

Nela Zavaljevski  
Institut "Boris Kidrič", Vinča  
OOUR Institut za nuklearnu energetiku i tehničku fiziku

PRIMENA TEORIJE PERTURBACIJE I LINEARNOG PROGRAMIRANJA  
NA OPTIMIZACIJU NAČINA RUKOVANJA GORIVOM U REAKTORU

THE APPLICATION OF PERTURBATION THEORY AND LINEAR  
PROGRAMMING TO IN-CORE FUEL MANAGEMENT OPTIMIZATION

SADRŽAJ-Formulisana je linearni model optimizacije načina rukovanja gorivom u nuklearnom reaktoru. Linearizacija ograničenja reaktivnosti izvršena je teorijom perturbacije. Model je ispitan na primeru minimalnog utroška svežeg goriva u reaktoru.

ABSTRACT-A linear model for in-core fuel management optimization is formulated. Reactivity constraints are linearized by means of perturbation theory. Model is tested for the case of minimal consumption of fresh fuel in reactor.

### 1. Uvod

Optimizacija načina rukovanja nuklearnim gorivom je složen problem sa stanovišta matematičke teorije optimizacije s obzirom na veliki broj promenljivih stanja i prisustvo raznih vrsta ograničenja. Zato je egzaktno rešavanje globalnog optimizacionog problema praktično nemoguće, a problem se može rešiti na dva načina: ili izvršiti krajnje uprošćenje modela sistema i tražiti globalni optimum ili zadržati realnu reprezentaciju sistema, a problem razbiti na niz podproblema čije rešenje je pristupačno pa tražiti uslovni optimum.

U teoriji optimizacije najvažnije su dve metode za određivanje globalnog optimuma: princip maksimuma Pontrjagina/1/ i dinamičko programiranje Bellmana/2/. Primena principa maksimuma Pontrjagina u optimizaciji reaktorskih parametara prikazana je u monografiji Rudika/3/. Uglavnom su rešavani jednos -

tavniji problemi optimizacije pošto je formalizam principa maksimuma i sam složen. Zbog toga princip maksimuma Pontrjagina u optimizaciji gorivnog ciklusa ima ograničenu primenu. Dinamičko programiranje se dosta koristi u optimizaciji reaktorskih parametara jer je formulisano i razvijeno za optimizaciju višestepenih procesa kakav je nuklearni gorivni ciklus. Kod složenijih sistema i većeg broja upravljanja i ograničenja pojavljuje se problem dužine proračuna i računarske memorije, koji se eksponencijalno uvećavaju sa brojem upravljanja.

Zbog toga se u optimizaciji nuklearnog gorivnog ciklusa koriste najviše aproksimativne metode, koje ne daju stvarni već uslovni optimum, a u mnogim slučajevima samo poboljšanja u odnosu na neko izabrano stanje. Linearizacija programa/4/ se pokazalo kao vrlo efikasno i pored problema koje unosi linearizacija modela. Nelinearnost se prevazilazi iterativnom primenom linearnog programiranja što vodi do raznih varijanti metoda sukcesivne linearizacije /5/, /6/.

U našem institutu se već duže vreme radi na razvijanju paketa programa za analizu nuklearnog gorivnog ciklusa/8/. Jedna od aktivnosti je i usvajanje metodologije optimizacije i izbor pogodne metode za razvoj sopstvenih programa optimizacije gorivnog ciklusa/9/. U tom cilju je ispitana mogućnost primene linearnog programiranja na neke probleme gorivnog ciklusa i napravljen numerički program SNOOPY koji povezuje program IZGOR/10/ sa modulom linearnog programiranja zasnovanim na modifikovanoj simplex metodi. Algoritam programa SNOOPY i rezultati test proračuna prikazani su u ovom radu.

