

Miodrag M. Djordjević
 Slobodan Joksimović
 Institut bezbednosti, Beograd

DIGITALNI ADAPTIVNI FILTAR NA BAZI LMS ALGORITMA

A DIGITAL ADAPTIVE FILTER BASED ON LMS ALGORITHM

SADRŽAJ - Prikazana je realizacija digitalnog adaptivnog filtra, koji za podešavanje koeficijenata koristi Widrow-Hoff-ov LMS algoritam. Pored toga, opisan je princip adaptivnog filtriranja i data teorijska osnova korišćenog algoritma adaptacije.

ABSTRACT - In this paper a realisation of digital adaptive filter is presented, which uses Widrow-Hoff-LMS algorithm for updating of filter coefficients. Also, a concept of adaptive filtering as well as some theoretical basis for adaptation algorithm are given.

1. UVOD

Detekcija i estimacija informacionog signala maskiranog smetnjom najčešće se ostvaruje propuštanjem takvog signala kroz neki filter, koji treba da eliminiše smetnju uz što manju degradaciju korisnog signala. Ovi filteri mogu biti fiksni ili adaptivni. Upotreba fiksnih filtera zahteva prethodno poznavanje karakteristika signala i smetnje; pored toga, neefikasna je njihova primena u slučaju nestacionarne smetnje, kada bi transfer karakteristika filtera trebala da prati ovu nestacionarnost.

Adekvatno rešenje se nalazi u primeni adaptivnih filtera, kod kojih se karakteristika prenosa automatski podešava, po nekom algoritmu adaptacije, pri čemu nije neophodno a priori poznavanje karakteristika signala i smetnje.

U radu se daje princip adaptivnog filtriranja, teorijska osnova primenjenog algoritma adaptacije kao i prikaz realizacije digitalnog adaptivnog filtra na bazi Widrow-Hoff-ovog LMS algoritma.

2. PRINCIP ADAPTIVNOG FILTRIRANJA

Pod pojmom šuma, koji filtriranjem treba eliminisati, podrazumevaju se razne vrste aditivnih smetnji, kao i sve forme interferencija signala, koji mogu biti determinističke ili stohastičke, stacionarne ili nestacionarne prirode.

Na sl.1 prikazan je osnovni princip adaptivnog filtriranja signala, koji zahteva dva ulaza: "primarni" i "referentni". Na primarni ulaz dovodi se signal s degradiran smetnjom n_0 a na referentni ulaz "uzorak" smetnje n_1 , koja je korelisana na neki način sa smetnjom iz primarnog kanala. Adaptivni filter obradjuje šum n_1 tako da izlaz filtra z što bolje aproksimira šum n_0 . Kako je izlaz sistema jednak $\hat{z} = s + n_0 - z$, jasno je da na izlazu ostaje samo komponenta signala s.

Fizičko tumačenje funkcije adaptivnog filtra je sledeće: filter svojom karakteristikom prenosa kompenzuje razliku u transmissionim funkcijama "kanala" kojima od izvora šuma do primarnog, odnosno referentnog ulaza, dolaze smetnje n_0 odnosno n_1 .

Adaptivni filter automatski podešava svoju funkciju prenosa u zavisnosti od signala greške \hat{z} na bazi odgovarajućeg algoritma adaptacije. Korišćeni algoritam sastoji se u minimizaciji totalne izlazne snage sistema, odnosno u adaptivnoj minimizaciji srednje kvadratne greške ("Least-mean-square error") na izlazu sistema, poznat iz literature kao LMS algoritam.

