XXVIII JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA ETAN-a, S P L I T, 4 — 8 JUNA 1984. GODINE

M-r Zlatko Zografski
Kompjuterski Centar
Mašinski Fakultet
Karpoš bb, 91000 Skopje

PLANIRANJE KRETANJA ROBOTSKIH MEHANIZAMA METODOM DIJAGRAMA VORONOJA

THE VORONOI DIAGRAM METHOD FOR ROBOT MOTION PLANNING

SADRŽAJ - U radu je prezentiran novi metod planiranja kretanja robotskih mehanizama na nivou zadatka sa izbegavanjem prepreka u radnom prostoru. Pri tome se koristi transformacija radnog prostora u konfiguracioni prostor i eksplicitna reprezentacija proksimalne informacije pomoću dijagrama Voronoja i trijangulacije. Dat je opis algoritma za planiranje kretanja, analiza njegove kompleksnosti i poređenje sa drugim metodama.

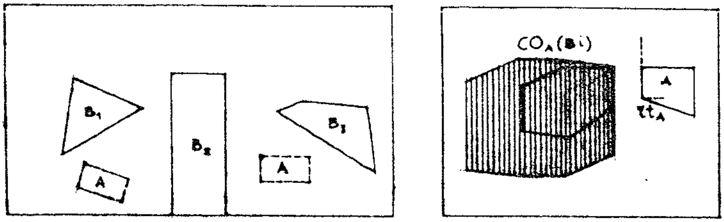
ABSTRACT - In this paper a new method for task-level robot motion planning with collision avoidance is presented. We use a transformation of the workspace into Configuration Space and explicit representation of proximity information via Voronoi diagrams and triangulation. A description of the planning algorithm is given as well as analysis of its computational complexity and a comparison with other existing motion planning algorithms.

I. UVOD

Istraživanje metoda za planiranje kretanja robotskih mehanizama na nivou zadatka je neophodno za uvođenje fleksibilnih robotskih sistema u industriju. Primarni zadatak kod planiranja kretanja je sinteza trajektorije koja izbegava sudare sa ostalim telima u radnom prostoru. Rešavanju ovog problema pristupa se preko eksplicitnog izračunavanja ograničenja na pozicije pokretanog objekta usled prisustva prepreka u prostoru, i to u dve faze: 1) transformacija radnog prostora i objekata u njemu, i 2) heurističko traženje slobodnih puteva kroz transformisani prostor ([4], [6]).

Precizna formulacija problema glasi: dat je poligonalni objekt A u dvodimenzionalnoj otvorenoj oblasti V, i kolekcija poligonalnih linija B_i (prepreke). Naći put kojim se kreće telo A od početne pozicije I do krajnje F tako da A leži u V i ne preseca niti jedan od poligona B_i tokom kretanja (Sl. 1a).

Ova formulacija problema u ravni sa dva translatorna stepena slobode tela A odgovara važnom praktičnom slučaju kod obrade metala NU mašinama, gde telo A može biti glava struga.



a) Geometrija problema b) Objekti A, B_i i $CO_A(B_i)$

Sl.1

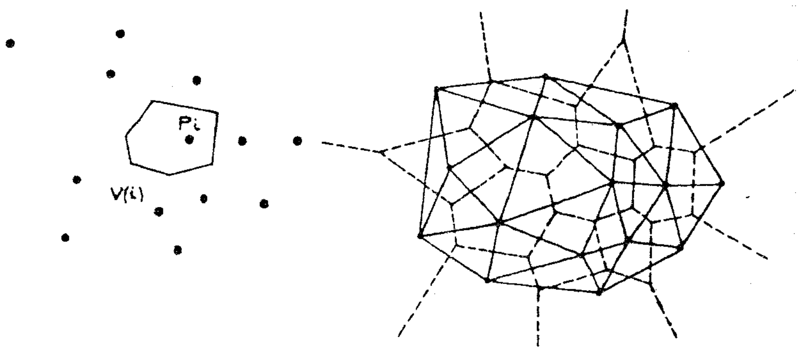
Za eksplicitno računanje ograničenja na pozicije objekta A tokom kretanja uvodi se pojam konfiguracionog prostora [4]. Konfiguracija poligona A je reprezentacija njegove pozicije i orijentacije, u ovom slučaju koordinate x_A, y_A referentne tačke rt_A; prostor (x,y) svih konfiguracija od A je konfiguracioni prostor od A, CS_A. Skup svih konfiguracija od A u kojima A seče poligon B_i naziva se prepreka u konfiguracionom prostoru CS_A usled prisustva objekta B_i, ili $CO_A(B_i)$ (Sl.1b).

