

Tadej Bajd, Jurij Zupančič in Alojz Kralj  
Fakulteta za elektrotehniko  
Univerza Edvarda Kardelja, Ljubljana, Tržaška 25

RAČUNALNIŠKA SIMULACIJA  
KRMILJENJA Z INVERZNIM MODEЛОМ

COMPUTER SIMULATION OF INVERSE  
MODEL CONTROL

VSEBINA - Opisana je metodologija krmiljenja z inverznim modelom v industrijski robotiki. Prednosti te oblike krmiljenja so prikazane na zgledu enega segmenta manipulatorja. Primerjava rezultatov krmiljenja z zaprto zanko in z inverznim modelom je bila dosežena z digitalno simulacijo.

ABSTRACT - The methodology of inverse plant model control in the field of industrial robotics is described. The advantages of such control are demonstrated on an example of one manipulator segment. The comparison of the results of closed-loop control and inverse model control was obtained by computer simulation.

1. UVOD

Vpliv gibanja enega segmenta manipulatorja na drugega je vzrok za najočitnejšo razliko med krmiljenjem običajnih mehanizmov in krmilnimi sistemi industrijskih robotov. Ker se segmenti manipulatorja gibljejo istočasno, se srečamo s tremi oblikami medsebojnih učinkov: vpliv vztrajnostnih momentov drugih segmentov, vpliv centripetalnih sil in vpliv Coriolisovih sil. V krmilnem sistemu te vplive lahko zmanjšamo s kompenzacijo [1]. Dinamične prispevke momentov izračunamo vnaprej in jih vodimo v krmilni sistem posameznega segmenta. Pri krmiljenju lahko upoštevamo dinamični model celotnega manipulatorja [2]. Želeno hitrost krmiljenja dosežemo tako, da čimveč izrazov v dinamičnih enačbah gibanja izračunamo vnaprej. Takšna oblika krmiljenja zahteva obsežen računalniški pomnilnik. Učinkovitost vodenja industrijskih robotov lahko izboljšamo tudi z

adaptivnim krmiljenjem [3]. Bistvena prednost adaptivnega krmiljenja je v tem, da potrebujemo relativno preprost referenčni model. Originalen pristop h krmiljenju v robotiki predstavlja večnivojsko vodenje [4]. Na najnižjem nivoju gre za krmiljenje po nominalni trajektoriji, določeni s pomočjo dinamičnega modela. Na višjih nivojih odpravljamo vplive manjših ali večjih motenj. Delovanje celiotnega sistema krmiljenja znatno izboljšamo z momentnimi povratnimi zankami.

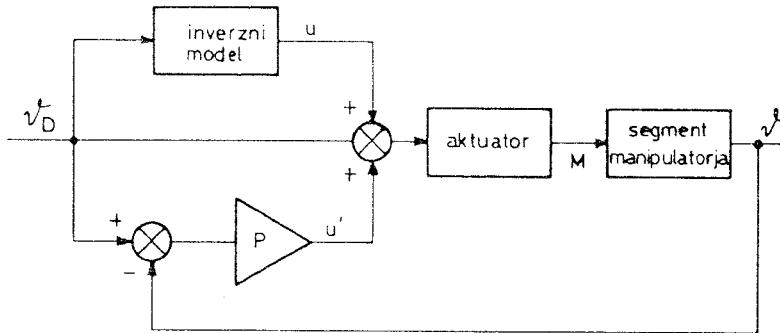
## 2. METODOLOGIJA

Lastnosti krmiljenja industrijskih manipulatorjev moremo izboljšati s tem, da krmiljenju z zaprtozančnim sistemom dodamo vodenje z inverznim modelom [5]. Tedaj izhod inverznega modela poskrbi za velike spremembe izhoda, zaprtozančno krmiljenje pa odpravlja manjše napake, ki nastanejo zaradi razlik med modelom in resničnim sistemom. Blokovno shemo krmiljenja z inverznim modelom prikazuje sl. 1. Prednosti krmiljenja z inverznim modelom so naslednje: ustreza širokemu območju obremenitev in trajektorij, upošteva dinamične lastnosti manipulatorja, popravlja netočnosti modela ter eliminira napako v stacionarnem stanju.

Namen vpeljave inverznega modela v krmiljenje posameznega segmenta manipulatorja pa ni le izboljšanje lastnosti servosistema. V model lahko vključimo tudi naslednje vplive: gravitacija, trenje, vztrajnostni momenti drugih segmentov itd.

Enačbe, ki opisujejo inverzni model, dobimo na najenostavnejši način tako, da v diferencialno enačbo, ki opisuje aktuator in gibanje segmenta manipulatorja, vstavimo odvode trajektorije in tako dobimo algebraično enačbo. V robotiki večinoma uporabljamo preproste trajektorije gibanja posameznih segmentov, kjer je odvode enostavno izračunati. Izboljšanje delovanja industrijskih manipulatorjev smemo pričakovati tudi v tem, da se bodo gibali po kompleksnejših krivuljah in s tem hitrje in kvalitetnejše opravili naloge. V tem primeru večkratno numerično odvajanje trajektorije lahko povzroči numerično nestabilnost, s tem pa nestabilnost celiotnega krmilnega sistema. Nezaželenemu odvajanju se pri reševanju inverznega modela izognemo z uporabo integralskih enačb [6].