3. ADAPTIVNI LMS ALGORITAM

Osnovna komponenta većine adaptivnih sistema je linearni adaptivni kombinator, prikazan na sl.2 [1]. Izlaz kombinatora z_j , u vremenskom intervalu j, jednak je proizvodu vektora ulaznog signala Y_j i vektora težinskih koeficijenata W , koji se postavljaju odredjenim algoritmom adaptacije, tj., $z_j = Y_j^T W = W^T Y_j$. Indeks T u eksponentu označava transponovan vektor. Greška koju čini kombinator dajući na izlazu vrednost različitu od očekivanog odziva d_j , data je sa:

$$\hat{z}_j = d_j - z_j = d_j - Y_j^T W = d_j - W^T Y_j \quad (1)$$

Adaptivni LMS algoritam (blok na sl.2) podešavanjem težinskih koeficijenata minimizira srednje-kvadratnu grešku. Opšti izraz za srednje-kvadratnu grešku, pod pretpostavkom da su ulazni signal i željeni odgovor statistički stacionarni a težinski koeficijenti fiksni, dobija se kvadriranjem relacije (1) i usrednjavanjem. Rezultat je dat izrazom (2):

$$E[\hat{z}_j^2] = E[d_j^2] - 2 E[d_j Y_j^T] W + W^T E[Y_j Y_j^T] W \quad (2)$$

Vidi se da je greška kvadratna funkcija od težinskih koeficijenata i može se predstaviti konkavnom hiperboloidnom površinom. Podešavanje težinskih koeficijenata radi minimiziranja greške adekvatno je silaženju po ovoj površini do njenog minimuma. Adaptacija koeficijenata vrši se gradijentnim metodom. Ako se u izraz (2) uvede vektor P , koji predstavlja kros-korelaciju skalara d_j i vektora Y_j , tj. $P = E[d_j Y_j]$ i ulazna korelaciona matrica R , data sa $R = E[Y_j Y_j^T]$ za gradijent funkcije greške, posle diferenciranja relacije (2), dobija se:

$$\text{grad}[e(j)] = -2P + 2RW \quad (3)$$

gde $e(j)$ predstavlja funkciju greške, tj. $e(j) = E[\xi_j^2]$.

Optimalan vektor težinskih koeficijenata W^* , često se naziva Wiener-ov težinski vektor, dobija se postavljanjem gradijenta na nulu, što daje $W^* = R^{-1}P$, gde R^{-1} predstavlja inverznu matricu matrice R .

LMS adaptivni algoritam praktično se mora realizovati u realnom vremenu pa je stoga nepogodno egzaktno meriti korelacione funkcije i vršiti matricnu inverziju. Za aproksimativno rešenje vektora W^* dovoljno je naći estimaciju gradijenta funkcije greške.

LMS algoritam je realizovan iterativnim postupkom; naime, sledeća vrednost težinskog vektora W_{j+1} jednaka je prethodnoj vrednosti W_j uvećanoj za promenu koja je proporcionalna negativnom gradijentu, odnosno:

$$W_{j+1} = W_j - \mu \text{grad}[e(j)] \quad (4)$$

Gradijent može biti aproksimiran konačnim vremenom usrednjavanja u intervalima od K odmeraka [2], što je dato relacijom:

$$\text{grad}[e(j)] \approx -\frac{2}{K} \sum_{k=j+1-K}^j \xi_k Y_k \quad (5)$$

Postupak se naziva korelacioni algoritam. Grublja aproksimacija gradijenta dobija se izostavljanjem usrednjavanja, tj. za $K = 1$, i tada je:

$$\text{grad}[e(j)] \approx -2E_j Y_j \quad (6)$$

Uvodjenjem u izraz (4) aproksimativne vrednosti gradijenta datog izrazom (6), umesto prave vrednosti gradijenta, dobija se relacija Widrow-Hoff-ovog LMS algoritma, koji predstavlja algoritam stohastičke iteracije:

$$W_{j+1} = W_j + 2\mu \xi_j Y_j \quad (7)$$

Parametar μ je faktor koji kontroliše stabilnost i brzinu konvergencije procesa a konačno određuje i rezidualnu grešku kod estimacije izlaznog signala. Parametar (konstanta) μ , koji se naziva faktor konvergencije, može imati vrednost veću od 0a manju od recipročne vrednosti najvećeg elementa u

glavnoj dijagonali ulazne korelacione matrice R.