Ako je orijentacija tela A fiksna, onda je problem FINDPATH za kretanje tela A između prepreka B_i ekvivalentan problemu FINDPATH za tačku rt_A između $CO_A(B_i)$. Drugim rečima, telo A je svedeno na tačku (deflacija), sa istovremenom inflacijom prepreka B_i na $CO_A(B_i)$. Onda je najkraći put za rt_A sekvenca linearnih segmenata koji povezuju pozicije I i F preko temena poligona $CO_A(B_i)$. Problem se svodi na traženje najkraćeg puta između I i F u grafu koji nastaje povezivanjem svih parova temena od $CO_A(B_i)$ koji se "vide" međusobno, tzv. grafa vidljivosti [6].

2.- DIJAGRAM VORONOJA I TRIJANGULACIJA

Dragocena heuristika u rešavanju geometrijskih problema je proučavanje geometrijskih mesta relevantnih za problem i njihovo organizovanje u pogodnu strukturu podataka. U slučaju problema izbegavanja prepreka relevantni su problemi najbližih tačaka, budući da mogućnost sudara zavisi od medusobnog rastojanja tela i prepreka. Skup posmatranih tačaka, S, sastoji se od skupa temena poligona $CO_A(B_i)$ i početne i krajnje konfiguracije. Problem glasi: koje je geometrijsko mesto tačaka u ravni koje su bliže tački p_i nego bilo kojoj drugoj tački, $\forall p_i \in S$?

Za dve tačke p_i i p_j skup tačaka koje su bliže p_i nego p_j je poluravan koja je definisana normalnim bisektorom otsečka p_ip_j i sadrži p_i. Skup tačaka koje su bliže tački p_i nego bilo kojoj drugoj tački $p_j \in S$, naziva se poligon Voronoja pridružen tački p_i, $V(i)$ i to je konveksna poligonalna oblast sa ne više od N-1 stranica [7](Sl.2a) :



a Poligon Voronoja b Dijagram voronoja

Sl.2

Skup voronojevih poligona deli ravan u konveksnu mrežu koja je poznata kao dijagram Voronoja skupa S, Vor(S) [7]. Pravolinijski dual Voronojevog dijagrama je po definiciji planarni graf koji povezuje N tačaka skupa S, i u kome postoji grana između p_i i p_j ako i samo ako poligoni $V(i)$ i $V(j)$ imaju zajedničku stranicu. On ima sledeće osobine:

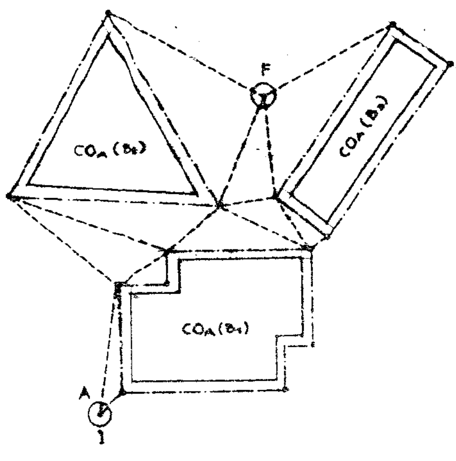
1. Pravolinijski dual dijagrama Voronoja Vor(S) je trijangulacija skupa S, Tri(S) .

2. Dijagram Voronoja pa prema tome i njegov dual Tri(S) na skupu S od N tačaka ima najviše 2N-4 temena i 3N-6 stranica [7].

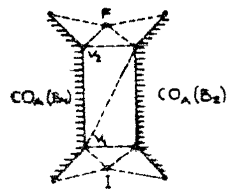
Ove važne osobine, da su Vor(S) i Tri(S) strukture sa brojem stranica O(N), omogućavaju organizovanje ovih struktura u linearnom memorijskom prostoru i nalaženje veoma efikasnog algoritma za njohovo konstruisanje, koji je vremenske kompleksnosti $O(N\log_2 N)$[7].