Običajno so trajektorije gibanja segmentov industrijskega manipulatorja podane vnaprej, tako da krmilni vhod u lahko v



Sl. 1. Shema krmiljenja z inverznim modelom

celoti izračunamo na velikem računalniku in ga potem v realnem času vodimo v krmiljeni sistem. Drugačna pa je situacija pri teleoperatorjih, ki jih uporabljamo pri nuklearnih, podmorskih in vesoljskih raziskavah. Tu je trajektorija rezultat zahteve človeka - operatorja, ki ji mora manipulator čim verneje slediti. V tem primeru je potrebno poseči po numeričnih postopkih reševanja inverznih modelov, ki so primerni za krmiljenje v realnem času.

### 3. MODEL AKTUATORJA IN SEGMENTA

Poglejmo primer enostavnega krmilnega sistema z enim samim aktuatorjem in segmentom manipulatorja. Kot aktuator vzemimo enosmerni elektromotor, vzbujan s permanentnim magnetom. Električno

in mehansko ravnotežje enosmernega motorja opisujeta naslednji enačbi [4]:

$$L_r \frac{di_r}{dt} + C_E \ddot{\vartheta} + R_r \cdot i_r = u \quad (1)$$

$$C_M \cdot i_r = J_r \ddot{\vartheta} + B_C \dot{\vartheta} + M \quad (2)$$

V enačbah (1) in (2) pomeni  $u$  gonilno napetost,  $i_r$  električni tok motorja in  $M$  moment na gredi motorja. Izbrali bomo naslednje numerične vrednosti parametrov [4]:  $C_M = 4.31 \text{ Nm/A}$ , elektromagnetna konstanta  $C_E = 7 \text{ V/rad s}^{-1}$  in upornost rotorja  $R_r = 2.45 \Omega$ . Trenje v ležajih  $B_C$  in rotorsko induktivnost  $L_r$  zanemarimo. Tako lahko enačbi (1) in (2) napišemo v obliki diferencialne enačbe drugega reda:

$$\ddot{\vartheta} = -8.1 \ddot{\vartheta} - 0.66 M + 1.16 u \quad (3)$$

Segment manipulatorja naj bo železna cev dolžine  $l = 0.5 \text{ m}$ , debeline  $d = 0.003 \text{ m}$  in kvadratičnega preseka  $a = 0.04 \text{ m}$ . Če ima segment maso  $m = 1.75 \text{ kg}$ , je vztrajnostni moment okrog osi vrtenja  $J = 0.1 \text{ kg m}^2$ . Segment manipulatorja naj se giblje v vertikalni ravnini, tako da upoštevamo tudi njegovo težo. Dobimo naslednjo dinamično enačbo gibanja segmenta:

$$M = J \ddot{\vartheta} + \frac{1}{2} mgl \sin \vartheta \quad (4)$$

Po vstavitevi numeričnih vrednosti pa imamo:

$$M = 0.1 \ddot{\vartheta} + 4.29 \sin \vartheta \quad (5)$$

Inverzni model mora opisovati lastnosti aktuatorja in segmenta manipulatorja. Vzeli bomo poenostavljen oziroma lineariziran inverzni model, ki ga dobimo z združitvijo enačb (3) in (5) ter z upoštevanjem  $\sin \vartheta \approx \vartheta$ :

$$\ddot{\vartheta} + 7.6 \ddot{\vartheta} + 2.65 \vartheta = 1.09 u \quad (6)$$

Pokazati želimo, da tudi poenostavljeni inverzni model bistveno izboljša dinamične lastnosti celotnega krmilnega sistema.

#### 4. REZULTATI

Preden pristopimo k simulaciji na digitalnem računalniku, izberemo trajektorijo, po kateri naj se naš segment giblje. V robotiki često srečujemo trapezni hitrostni profil gibanja, kjer hitrost najprej linearno narašča, potem je konstantna in končno linearne pojema. Trajektorija ima torej parabolično in linearne časovne odvisnosti. Poglejmo samo primer linearnega poteka poti segmenta manipulatorja:

$$\vartheta_D(t) = t \quad (7)$$

Želeno trajektorijo vstavimo v enačbo (6) in dobimo izraz za krmilni vhod  $u$ :

$$u = 6.97 + 2.43 t \quad (3)$$

Takšen način reševanja je mogoč le pri preprostih trajektorijah gibanja. Kadarki imamo opravka s kompleksnimi trajektorijami, katerih časovne odvisnosti ne moremo analitično določiti, posežemo po numeričnem odvajjanju ali še bolje, po numeričnem reševanju integralne enačbe [6].

