S)$  i  $Tri(S)$  postoje efikasni algoritmi, čija je kompleksnost  $O(N \log_2 N)$  [4].

### 3. PRETSTAVLJANJE SLOBODNOG PROSTORA

Voronoejev dijagram i trijangulacija mogu da posluže kao dobra reprezentacija slobodnog prostora u cilju nalaženja minimalnog sigurnog puta. Teorisku osnovu za to daje konstatacija da je minimalno obuhvatno stablo skupa Voronoejevih tačaka podskup grafa trijangulacija. Da bi se to pokazalo može se iskoristiti koretnost Primovog algoritma za nalaženje minimalnog stabla.

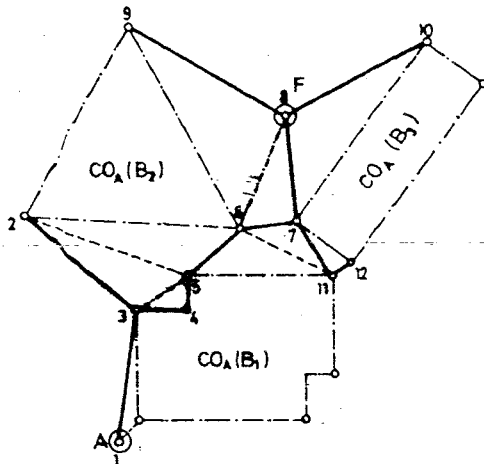
Algoritam gradi minimalno stablo sukcesivnim dodavanjem jedne po jedne grane stablu, počevši od grane minimalne dužine. Sledeća grana  $(i, j)$  koja se uključuje bira se na taj način, da je  $i$  čvor koji je već uključen u stablo,  $j$  je čvor koji još nije uključen, a rastojanje  $d(i, j)$  je minimalno između svih parova  $(k, l)$  gdje  $k$  pripada stablu, a  $l$  ne.

1. Početak: sve tačke su neoznačene sem proizvoljne početne tačke  $P$
2. WHILE (Neke tačke su još uvek neoznačene) DO BEGIN
  - Nadji najkraću granu koja spaja označenu tačku  $P$  sa nekom neoznačenom tačkom  $Q$ ;
  - Dodaj granu  $(P, Q)$  stablu;
  - Označi  $Q$ ;

END

Da bi se pokazalo da je minimalno obuhvatno stablo skupa tačaka  $S$  (pod Euklidskom metrikom) subgraf trijangulacionog grafa  $Tri(S)$ , utvrdimo da svaka grana pridodata stablu u koraku 2 Primovog algoritma pripada grafu  $Tri(S)$ . Ako se posmatra bilo koji

podskup tačaka  $U$  od  $S$ , najkraći segment koji spaja neku tačku  $u \in U$  sa tačkom  $v \in S-U$  mora da pripada  $\text{Tri}(S)$ . Jasno je, naime, da segment  $uv$  mora da preseca bar jednu ivicu Voronojevog dijagrama  $V(S)$ , jer počinje u  $V(u)$ , a završava u  $V(v)$ . Poligoni  $V(u)$  i  $V(v)$  moraju biti susedni jer bi inače segment  $uv$  presecao i neki poligon  $V(t)$  pa bi važio ili  $tu < tv$  ili  $tv < uv$ , što protivreči hipotezi daje  $uv$  najkraći. Budući da su  $V(u)$  i  $V(v)$  susedni, oni imaju zajedničku stranicu, pa je i segment  $uv$  grana dualnog grafa  $\text{Tri}(S)$ .

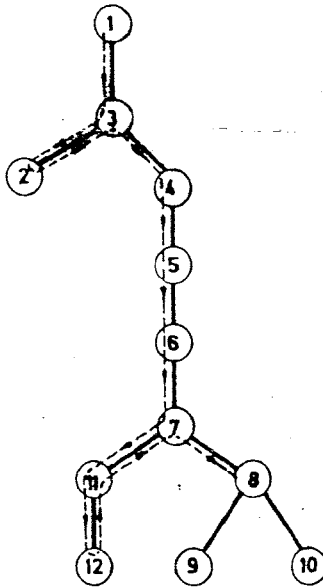


Sl.Ž. Minimalno obuhvatno stablo

Koristeći osobine da se dual  $\text{Tri}(S)$  može dobiti iz Voronojevog dijagrama  $V(S)$  u vremenu  $O(N)$  jednostavnim spajanjem parova tačaka koje definiraju Voronojeve ivice, i da je  $\text{Tri}(S)$  planarni graf [4], njegovo minimalno obuhvatno stablo se može takođe naći u linearnom vremenu [4], [6]. Minimalno stablo grafa  $\text{Tri}(S)$  sa slike 1. prikazano je na slici 2.