## 2. Linearizovani optimizacioni model bez uračunavanja ograničenja snage

Neutronske-fizičke karakteristike reaktora su prikazane dvogrupnom difuzionom aproksimacijom u dvodimenzionoj X-Y geometriji (program IZGOR/10/) tako da je svaki gorivni element sa pripadajućim moderatorom opisan jednom oblašću u X-Y ravni. Promena koja nastaje usled zamene jednog gorivnog elementa koji se nalazi na mestu j u reaktoru gorivnim elementom određene vrste s je prema teoriji perturbacije data izrazom:

$$\begin{aligned} \Delta k_j^s &= \frac{k_{eff}^2}{IMP} \left\{ \frac{1}{k_{eff}} \Delta \sum_{f1}^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \phi_1^* \phi_1 dv + \frac{1}{k_{eff}} \Delta \sum_{f2}^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \phi_1^* \phi_2 dv \right. \\ &\quad - \Delta D_1^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \nabla \phi_1^* \nabla \phi_1 dv - \Delta D_2^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \nabla \phi_2^* \nabla \phi_2 dv + \Delta \sum_R^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \phi_2^* \phi_1 dv \\ &\quad \left. - (\Delta \sum_{a1}^{s \rightarrow j} + \Delta \sum_R^{s \rightarrow j}) \int_{V_j} \phi_1^* \phi_1 dv - \Delta \sum_{a2}^{s \rightarrow j} \int_{V_j} \phi_2^* \phi_2 dv \right\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

gde je

$$\text{IMP} = \int_{V_{\text{jezg}}} \left( \phi_1^* \sum_{f1} \phi_1 + \phi_2^* \sum_{f2} \phi_2 \right) dV \quad (2.2)$$

Pristup optimizaciji se sastoji u podeli reaktora na NZZ zona optimizacije i podeli goriva na NGMAX vrsta /6/, /7/ od kojih imamo NOB vrsta svežeg goriva raznog obogaćenja, a NGG grupa izgorelog goriva različitog srednjeg izgaranja tako da je

$$\text{NGMAX} = \text{NOB} + \text{NGG} \quad (2.3)$$

Cilj optimizacije je određivanje optimalne raspodele  $N_{g,1}^{\text{opt}}$  za  $g=1, 2, \dots, \text{NGMAX}$  i  $l=1, 2, \dots, \text{NZZ}$  odnosno optimalnog broja gorivnih elemenata iz definisanih grupa goriva po zonama optimizacije.

Kriterijum optimizacije mora biti linearna funkcija upravljanja  $N_{g,1}$ . Pogodan linearni kriterijum je količina svežeg goriva, pa je taj kriterijum upotrebljen u test primeru. Sveže gorivo je označeno indeksom  $g=1$  tako da je kriterijum optimizacije izražen relacijom

$$N_{\text{sveže}}^{\text{opt}} = \min_{\{N_{g,1}\}} \sum_{l=1}^{\text{NZZ}} N_{1,l} \quad (2.4)$$

pri čemu vodimo računa o sledećim ograničenjima

a. popunjenost zona

$$\sum_{l=1}^{\text{NGMAX}} N_{g,1} = \text{NEZ}_l \quad l=1, 2, \dots, \text{NZZ} \quad (2.5)$$

gde je  $\text{NEZ}_l$  broj elemenata u zoni  $l$

b. raspoloživost gorivnih elemenata po grupama izgaranja

$$\sum_{l=1}^R N_{g,1} \leq \text{NG}_g \quad g=2, 3, \dots, \text{NGMAX} \quad (2.6)$$

gde znak  $\leq$  stoji za najviše grupe (najizgorelije gorivo, koje se izbacuje po potrebi), a znak  $=$  znači potpuno iskorišćenje manje izgorelog goriva, kao i ograničenje količine svežeg goriva čiji se utrošak ne optimizira, (na primer svežeg goriva mnogo manjeg obogaćenja čiji utrošak bitno ne utiče na ekonomiju gorivnog ciklusa).

c. neophodan višak reaktivnosti na kraju ciklusa (EOC) rada reaktora

$$\sum_{g=1}^{NZZ} \sum_{g=1}^{NGMAX} \rho_{g,1}^{EOC} N_{g,1}^0 \geq \rho_{EOC} + \sum_{g=1}^{NZZ} \sum_{g=1}^{NGMAX} \rho_{g,1}^{EOC} N_{g,1}^0 \quad (2.7)$$

gde je  $N_{g,1}^0$  broj gorivnih elemenata referentnog jezgra po grupama izgaranja i zonama optimizacije u odnosu na koje se računa perturbacija, dok je  $\rho_{g,1}^{EOC}$  koeficijent reaktivnosti na kraju ciklusa rada reaktora dat izrazom:

$$\rho_{g,1}^{EOC} = \frac{1}{NEZ_1} \sum_{j(1)}^1 \Delta k_{j(1)}^{g,EOC} \quad (2.8)$$

gde je  $\Delta k_{j(1)}^{g,EOC}$  dato relacijom (2.1) pri čemu su sve veličine izračunate na kraju ciklusa rada reaktora, a parametar  $\rho_{EOC}$  je izražen relacijom

$$\rho_{EOC} = k_{min}^{EOC} - k_{ref}^{EOC} \quad (2.9)$$

U modelu nije uračunato ograničenje maksimalnog dozvoljenog opterećenja goriva. Problem linearizacije ovog ograničenja nije tako jednostavan, pa je posebno razmatran u nastavku.