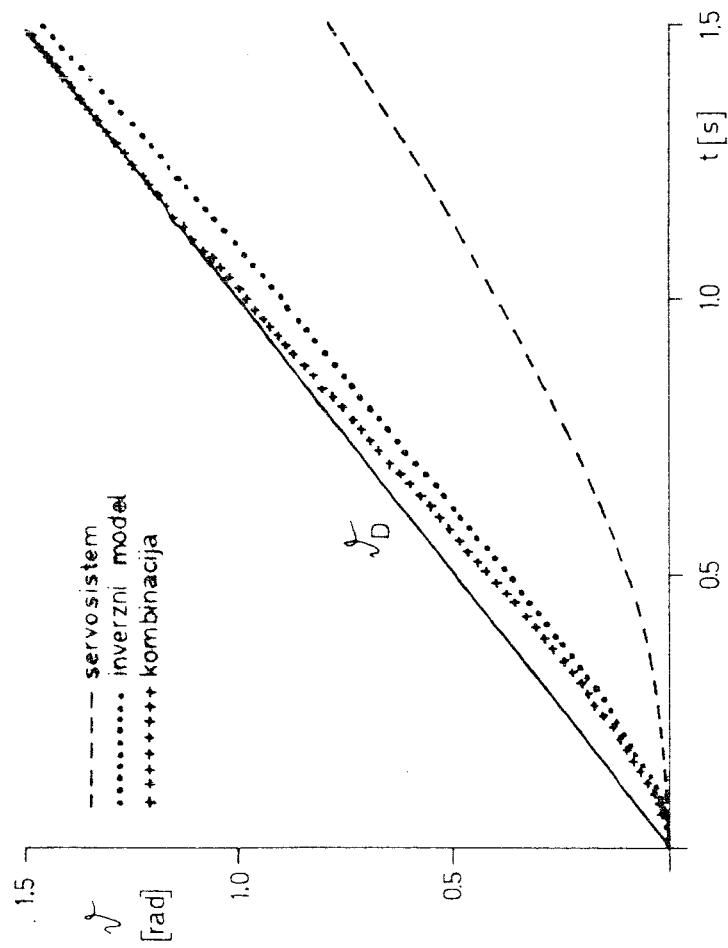
Pri računalniški simulaciji krmilnega sistema, prikazanega na sl. 1, smo uporabili simulacijski program CSMP na računalniškem sistemu DEC-10. Pri pozicijski zaključeni zanki smo uporabili proporcionalni regulator z ojačenjem signala napake  $P = 10$ . Opravili smo tri simulacijske teke:

- krmiljenje samo s pozicijsko zaključeno zanko
- odprtozančno krmiljenje samo z inverznim modelom
- krmiljenje z zaključeno zanko in inverznim modelom.

Rezultate simulacije vidimo na sl. 2, kjer črtkan potek pripada prvemu, pike drugemu in križci tretjemu simulacijskemu teku.

#### 5. ZAKLJUČKI

Na preprostem problemu enega segmenta industrijskega manipulatorja smo pokazali prednosti krmiljenja z inverznim modelom. Razlika med krmiljenjem z zaključeno zanko in krmiljenjem s kombinacijo servosistema in inverznega modela je očitna. Seveda pogrešek pri zaprtozančnem krmiljenju lahko zmanjšamo z večanjem ojačenja, vendar



Sl. 2. Rezultati simulacije krmiljenja z zaključeno zanko, z inverznim modelom in s kombinacijo obeh.

s tem poslabšamo dinamične lastnosti krmiljenja in nastane nevarnost nestabilnosti. Večanje ojačanja pomeni tudi dražjo izvedbo krmiljenja. V našem primeru je bila razlika med inverznim modelom in modelom aktuatorja in segmenta manipulatorja le v linearizaciji. V resničnem krmilnem sistemu bodo te razlike še večje, saj bomo imeli opravka z motnjami, ki jih ni mogoče enostavno vključiti v model. Pri preprostem zgledu se nismo srečali z glavnimi značilnostmi robotskih sistemov: medsebojni vztrajnostni momenti, centripetalne in Coriolisove sile. Očitno pa je, da bomo te vplive upoštevali na povsem enak način, kot smo na primer v našem primeru obravnavali vpliv gravitacije, le da bodo enačbe inverznega modela potem nekako daljše in kompleksnejše.

## LITERATURA

- [1] R.P. Paul, Robot Manipulators: Mathematics, Programming and Control, Cambridge: MIT Press, 1981.
- [2] M.H. Raibert, B.K.P. Horn, "Manipulator Control Using the Configuration Space Method", The Industrial Robot, pp. 69-73, June, 1978.
- [3] S.Dubowski, D.T. Des Forges, "The Application of Model-Referenced Adaptive Control to Robotic Manipulators", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 101, pp. 193-199, 1979.
- [4] M.Vukobratović, D.Stokić, Control of Manipulation Robots, Berlin: Springer Verlag, 1982.
- [5] D.E. Orin, "Application of Robotics to Prosthetic Control", Annals of Biomedical Engineering, vol. 8, pp. 305-316, 1980.
- [6] T.Bajd, "Computing the Input to a Linear Model", Simulation, vol. 40, pp. 241-243, 1983.