

ZELJKOVIĆ VLADIMIR  
MIČIĆ ŽIVAN  
VAZDUHOPLOVNOTEHNIČKI INSTITUT  
Ž A R K O V O

JEDAN PRISTUP ODREĐIVANJU UPRAVLJANJA AVIONOM  
SA VIŠESTRUKIM KANALIMA

ONE APPROACH TO AIRCRAFT CONTROL DESIGN WITH REDUNDANT CHANNELS

SADRŽAJ - Razmatran je način određivanja zakona upravljanja u slučaju gubitka signala (otkaza davača) povratne sprege. Signal se procenjuje i koristi za oformljenje zakona upravljanja. Postupak je ilustrovan na primeru zakona upravljanja uzdužne dinamike aviona.

ABSTRACT - The method for control law development in case of uncorrect feedback signal (pick off failure) is considered. The signal is estimated and used for control law determination. The method is illustrated by longitudinal control law development.

1.- U V O D

Da bi se kod savremenih aviona postiglo povećanje ukupnih performansi i iskorišćenje ukupnih mogućnosti pred sistem upravljanja se postavlja zahtev za obezbeđenjem leta i u graničnoj anvelopi i graničnim oblastima. U graničnim oblastima su aerodinamički efekti aviona sa izraženim nelinearnostima što znatno usložnjava analizu i sintezu sistema upravljanja i obično dovodi do veoma kompleksnih zakona upravljanja. Realizacija ovakvih zakona ne može se ostvariti klasičnim mehaničkim sistemima, već se uvode električne komande, analogne ili digitalne, koje sa relativno malim hardverom mogu ostvariti veoma složene funkcije.

Električne komande nameću izražen problem pouzdanosti, s obzirom na relativno veliku verovatnoću otkaza električnih komponenti. Da bi se problem pouzdanosti prevazišao i ostvario zadovoljavajući nivo kritičnih otkaza, sistem upravljanja se realizuje sa više paralelnih kanala. Paralelan rad više kanala omogućuje identifikaciju neispravnog elementa i eliminaciju elementa ili kanala iz sistema upravljanja na način hardverske ili softverske

rekonfiguracije.

U [1] je izložen način određivanja zakona upravljanja za zadate kvalitete ponašanja sistema. Pri određivanju zakona upravljanja tražena je struktura koja daje maksimalnu robusnost pri čemu je robusnost izražena preko promene parametara modela. Pri projektovanju sistema upravljanja težilo se fiksnj strukturi.

Ova rad predstavlja nastavak u određivanju zakona upravljanja u specifičnim slučajevima, kao što je gubitak (otkaz) jednog signala povratne sprege.

Konkretno je razmatran slučaj otkaza davača napadnog ugla. U razmatranom primeru avion je nestabilan i signal napadnog ugla je od prioritete važnosti za stabilizaciju. Tražena je mogućnost prevazilaženja problema (otkaza davača) kroz identifikaciju signala pomoću drugih koordinata i zatvaranja povratne sprege pomoću identifikovanog signala. Na ovaj način se ostvaruje rekonfiguracija zakona upravljanja. Sličan problem je razmatran u [2]. Rad je zasnovan na linearnoj teoriji i ilustrovan konkretnim primerom.

## 2.- REKONFIGURACIJA ZAKONA UPRAVLJANJA

Za posmatranu klasu linearnih sistema

$$\dot{x}(t) = A(\beta, \gamma)x(t) + B(\beta, \gamma)u(t) \quad (1)$$

gde su  $x \in R^n$  vektor stanja;  $u \in R^m$  vektor ulaza i  $\beta \in C R^r, \gamma \in C R^q$  su vektori parametara, potrebno je odrediti zakon upravljanja tako da polovi sistema sa zatvorenim spregom pripadaju unapred zadatim oblastima kompleksne ravni za sve vrednosti parametara  $\beta \in \mathcal{B}$ . Pri tome potrebno je ispuniti zahtev za što većim opsegom vrednosti parametara  $\gamma$ .

Usvajimo  $\gamma = \text{const.}$ ,  $\beta = \text{const.}$  i odredimo linearni zakon upravljanja

$$u(t) = -K(k) x(t) \quad (2)$$

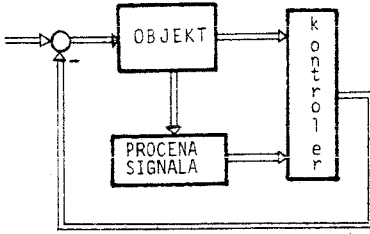
gde je  $K \in R^{m \times n}$  - matrica upravljanja, a  $k \in R^r$  vektor podešljivih pojačanja.