### 3. Uračunavanje ograničenja maksimalnog opterećenja goriva

Ovo ograničenje može biti zadato na razne načine. Kod nuklearnih elektrana se zadaje pomoću form-faktora i čest je problem njegove minimizacije /11/. Korišćenjem ovog koncepta u /6/ je izvršena gruba linearizacija ograničenja snage teorijom perturbacije. U test primeru koji će ovde biti prikazan ovo se pokazalo kao neadekvatno jer ne može da uzme u obzir lokalne piko-ve snage. U principu je moguće poboljšati linearizaciju generalisanom teorijom perturbacije /12/. To stvara problem proračuna generalisanih pridruženih funkcija, za koje se pokazuje da su konvencionalni postupci iteracije izvora pri rešavanju difuzione jednačine neadekvatni /13/. I pored usavršenih algoritama za ubrzanje konvergencije, proračun generalisanih pridruženih funkcija traje mnogo duže od proračuna neutronske fluksa. Zato nije pogodno primeniti generalisanu teoriju perturbacije bez uključivanja u proračun nekog izuzetno brzog proračuna prostorne raspodele neutronske fluksa. Ovde je zbog navedenih teškoća usvojen praktičan pristup koji bez dodatnih komplikovanih izračunavanja omogućuje proračun optimalnih konfiguracija. Uočeno je da linearizovani model iz predhodnog odeljka ima tendenciju da najreaktivnije gorivo ubacuje u centar, stvarajući pri tom prekoračenje dozvoljenog opterećenja. Da bi se to izbeglo uvedene

su zone NZKRIT u kojima je zabranjen boravak za IGKRIT grupa goriva, koje je uređeno po opadajućoj reaktivnosti. Zabrane su linearnog oblika:

$$N_{g,1} \leq N_{g,1}^{\text{krit}} \quad l=1,2,\dots,\text{NKRIT} \text{ i } g=1,2,\dots,\text{IGKRIT} \quad (3.1)$$

Ako gorivo određene grupe nije zabranjeno stavlja se

$$N_{g,1} \leq \text{NEZ}_1 \quad (3.2)$$

Procedura optimizacije se sastoji u pretpostavljanju vektora

$$N_{g,1}^{\text{krit}} = \text{NMAX}_{g,1}^0 \quad l=1,2,\dots,\text{NKRIT} \text{ i } g=1,2,\dots,\text{IGKRIT} \quad (3.3)$$

koje zajedno sa relacijama (2.4)-(2.7) formiraju problem linearnog programiranja čijim rešavanjem se dobija optimalna raspodela  $N_{g,1}^{\text{opt}}$ . Ponavlja se proračun raspodele snage za dobijeno optimalno rešenje i u slučaju prekoračenja uvodi se novi vektor  $\text{NMAX}_{g,1}^1$  i ponavlja postupak linearnog programiranja polazeći od dobijenog optimalnog rešenja kao referentnog jezgra.