4. ELEMENTI RELEVANTNI ZA REALIZACIJU ADAPTIVNOG FILTRA

Widrow je pokazao da se efikasan adaptivni filter može realizovati primenom transverzalnog filtra konačne dužine. Broj težinskih koeficijenata filtra, odnosno njegova dužina, zavisi od zahteva konkretne primene. Medjutim, više težinskih koeficijenata u filtru bolje aproksimira idealan Wiener-ov filter, ali s druge strane, veći broj koeficijenata usporava adaptivan proces.

Na sl.3 je prikazan opšti oblik adaptivnog filtra sa IMS algoritmom na bazi transverzalnog filtra.

Navedimo sada osnovne elemente praktičnog projektovanja transverzalnog filtra. Elementarno vreme kašnjenja u liniji za kašnjenje ("tapped delay line") mora biti manje ili jednako recipročnoj vrednosti dvostrukog frekventnog opsega ulaznog signala; ukupna dužina linije, tj. ukupno njeno kašnjenje, određeno je recipročnom vrednošću željene frekventne rezolucije filtra. Iz ovoga sledi da je broj koeficijenata, odnosno broj stepeni, transverzalnog filtra veći ili jednak dvostrukom odnosu širine propusnog opsega ulaznog filtra i željene frekventne rezolucije transverzalnog filtra.

Osnovnu konfiguraciju adaptivnog filtra sa sl.3 moguće je praktično realizovati na razne načine : u analognoj, hibridnoj (analogno-digitalnoj) ili čistó digitalnoj tehnici. Medjutim, digitalnom tehnikom se najezaktnije može sprovesti željeni algoritam obrade, a pored toga, moguće je napraviti fleksibilniji sistem upogledu variranja njegovih parametara.

Digitalna realizacija podrazumeva rad sa digitalnim signalima, tj., digitalizovanim primarnim i referentnim signalima, pri čemu se kompletna obrada, odnosno sve aritmetičke operacije, obavljaju na nivou digitalnih signala.

Specifičnost digitalne realizacije adaptivnog transverzalnog filtra je u tome što se koeficijenti filtra i konvolucioni proizvodi $w_i y_d(j-iT)$ dobijaju sekvencijalno u N podintervala između dva odmerka ulaznog signala, pri čemu je fizički potrebna samo jedna korelaciona petlja, za razliku od klasičnog rešenja (sl.3), gde je potrebno N korelacionih petlji.

5. REALIZACIJA DIGITALNOG ADAPTIVNOG FILTRA

Na sl.4 je prikazana blok šema konkretne realizacije digitalnog adaptivnog filtra.

Filter je realizovan modularno [3]. U ulazno-izlaznom modulu (modul "A") najpre se vrši A/D konverzija oba ulazna signala preko jednog A/D konvertora, pri čemu se oni dovode preko analognog multipleksera. Digitalizovani odmerci primarnog i referentnog signala smeštaju se u registre X i Y.

Digitalizovan referentni signal Y_{dk} , iz bloka za kašnjenje signala (modul "C"), vodi se na digitalni adaptivni transverzalni filter. On je realizovan u više (M) identičnih modula (moduli "B_m") sa ugrađenim LMS algoritmom.