Za zadatu oblast dopustivih polova  $S_p$  postoji funkcija preslikavanja  $\mathcal{K}$  koja određuje skup podešljivih pojačanja:

$$\mathcal{K}: S_p \rightarrow \mathcal{D}_{\beta, \gamma}^k = \{k\} \quad (3)$$

Neka se  $\beta$  menja u dopuštenoj oblasti  $\mathcal{B}$ . Kako se za svako  $\beta \in \mathcal{B}$  vrši preslikvanje (3) to se dobija skup  $\mathcal{D}_{\beta, \gamma}^k$ .

Pojačanja  $k$  koja rešavaju postavljeni problem biraju se u funkciji  $\beta$  iz unije skupova  $\mathcal{D}_{\beta, \gamma}^k$ .



Sl. 1

## 3.- PRIMENA NA UZDUŽNOJ DINAMICI AVIONA

Posmatrajmo avion čija je dinamika data sa tri režima u anvelopi leta [1].

Kratkoperiodičan mod uzdužne dinamike opisan je jednačinom oblika

(1)

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{\alpha} & Z_q \\ M_{\alpha} & M_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{\delta} \\ M_{\delta} \end{bmatrix} \delta \quad (14)$$

gde su  $\alpha$  i  $q$  priraštaji napadnog ugla i brzine propinjanja, respektivno, a  $\delta$  je otklon horizontalne kme.

Prema [1]  $Z$ , i  $M$ , su funkcije brzine i visine dok je  $M_{\alpha}$  funkcija i promene položaja centra mase, tako da je  $\beta = [M \ H]^T$ ,  $\beta' = l_{c.g}$ , gde je  $M$  - Mahov broj,  $H$  - visina leta, a  $l_{c.g}$  - položaj centra mase.

Vrednosti elemenata u (14) su uzete iz [1] i date su u tabeli T-1.

Režim element	1 H=14000 m M=1.2	2 H=12000 m M=0.8	3 H=3000 m M=0.9
$Z_{\alpha}$	-0.3209	-0.3129	-1.22
$Z_q$	0.9964	0.9955	0.9868
$M_{\alpha}$	-3.48	3.731	16.93
$M_q$	-0.031	0.0644	0.272
$Z_{\delta}$	-0.0792	-0.0514	-0.2697
$M_{\delta}$	9.403	6.371	32.92

Predpostavimo da je došlo do otkaza davača napadnog ugla. Treba identifikovati signal tog ugla i na bazi procene  $\alpha$  i mernog signala  $q$  izvršiti sintezu zakona upravljanja na način kako je prethodno izloženo.

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \end{bmatrix} \quad (14a)$$

Sistem (14) i (14a) je observabilan i kontrolabilan.

T - 1

Iz (14) se primenom Laplasovog operatora može dobiti:

$$\frac{\hat{\alpha}(s)}{q(s)} = \frac{Z_{\delta} s - Z_q M_q + M_{\delta} Z_q}{M_{\delta} s - M_q Z_{\alpha} + Z_{\delta} M_{\alpha}} \quad (15)$$

odnosno:

$$\hat{\alpha}(s)/q(s) = K_p \cdot \frac{\frac{1}{a} s + 1}{s + b} \quad (16)$$

gde je:

$$a = \frac{M_{\delta}}{Z_{\delta}} Z_q - M_q \quad (17)$$

$$b = \frac{Z_{\delta}}{M_{\delta}} M_{\alpha} - Z_{\alpha} \quad (18)$$

$$k(\lambda) \in \cup_{\beta \in \mathcal{B}} \mathcal{D}_{\beta}^k = \mathcal{D}_{\mathcal{B}}^k \quad (4)$$

Postavlja se pitanje koliko su dinamičke karakteristike sistema sa pojačanjima (4) neosetljive na promenu parametara  $\mathcal{P}$ .