#### 4. Test primer

Razmatran je slučaj istraživačkog reaktora koji koristi dve vrste goriva od kojih je jedno visokoobogaćeno (obogaćenje  $\mathcal{E}_1$ ), a drugo niskoobogaćeno (obogaćenje  $\mathcal{E}_2$ , pri čemu je  $\mathcal{E}_1 \gg \mathcal{E}_2$ ). Na ovakvom primeru se najbolje vidi pomenuti problem linearizacije ograničenja snage, pošto je raspodela snage neravnomerna u ove dve vrste goriva. Na ekonomiju gorivnog ciklusa utiče najviše utrošak visokoobogaćenog goriva, pa je minimizacija količine ovog goriva po gorivnom ciklusu uzeta kao kriterijum optimizacije. Otvoreno je pitanje da li minimizacija količine svežeg goriva po ciklusu znači i izbor najbolje globalne strategije optimalnog iskorišćenja goriva. Uspostavljanje ravnotežnog stanja koje je dobijeno u primeru proračuna ide u prilog ovakvoj hipotezi. U literaturi takodje postoje slični rezultati /14/. Ipak bez većeg broja proračuna ne treba izvlačiti generalne zaključke. U primeru proračuna usvojene su numeričke vrednosti bliske režimu rada reaktora RA sa visokoobogaćenim gorivom čije je maksimalno dozvoljeno opterećenje po gorivnom segmentu 20 kW. Kada se ovo opterećenje korišćenjem aksijalnog form-faktora (koji je usvojen kao 1.4) prevede u ograničenje snage celokupnog gorivnog elementa dobija se numerička vrednost  $P_{\text{max}} \leq 156 \text{ kW}$ . Potrebno je da bude zadovoljen uslov  $k_{\text{eff}}(\text{EOC}) \leq 1.02$  dok je trajanje ciklusa uzeto kao 50 dana. Za ove numeričke vrednosti izvršena je optimizacija količine svežeg visokoobogaćenog goriva po ciklusu polazeći od stanja u kome imamo samo sveže gorivo. Dobijena optimalna rešenja prikazana su na slikama 1-5 pri čemu svaka slika odgovara jednom gorivnom ciklusu. Svako od prikazanih rešenja dobijeno je sa manje od 5 iteracija linearnog programiranja, što pokazuje efikasnost metode. Može se izvući i jedan opšti zaključak, a to je da je optimalna strategija

izmene goriva prema principu protoka goriva od centra ka periferiji, naravno u granicama dozvoljenog opterećenja (tzv. in-out strategija). Uspostavlja se ravnotežno stanje koje se sastoji iz dva ciklusa sa slika 4 i 5. Na slici 6 je prikazana ravnotežna struktura za strategiju out-in, koja je uobičajena kada se teži ravnomernijoj raspodeli snage. Poboľjšanje koje je dobijeno primenom prikazanog optimizacionog postupka u odnosu na ovu strategiju iznosi 14%. Ovaj rezultat je u skladu sa pristupom optimizaciji iskorišćenja goriva kod nuklearnih elektrana koji umesto uobičajene minimizacije form-faktora forsira u stvari najneravnomernija jezgra u granicama dozvoljenog maksimalnog opterećenja /15/.

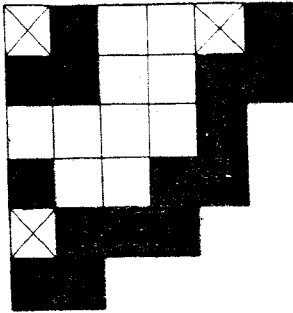
## 5. Zaključak

U radu je prikazana mogućnost primene linearnog programiranja na probleme optimizacije nuklearnog gorivnog ciklusa u slučajevima kada se kriterijumi optimizacije i ograničenja mogu linearizovati. Linearizacija ograničenja reaktivnosti izvršena je teorijom perturbacije prvog reda, dok je nelinearnost ograničenja snage prevaziđjena iterativnim postupkom. U testiranom slučaju postupak je veoma efikasan. Dalji rad će biti usmeren u pravcu primene linearnog programiranja na probleme optimizacije gorivnog ciklusa nuklearnih elektrana. Pri tom je moguće koristiti prikazani iterativni postupak ali je poželjno radi uporedjenja i opštosti razviti metodu linearizacije ograničenja snage primenom generalisane teorije perturbacije. Numerički program zasnovan na primeni generalisane teorije perturbacije mora da se razvija na osnovi koja predstavlja veoma efikasan program za višedimenzioni difuzioni proračun.