3. TRAŽENJE PUTEVA U GRAFU TRIJANGULACIJE

Dijagram Voronoja i trijangulacija se mogu efikasno primeniti na rešavanje problema slobodnih puteva u konfiguracionom prostoru. Najpre se odredi skup poligona $CO_A(B_i)$ i skup <u>kritičnih tačaka</u> od njihovih temena. Zatim se formira skup S uključivanjem u skup kritičnih tačaka još i konfiguracija I i F. Onda se konstruiše Vor(S) i Tri(S) i to samo onaj deo koji leži van oblasti ograničenih preprekama $CO_A(B_i)$ (Sl.3a):



a) Minimalna trajektorija



b) Specijalni slučaj

Sl.3

Minimalna trajektorija koja povezuje početnu i krajnju konfiguraciju objekta A i izbegava sudare sa preprekama tokom kretanja je očigledno podskup grana trijangulacije. Pravolinijski segmenti trajektorije povezuju kritične tačke i pretstavljaju ivice poligona $CO_A(B_i)$ ili grane trijangulacionog grafa koje leže u slobodnom prostoru. Na Sl.3b može se uočiti anomalija postupka: u određenim konfiguracijama prostora trajektorija dobijena traženjem najkraćeg puta kroz Tri(S) nije i najkraća moguća (uporediti $\{I, V_1, V_2, F\}$ sa $\{I, F\}$). Zato posle nalaženja najkraćeg puta kroz Tri(S) mora da sledi postoptimizacija trajektorije, kojom se eliminiše takva anomalija i sigurno nalazi minimalna trajektorija

Na osnovu gornjih razmatranja dobija se opis algoritma VOR za nalaženje puteva kroz konfiguracioni prostor kojim se izbegavaju sudari sa preprekama.

ALGORITAM VOR

ULAZNI PODACI: OPis objekata A i prepreka B_i u standardnoj poligonalnoj formi[7], kao dvojno vezane liste temena, leksikografski sortiranih po rastućim vrednostima koordinata y i x.

IZLAZ: Minimalna trajektorija kao niz početnih i krajnjih tečeka njenih segmenata.

Korak 1 (Inflacija prepreka):

1.1 Odredi referentnu tačku rt_A za telo A u početnoj konfiguraciji I.

1.2 Konstruiši $CO_A(B_i)$ za svaki B_i.

1.3 Formiraj listu kritičnih tačaka S.

Korak 2 (Konstrukcija grafa trijangulacije):

2.1 Konstruiši Vor(S) i Tri(S) za skup tačaka S.

Korak 3 (Nalaženje najkraćeg puta kroz Tri(S)):

3.1 Nađi najkraći put između I i F u grafu Tri(S); ako takav put ne postoji, saopšti "NEUSPEH" i idi na korak 5.

Korak 4 Postoptimizacija trajektorije :

4.1 Počev od krajnje tačke trajektorije, t_K, uzmi tri tačke t_K, t_{K-1} i t_{K-2}; ako postoji put koji spaja t_{K-2} i t_K i ne seče niti jednu ivicu odgovarajućeg $CO_A(B_i)$, onda izbriši t_{K-1} iz liste i uzmi narednu tačku iz liste kao treću; ako takav put ne postoji, uzmi narednu tačku, tj. trojku $t_{K-1}, t_{K-2}, t_{K-3}$. Postupak završava ispitivanjem tačaka t_3, t_2, t_1.

Korak 5 : Kraj.

Za određivanje vremenske i prostorne kompleksnosti računanja trajektorija ovim algoritmom, mogu se postaviti

Lema 1 : Formiranje poligona $CO_A(B_i)$ vrši se u vremenu $O(N\log_2 N)$ i prostoru $O(N)$.

Dokaz : Ako su (b_{ix}, b_{iy}), (a_{jx}, a_{jy}) temena poligona B_i i A respektivno, onda je $CO_A(B_i)$ konveksni omotač svih tačaka oblika $(b_{ix}-a_{jx}, b_{iy}-a_{jy})$; upotrebom Grahamovog algoritma [7], konveksni omotač se može konstruisati u $O(N\log_2 N)$ vremenu i $O(N)$ prostoru.

Lema 2 : Vor(S) i Tri(S) se mogu konstruisati u $O(N\log_2 N)$ vremenu i $O(N)$ prostoru.