Neka su usvojena pojačanja u funkciji parametara

$$k^u(\beta) \in \mathcal{D}_{\beta}^k : \beta \in \mathcal{B}, \text{ pri } \mathcal{P} = \mathcal{P}_0 = \text{const} \quad (5)$$

Neka  $\Gamma_{\beta}(k)$  označava skup parametara  $\mathcal{P}$  za dato  $\beta$  za koje sistem (1) sa pojačanjima (5) ima zadate dinamičke karakteristike

$$\Gamma_{\beta}(k^u) = \{ \mathcal{P} : k \in \mathcal{D}_{\beta}^k, \beta = \text{const} \} \quad (6)$$

Presek po  $\beta \in \mathcal{B}$  skupova  $\Gamma_{\beta}(k)$  predstavlja domen parametara  $\mathcal{P}$  za koje sistem ima zahtevane karakteristike sa izabranim pojačanjima  $k^u(\beta)$

$$\Gamma(k^u) = \bigcap_{\beta \in \mathcal{B}} \Gamma_{\beta}(k^u) \quad (7)$$

Neka je  $S(\mathcal{P}_c, \rho)$  sfera sa centrom u  $\mathcal{P}_c$  i poluprečnikom  $\rho$

$$S(\mathcal{P}_c, \rho) = \{ \mathcal{P} : \|\mathcal{P} - \mathcal{P}_c\| < \rho \} \quad (8)$$

koja je upisana u skup  $\Gamma(k^u)$ , tj.

$$S(\mathcal{P}_c, \rho) \subset \Gamma(k^u) \quad (9)$$

Mera robusnosti zakona upravljanja (5) je poluprečnik  $\rho$  najveće sfere koja se može napisati u skupu  $\Gamma(k^u)$ , odnosno

$$\mu(k^u) = \sup \rho \\ S(\mathcal{P}_c, \rho) \subset \Gamma(k^u) \quad (10)$$

Pri projektovanju sistema upravljanja od interesa je određivanje takvog zakona upravljanja koji daje maksimalnu robusnost, odnosno najveću  $\mu(k^u)$ .

U slučaju gubitka (otkaza davača) signala koordinate  $x_1$  potrebno je nadomestiti odgovarajući signal ili signale. Nadomeštanje se može izvršiti na način:

$$\dot{\hat{x}}_1(t) = A_1 \hat{x}_1(t) + B_1 y(t), \quad x_1 \in \mathbb{R}^s, \quad s \leq n \quad (11)$$

gde je  $y(t) = Cx(t)$  - jednačina izlaza.

Sprezanjem (1) i (11) u jedan sistem daje

$$\dot{\hat{x}}'(t) = A' \hat{x}'(t) + B' u(t) \quad (12)$$

gde su:

$$\hat{x}'(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \hat{x}_1(t) \end{bmatrix}; \quad A' = \begin{bmatrix} A & 0 \\ B_1 C & A_1 \end{bmatrix}; \quad B' = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sada je potrebno odrediti upravljanje

$$u(t) = -K'(k') \hat{x}'(t) \quad (13)$$

gde je  $K' \in \mathbb{R}^{(n+s) \times m}$  - matrica upravljanja,  $k' \in \mathbb{R}^{nk'}$  - vektor podešljivih pojačanja, tako da polovi zatvorenog sistema budu u oblasti  $S_p^+$ .

Analogno prethodnom postupku moguće je odrediti upravljanje i robusnost sistema.

Blok šema upravljanja sistemom je data na slici 1.

Postavlja se pitanje tačnosti procene  $x_1(t)$  i stabilizacije sistema pomoću vektora  $\hat{x}'(t)$  i matrice upravljanja  $K'(k')$ .

Imajući u vidu konkretne vrednosti date u T-1 može se uzeti da je  $1/a \approx 0$  i  $K_p \approx 1.0$ , pa je

$$\hat{\alpha}(s)/q(s) \approx 1/(s+b) \quad (19)$$

ili ako se vratimo u vremenski domen dobija se jednačina ponašanja za  $\hat{\alpha}(t)$

$$\dot{\hat{\alpha}}(t) = -b \hat{\alpha}(t) + q(t) \quad (20)$$

U slučaju otkaza davača napadni ugao  $\alpha$  može se proceniti pomoću filtra prvog reda datog sa (19).

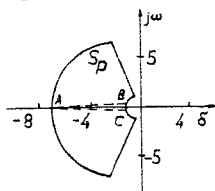
(14) i (20) se mogu objediniti u jedan sistem oblika

$$\dot{x}'(t) = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_q & 0 \\ M_\alpha & M_q & 0 \\ 0 & 1 & -b \end{bmatrix} x'(t) + \begin{bmatrix} Z_g \\ M_g \\ 0 \end{bmatrix} \check{C}(t) \quad (21)$$

gde je vektor stanja  $x'(t) = [\alpha(t) \ q(t) \ \hat{\alpha}(t)]^T$ .