## 4. PRETRAŽIVANJE MINIMALNOG OBUHVATNOG STABLA

Minimalno obuhvatno stablo skupa tačaka  $S$  sadrži i put koji spaja početnu i krajnu konfiguraciju pokretanog objekta  $A$ , kao određeni podskup grana minimalnog stabla. Da bi se takav put dobio, potrebno je primeniti bilo koji metod za pretraživanje stabala. Ovde je primenjeno pretraživanje u dubinu  $|5|$  (sl.3) Prvenstvo kod ispitivanja ima najlevije neispitano podstablo a u slučaju neuspeha kontrola se vraća za jedan čvor unatrag, i ispituje preostala podstabla. (U primeru datom u radu je slučajno minimalno obuhvatno stablo binarno. To u opštem slučaju ne važi, ali to uopšte ne utiče na korektnost i efikasnost algoritma za pretraživanje).



Sl. 3. Pretraživanje minimalnog stabla

Korišćenje minimalnog stabla kao strukture koju treba pretražiti izbegava najveći problem kod algoritama za pretraživanje: kombinatoričnu eksploziju. Ovde je ona izbegnuta na jednostavan način: ukupan broj čvorova koje treba ispitati u

minimalnom stablu ne može biti veći od  $N$ , a postupak za pretraživanje i struktura stabla garantuju da niti jedan čvor ne mora da bude ispitan više od jedanput. Zaključujemo da je kompleksnost faze pretraživanja u linearnoj zavisnosti od broja ulaznih podataka (tačaka poligona  $B_1$ ).

Trajektorija dobijena pretraživanjem minimalnog stabla sastoji se od skupa pravolinijskih segmenata koji su podskup grana stabla. Budući da minimalno stablo potpuno leži u slobodnom prostoru, što proizlazi iz načina njegovog konstruisanja, takodje i cela trajektorija leži u slobodnom prostoru.

Iz slike 2 vidi se da trajektorija nadjena pretraživanjem minimalnog stabla nije minimalna. Minimalna trajektorija se dobija ako se zamene puni segmenti iscrtanim. Postupak minimizacije opisan je detaljnije u [1]. Ovde je dovoljno reći da je i njegova kompleksnost linearna.

## 5. ZAKLJUČAK

Opisani postupak za planiranje bezbednih i minimalnih trajektorija primenljiv je za transferna kretanja robota, kod kojih je primarni cilj postizanje zadate konfiguracije bez sudara sa telima u radnom prostoru. Ograničujući faktor ovog postupka je njegova primenljivost na planarna kretanja sa dva stepena slobode. Medjutim, veliki broj rototских zadataka u praksi svodi se na gornji slučaj, a posebno su važne dve aplikacije: planiranje i optimizacija kretanja glava numeričkih upravljanih mašina u obradi metala, i kretanje mobilnih robota u prostorijama sa preprekama kao što su industrijske hale i skladišta.

Postupak transformacije geometrije radnog prostora u konfiguracijski prostor pokretanog objekta kao i nalaženje trajektorije pomoću pretraživanja minimalnog obuhvatnog stabla je vrlo efikasan pod uslovom da su prepreke u konfiguracijskom prostoru pretstavljene poligonima. U tom slučaju je efikasnost celokupnog algoritma (transformacija prostora + kalkulacija trajektorije) reda  $O(N \log_2 N)$ , za razliku od ranijih algoritama [2], [3], koji primenjeni na ovaj slučaj imaju kompleksnost  $O(N^2 \log_2 N)$ . Snižavanje reda kompleksnosti izračunavanja, koje se postiže predloženim

algoritmom, je značajna jer uklanja poligonalnu reprezentaciju kao ograničavajući faktor, naime složeniji krivolinijski objekti se mogu aproksimirati pomoću poligona sa dovoljno velikim brojem tačaka koji se zatim mogu efikasno obraditi ovim algoritmom.

## 6. LITERATURA

- [1] . Z. Zografski: "Planiranje kretanja robotskih mehanizama pomoću Voronojevih dijagrama", XXVIII konferencija ETAN, Split 1984, II sveska, pp.503-510.
- [2] . T. Lozano-Perez: "Task Planing" u Robot motion: Planning and Control, MIT Press, Cambridge, Mass.1983.
- [3] . T. Lozano-Perez, M.Wesley: "An algorithm for planning collision-free paths among polyhedral obstacles", Comm.ACM, Vol.22, No.10. Oct.1979, pp.560-570.
- [4] . M.I. Shamos: "Computational geometry" PhD dissertation, Dept.of Computer Science, Yale University, 1978.
- [5] . N. Nilsson: Principles of Artificial Intelligence, Tioga Pullisling Co., Palo Alto, 1980.
- [6] . J. Bentley, M. Friedmann: "Fast algorithms for constructing minimal spanning trees in coordinate spaces", IEEE Trans. Computers, Vol.27, No.2, Feb. 1978.