Dokaz : Sledi neposredno iz gornjih razmatranja

Lema 3 : Najkraći put između I i F u grafu Tri(S) može se naći u vremenu i prostoru $O(N^2)$.

Dokaz : Dijkstrin algoritam nalazi najkraći put između I i F u grafu Tri(S), koji ima $O(N)$ grana, u vremenu $O(N^2)$.

Lema 4 : Postoptimizacija trajektorije je vremenske i prostorne kompleksnosti $O(N)$.

Dokaz : U linearnom pretraživanju liste tačaka trajektorije ispituje se u svakom koraku po jedna trojka tačaka; u ispitivanju preseka puta između t_{K-2} i t_K i ivica od $CO_A(B_i)$ učestvuje najviše dve takvih ivica, prema tome ispituje se najviše 2N preseka.

Na osnovu gornjih lema može se postaviti

Teorema : Algoritam VOR nalazi najkraći put izmedu početne i krajnje konfiguracije objekta A ukoliko takav put postoji; sintetizovana trajektorija izbegava sudare objekta A sa preprekama u radnom prostoru; algoritam je prostorne i vremenske kompleksnosti $O(N^2)$.

4. DISKUSIJA I ZAKLJUČAK

1. Pomoću gornjeg algoritma rešen je primer iz [5](Sl.3a). Vreme izvršenja algoritma je nekoliko sekundi, dok gornji autori saopštavaju vreme od nekoliko desetina minuta.

2. Razlika u efikasnosti dolazi iz razlike u početnoj formulaciji i reprezentaciji problema. Umesto grafa vidljivosti (ili, slično, iterativne podele prostora[5]) koji se, u najboljem slučaju može konstruisati u vremenu $O(N^3)$ i prostoru $O(N^2)$, dijagram Voronoja i trijangulacija se dobijaju u vremenu $O(N\log_2 N)$ i prostoru $O(N)$. Time je za više od reda veličine smanjena već i ulazna dimenzija problema, a sva proksimalna informacija je na moćan način sadržana u ovim strukturama.

3. Korišćenje pogodne reprezentacije za rešavanje problema otvara mogućnost za detaljnu analizu računarske kompleksnosti problema planiranja kretanja. Korišćenje dijagrama Voronoja nije ograničeno samo na 2-D slučaj već se može uopštiti na kretanje tela sa više stepena slobode u 3-D. Povećanje kompleksnosti koje rezultira iz povećanja broja dimenzija može se redukovati korišćenjem probabilističkih algoritama ([1], [2]). Korišćenje grafa Tri(S) za nalaženje puteva, umesto Vor(S), kao u [3], takode doprinosi efikasnosti i jednostavnosti.

4. Na kraju, smatramo da je uvodenje geometrijskog znanja u problem planiranja kretanja superiorno tehnici "slepog pretraživanja prostora i da otvara put primeni ekspertnih sistema u metodologiji planiranja robotskih kretanja i povezanih problema (off- ili on-line). To je i jedan od trendova novijih istraživanja u veštačkoj inteligenciji.

5. LITERATURA

1 J.L.Bentley: "Multidimensional Divide-and-Conquer", Comm.ACM, Vol.23,No.4,Apr.1980,pp.214-229.

2. J.L.Bentley,B.W.Weide,A.C.Yao:"Optimal Expected Time for Closest-Point Problems",ACM Trans.Math.Software,Vol.6,No.4, Dec.1980,pp.563-580.

3 C.O'Dunlaing,C.K.Yap: "The Voronoi Method for Motion Planning",Tech.Report No. 53,Dept. of Computer Science, New York University,1983.

4 T.Lozano-Perez: "Spatial Planning:A Congiguration Space Approach",MIT Artificial Intelligence Lab Memo No.605,1980.

5 R.Brooks,T.Lozano-Perez: "A Subdivision Algorithm for FIND-PATH with Rotation",MIT AI Lab Memo No.684,1982.

6 T.Lozano-Perez,M.Wesley: "An Algorithm for Planning Collision-Free Paths Among Polyhedral Obstacles",Comm.ACM,Vol.22,No.10 Oct.1979,pp.560-570.

7 M.I.Shamos: "Computational Geomatry",PhD Dissertation,Dept. of Computer Science,Yale University,1978.