Pri projektovanju aviona postavljaju se uslovi da položaj kratkoperiodičnih polova bude u oblasti  $S_p$  prikazanoj na slici 2.

S1.2



Podešavanje kratkoperiodičnih polova izvršiće se uvođenjem povratnih sprega po  $\hat{\alpha}(t)$  i  $q(t)$  u sistemu (21) što određuje matricu pojačanja

$$K' = \begin{bmatrix} 0 & k_2 & k_1 \end{bmatrix} \quad (22)$$

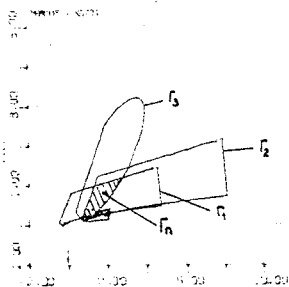
Pojačanja  $k_1$  i  $k_2$  će biti izabrana tako da budu ispunjeni sledeći zahtevi:

- 1) položaj kratkoperiodičnih polova treba da bude u  $S_p$  za sve režime leta,
- 2) da parametar  $b$  filtra (19) ima konstantnu vrednost za data tri režima leta, i da pol koji mu odgovara bude stabilan,
- 3) promena pojačanja sa promenom  $M$  i  $H$  treba da bude minimalna, najbolje odrediti fiksna pojačanja,
- 4) izabrati pojačanja  $k_1$  i  $k_2$  da sistem (21) bude maksimalno robusan u odnosu na promenu položaja centra mase aviona.

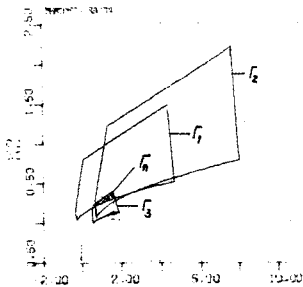
Parametar  $b$  određjen sa (18) za sva tri režima je različit i usvaja se da je  $b = 0.2$ , jer obezbeđuje stabilne polove i minimalne ostatke uz odgovarajuće polove. Preslikavanje oblasti  $S_p$  u prostor pojačanja  $k_1$  i  $k_2$  vrši se operatorom  $P(s)$  gde je  $P(s)$  karakteristični polinom sistema (21). Preslikavanje je uradjeno pomoću algoritma datog u [3].

Dopustivi skup pojačanja  $k$  je predstavljen na slici 3.

S1.3



S1.4



Sa  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$  i  $\Gamma_3$  su označeni skupovi pojačanja  $k_1$  i  $k_2$  za režime 1, 2 i 3, respektivno.

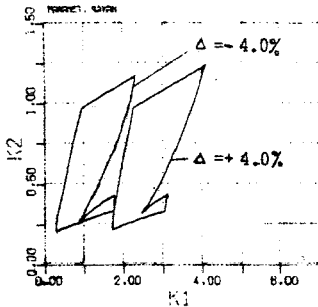
Za bilo koju vrednost  $k(k_1, k_2)$ ,  $k_1 \in \Gamma_1$  i  $k_2 \in \Gamma_2$  polovi kratkoperiodičnog moda spregnutog sistema se nalaze u  $S_p$ , dok pol koji karakteriše koordinatu  $\alpha(t)$  je uvek stabilan. Na ovaj pol se može uticati izborom parametra  $b$ .

Radi poredjenja, na slici 4 je prikazana odgovarajuća oblast ali za slučaj kad davač napačnog ugla funkcioniše, odnosno kad se povratna sprega uvodi po  $\alpha(t)$  a ne po  $\alpha'(t)$ .

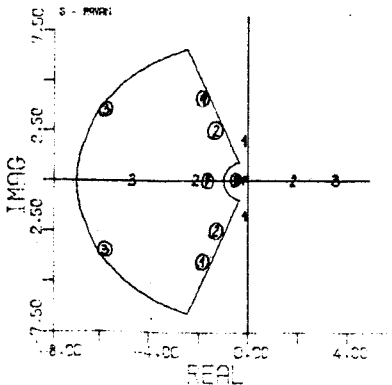
Kod trećeg režima dobijaju se mnogo velika pojačanja kada se oba pola kratkoperiodičnog kretanja nadju na realnoj osi. S obzirom da takva pojačanja nisu od praktičnog interesa za ovaj režim uzeta je nešto suženija oblast  $S_p$  za segment ABC, sl.2.