U promenljivoj memoriji RAM1, koja igra ulogu pomeračkog registra, drži se N-1 odmeraka referentnog signala $y_d(j-iT)$, dok se u memoriji RAM2 drži N težinskih koeficijenata filtra w_i . Cirkulisanje podataka u ovom modulu obavlja se učestanošću Nf_s , gde je f_s učestanost odmeravanja ulaznih signala. Na izlazu množača/akumulatora M_2 , koji obavlja konvoluciju odmeraka referentnog signala i koeficijenata filtra, dobija se posle svakog intervala $T_s=1/f_s$ odmerak M-tog dela estimacije signala z_{dm} ($m=1, \dots, M$). Naime, ako se koristi maksimalna dužina transverzalnog filtra, tj. ako su uključeni svi moduli, odmerak estimacije šuma z_d je: $z_d = z_{d1} + \dots + z_{dM}$. Ovi moduli rade u paralelnom režimu, pri čemu ulazni signal u prvi modul predstavlja digitalni signal iz bloka za kašnjenje (Y_{dk}), dok se za ostale module signal dovodi iz prethodnog modula, odnosno signal Y_{dk} zakašnjen za dužinu (broj stepeni) modula koji prethodi.

Kako memorija RAM1 sadrži N-1 odmeraka signala Y_{dk} , to se posle svakog N-tog impulsa takt signala učestanosti Nf_s u RAM1 upisuju novi odmerak. Na taj način se formira nova sekvenca odmeraka $y_d(j-iT)$, koja daje novi odmerak z_d .

Izračunavanje koeficijenata w_i , preko LMS algoritma, realizuje se: množačem M1, sabiračem SW i "digitalnim atenuatorom" MUX. Ovi sklopovi obavljaju aritmetičke operacije date relacijom (7). U množaču M1 se množe odmerci referentnog signala $y_d(j-iT)$ sa odmercima greške $\mathcal{E}_d(j)$. U sabiraču SW dobijaju se naredne vrednosti težinskih koeficijenata $w_i(j+1)$ kao suma prethodnih vrednosti $w_i(j)$ i proizvoda dobijenog iz množača, koji se prethodno "propušta" kroz digitalni atenuator. Naime kako se radi sa binarnim podacima to su za faktor konvergencije μ izabrane vrednosti koje su stepena 2, tj. 2^{-n} pa se množenje sa μ svodi na odredjen broj (n) pomeranja binarnog broja u desno, pomoću multipleksera MUX (sl.4).

Binarne vrednosti odmeraka signala greške $\mathcal{E}_d(j)$ dobijaju se iz modula "C". Ovdje se vrši oduzimanje estimiranih odmeraka z_d od odmeraka ulaznog primarnog signala X_{dk} , tj., $\mathcal{E}_d(j) = x_d(j) - z_{d1}(j) - \dots - z_{dM}(j)$. Pre dovodjenja signala X_{dk} na sumator, on se vodi na programabilnu digitalnu liniju za kašnjenje. Njena uloga je dvostruka: pre svega, pošto nekauzalni filteri nisu fizički izvodljivi u sistemima sa radom u realnom vremenu, oni se mogu učiniti kauzalnim primenjujući zakašnjenju formu signala; pored toga, linijom za kašnjenje se kompenzuje razlika u kašnjenju primarnog i "referentnog" šuma od izvora

smetnje.

Signal greške $\xi_d(j)$ predstavlja, s jedne strane, "kontrolni" signal LMS algoritma a, s druge strane, estimaciju informacionog signala s iz ulaznog primarnog signala x, tako da se digitalizovani odmerci jednim delom vode paralelno na odgovarajuće ulaze svih modula transverzalnog filtra, dok drugim delom idu na D/A konvertor, smešten na ulazno-izlaznom modulu ("A").

Poslednji modul realizovanog digitalnog adaptivnog filtra, na sl.4 označen kao modul "D", predstavlja "kontrolnu jedinicu", koja daje sve potrebne kontrolne i takt signale neophodne za njegovo funkcionisanje.

Osnovne tehničke karakteristike adaptivnog filtra

- Ulazni ("antialiasing") i izlazni (rekonstrukcioni) filteri: 0 - 4 kHz,
- Učestanost odmeravanja ulaznih signala f_s : 13,8 kHz,
- Aritmetika: 16-bitna sa brojevima u 2. komplementu
- Modul (B_m): tranverzalni filter 128-og reda,
- Dobitak u odnosu signal/šum kod detekcije periodičnih signala iz belog šuma: veći od 20 dB.