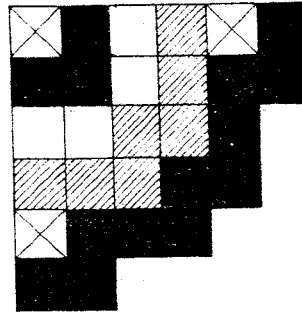
## REFERENCE

- /1/ L.S.Pontrjagin, V.G.Boltjanski, R.V.Gamrelidze, E.F.Miščenko: "Matematičeskaja teorija optimalnih procesov", "Nauka", Moskva, 1969
- /2/ R.E.Bellman: "Dynamic Programming", Princeton University Press, New Jersey, 1957
- /3/ A.P.Rudik: "Optimizacija fizičkih karakteristika jadernih reaktorov", Moskva, Atomizdat, 1979
- /4/ R.W.Llewellyn: "Linear Programming", Holt, Rinehart & Winston, New Jersey, 1964.
- /5/ V.V.Hromov, A.M.Kuzmin, V.V.Orlov: "Metod posledovatel'noj lineariza-

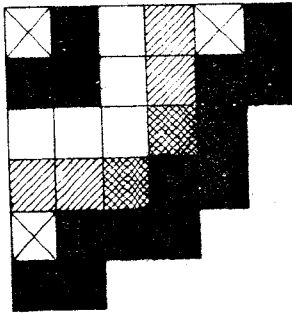
- ciji v zadačah optimizaciji reaktorov na bistrih neutronah", Moskva, Atomizdat, 1978
- /6/ J.O.Mingie: "In-core Fuel Management via Perturbation Theory", Nucl. Technol. 27, 248, (1975)
- /7/ H.Motoda, J.Herczeg, A.Sesonske: "Optimization of Refueling Schedule for Light-Water reactors", Nucl. Technol. 25, 477, (1975)
- /8/ M.V.Mataušek, R.Simović, V.Stančić: "Nove mogućnosti NET IBK paketa računarskih programa za globalnu analizu izgaranja nuklearnog goriva" XXVI jugoslovenska konferencija ETAN-a, Subotica, 1982
- /9/ N.Zavaljevski: "Pregled metoda optimizacije gorivnog ciklusa lakovodnog energetskog reaktora", IBK-1532, Vinča, 1981
- /10/ I.Zmijarević, V.Stančić, R.Simović: "IZGOR-višegrupni dvodimenzionalni difuzioni program za proračun izgaranja", XXVII jugoslovenska konferencija ETAN-a, Struga, 1983
- /11/ R.B.Stout, A.H.Robinson: "Determination of Optimum Fuel Loadings in Pressurized Water Reactor Using Dynamic Programming", Nucl. Technol. 20, 86, (1973)
- /12/ A.Gandini: "A Generalized Perturbation Method for Bi-Linear Functionals of the Real and Adjoint Neutron Fluxes", Jour. of Nucl. Energy, 21, 1967
- /13/ J.M.Gomit, M.Nasr, G.Nguyen van Chi, J.P.Pasquet, J.Planchard: "Numerical Computation of Generalized Importance Functions" Proc.Int. Conf on Advances in Math.Meth. for Nucl. Eng. Munchen, 1981
- /14/ A.Suzuki, R.Kiyose: "Application of Linear Programming to Refueling Optimization for Light Water Reactors", Nucl.Sci.Eng, 46, 122, (1971)
- /15/ H.Y.Huang, S.H. Levine: "A New Method for Optimizing Core Reloads" ANS Trans., 30, 339, (1978)



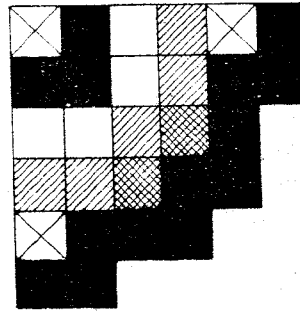
Slika 1



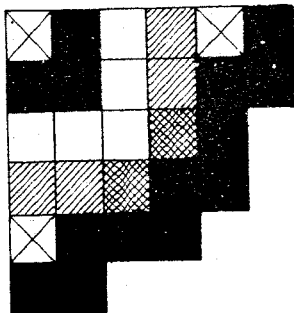
Slika 2



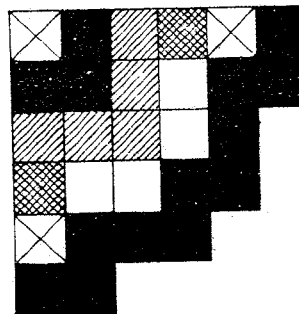
Slika 3



Slika 4



Slika 5



Slika 6

□ sveže gorivo obogaćenja 1  
 ■ sveže gorivo obogaćenja 2

▨ gorivo 1 (jedan ciklus u reaktoru)  
 ▩ gorivo 1 (dva ciklusa u reaktoru)