Konačan izbor pojačanja  $k_1$  i  $k_2$  vrši se s obzirom na uslov robusnosti sistema. Za meru robusnosti usvojena je promena centraže  $\Delta$ . U [1] je pokazano da je  $M_\alpha = f(\Delta)$ . Promena centraže  $\Delta$  menja presek  $\Gamma_1$  (na slici 3 je presek dat za  $\Delta = 0$  tj. za nominalnu centražu aviona) što se vidi na slici 5.

S1.5



Za  $\Delta = \pm 4.0\%$  presek  $\Gamma_1$  se svodi na tačku  $(k_1, k_2) = (1,75; 0,375)$  što znači da se sa filterom (19), fiksnim  $b$  i pojačanjima  $k_1$  i  $k_2$  može postići dovoljna robusnost sistema uz zadovoljavajuće dinamičke karakteristike. Položaj polova otvorenog i zatvorenog kola sa pojačanjem  $(k_1, k_2) = (1,75, 0,375)$  i  $b=0,2$  dat je na slici 6.

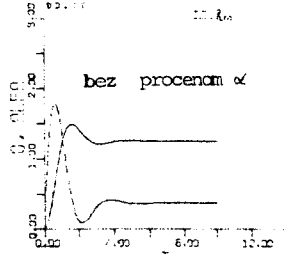
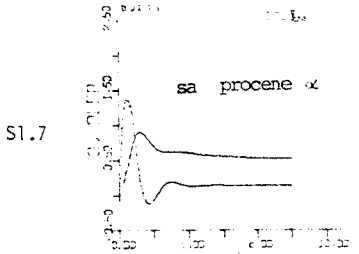


- 1-polovi otvorenog kola za režim 1
- ①- polovi zatvorenog kola za režim 1
- F, ⑦ - polovi filtra

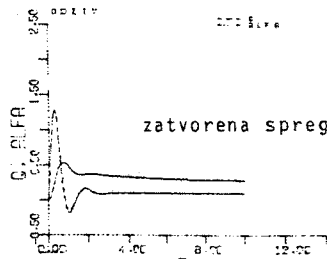
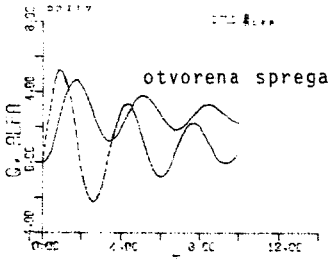
S1.6

Sa slike se vidi da su nestabilni polovi aviona stabilisani i da se nalaze u zahtevanoj oblasti i da je pol filtra na negativnom delu realne ose.

Radi provere rezultata izvršena je simulacija spregnutog sistema sa i bez [1] procene napadnog ugla  $\alpha$ , za režim 2, slika 7 i slika 8.



Kao ilustracija ponašanja sistema u otvorenoj i zatvorenoj sprezi, dati su vremenski odzivi na odskočni ulaz za režim 1, sl.9 i sl.10.



#### 4.- ZAKLJUČAK

U slučaju gubitka signala u povratnoj sprezi može se izvršiti nje-gova procena i pomoću nje odrediti zakon upravljanja i robusnost linearnih stacionarnih sistema.

Robusnost je određena kao maksimalni poluprečnik sfere upisan u dopuštenu oblast parametara, a kvalitet ponašanja sistema je određen položajem polova.

Ovakav pristup određivanju upravljanja ima veliki praktični značaj i može se primeniti kod sistema sa višestrukim kanalima ili elementima gde

se gubitak određene veličine može nadomestiti njenom procenom.

Primena na uzdužnoj dinamici aviona pokazala je efektivnost prilaza pri određivanju pojačanja u povratnoj sprezi i određivanju maksimalne promene centraže.

#### 5.- L I T E R A T U R A

- [1] Zeljković V., Stojić R., Mičić Ž.  
"JEDAN NAČIN OCENE ROBUSTNOSTI ZAKONA UPRAVLJANJA AVIONOM"  
JAD, Beograd, novembar 1983.
- [2] Kenneth L.S.  
"AFTI/F-16 REVERSION MODE CONTROL LAW DEVELOPMENT"  
AJAA Guidance and Control Conference, Gatlinburg, Tennessee, 1983.
- [3] Franklin N.S., Ackermann J.  
"ROBUST FLIGHT CONTROL: A DESIGN EXAMPLE"  
J.Guidance and Control, vol.4, nov.-dec.1981.