Detaljniji rezultati laboratorijskih ispitivanja digitalnog adaptivnog filtra, čija je realizacija opisana u ovom radu, dati su u drugom radu [4].

6. ZAKLJUČAK

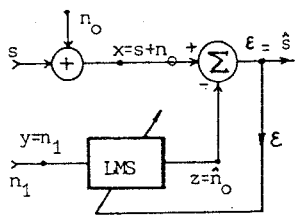
Prikazana realizacija digitalnog adaptivnog filtra u konfiguraciji sa dva ulaza, primarnim i referentnim, daje vrlo dobre efekte u detekciji periodičnih signala u šumu [4]. Neophodni uslovi koje je potrebno obezbediti za efikasno adaptivno filtriranje signala na bazi LMS algoritma mogu se sumirati na sledeći način: da su smetnje na primarnom i referentnom ulazu korelisane; da su one nekorelisane sa korisnim signalom u primarnom kanalu; i da je informacioni signal zanemarljivo mali u referentnom kanalu.

Princip adaptivnog filtriranja, na bazi prezentiranog rešenja obrade na nivou digitalnih signala, moguće je primeniti u raznim slučajevima: kod estimacije i detekcije raznih vrsta signala degradiranih smetnjom, kod eliminisanja eha u telefonskom kanalu kod vrlo dugih transmisionih linija, za ekvalizaciju kanala za prenos podataka i sl.

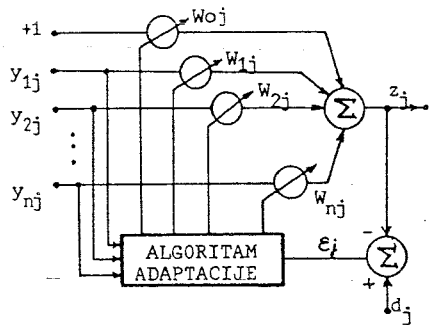
Šira praktična primena adaptivnog filtriranja, na bazi digitalne obrade signala, može se očekivati značajnijim prodorom najsavremenijih integrisanih kola sa vrlo velikim stepenom integracije (VLSI) i velikim brzinama rada, reda 200 ns, kao na primer procesora za obradu signala: NEC μ D7720 ili TMS 320 firme Texas Instruments.

L I T E R A T U R A

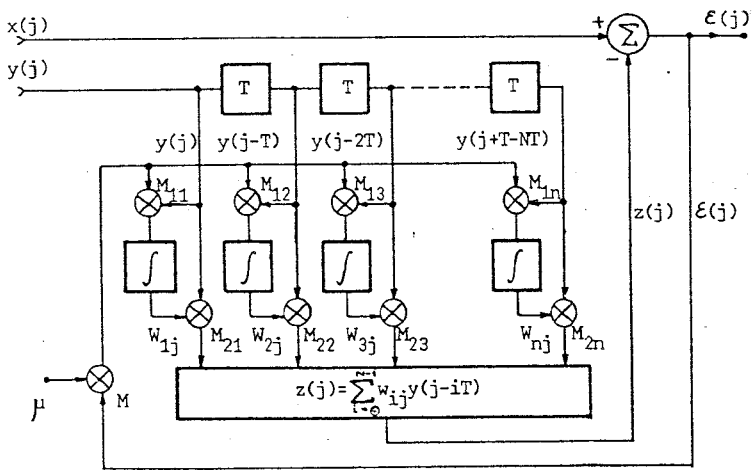
1. B. Widrow et al.: "Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications", Proc. of the IEEE, Vol 63, No 12, dec. 1975, pp 1692-1716.
2. N. Verhoeck et al.: "Digital Echo Cancellation for Baseband Data Transmission", IEEE Trans. on ASSP, Vol ASSP-27, No 6, dec. 1979, pp 768-781.
3. J. G. McWhirter et al.: "A Digital Adaptive Noise-Canceller Based on a Stabilized Version of the Widrov LMS Algorithm", IEEE International Conference on ASSP, Pariz, maj 1982, Vol 3, pp 1394-1397.
4. S. Joksimović, M. Djordjević: "Primena digitalnog adaptivnog filtra za detekciju periodičnih signala", XXIX Konferencija ETAN-a, Niš, jun 1985.



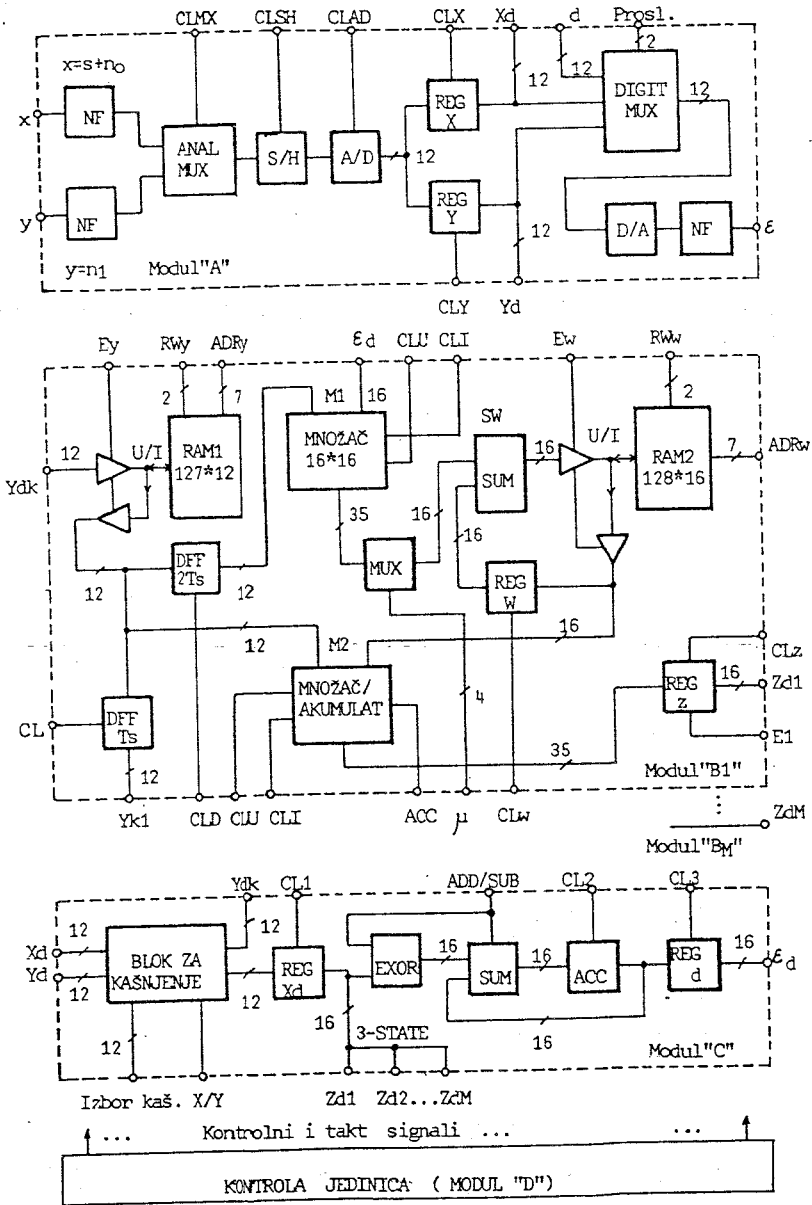
Sl.1- Princip adaptivnog filtriranja signala



Sl.2- Adaptivni linearni kombinator



Sl.3- Adaptivni filter na bazi transverzalnog adaptivnog filtra sa LMS algor.



Sl.4- Blok šema realizovanog digitalnog adaptivnog filtra